

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»**

---

**ВЫСШАЯ ШКОЛА ТЕХНОЛОГИИ И ЭНЕРГЕТИКИ**

**Кафедра физики**

# **О П Т И К А**

**Учебно-методическое пособие  
к лабораторным работам 3-31, 3-41**

**Для бакалавров всех направлений**

**Санкт-Петербург  
2017**

УДК 535(07)

ОПТИКА: учебно-методическое пособие к лабораторным работам № 3—31, 3—41/ сост.: А.А. Абрамович, В.О. Кабанов, Е.А.Яшкевич, С.А.Поржецкий, Ю.Ю.Циовкин; под общ. ред. проф. А.Л.Ашкалунина. ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб., 2017. – 30 с.

Учебно-методическое пособие содержит теоретический материал и описание двух лабораторных работ по оптике. Предназначено для бакалавров всех направлений.

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики ВШТЭ СПбГУПТД Полянский М. Н.

Подготовлено и рекомендовано к печати кафедрой физики ВШТЭ СПбГУПТД (протокол № 2 от 05.10.2017 г.).

Утверждено к изданию методической комиссией института энергетики и автоматизации ВШТЭ СПбГУПТД (протокол № 1 от 20.11.2017 г.).

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД в качестве учебно-методического пособия.

© Высшая школа технологии  
и энергетики СПбГУПТД, 2017

### ТЕМА 3-3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

*Дифракция света* – это явление волновой оптики, наблюдаемое при распространении света в пространстве при наличии в нем препятствий. При определенных соотношениях размеров препятствий и длины волны свет может огибать их, заходя в область «геометрической тени», что формально не соответствует законам геометрической оптики. Дифракция наблюдается для любых волн и проявляется тем сильнее, чем меньше размеры препятствий по сравнению с длиной волны. Если, например, параллельный пучок света падает на экран с отверстием, то он всегда превращается в расходящийся, но угол расходимости  $\varphi$  зависит от диаметра отверстия  $d$ :  $\sin \varphi = \lambda/d$ . Если диаметр отверстия сравним с длиной волны, то от такого отверстия свет распространяется во все стороны и его можно принять за точечный источник света. Если же  $d \gg \lambda$ , то расходимость пучка очень мала и становятся справедливыми законы геометрической оптики.

Впервые явление дифракции качественно объяснил Гюйгенс. Он сформулировал постулат - *принцип Гюйгенса*: каждая точка волнового фронта сама становится источником вторичных волн. Это иллюстрирует рис. 1, на котором показано, что геометрическая огибающая вторичных волн даёт положение волновой поверхности (фронта волны) в следующий момент времени  $(t + \Delta t)$ , где  $t$  - время, соответствующее первому положению волновой поверхности,  $\Delta t$  - промежуток времени, через который волна прошла расстояние  $v \cdot \Delta t$  и заняла новое положение,  $v$  - скорость волны.

Принцип Гюйгенса хорошо объясняет дифракцию на малых отверстиях ( $d \ll \lambda$ ). Такое отверстие ведет себя как один точечный источник света. Однако принцип Гюйгенса не может объяснить почти прямолинейное распространение света через большие отверстия ( $d \gg \lambda$ ).

На рис. 2 показано применение принципа Гюйгенса к большому отверстию. Каждая точка отверстия в экране 2 является вторичным

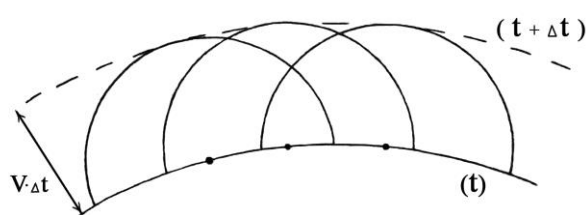


Рис.1

источником света, и в любую точку экрана 1 приходит свет от этих вторичных источников. Но в действительности яркое пятно наблюдается только напротив отверстия, остальная часть экрана остается темной (тень).

Впервые явление дифракции для отверстий любого размера объяснил Френель. Он установил, что надо учитывать интерференцию света, т.е. усиление или гашение волн при их наложении [1] показал, что в области «света» вторичные волны усиливают друг друга, а в области «тени» гасят друг друга. Явление дифракции полностью объясняется обобщенным принципом

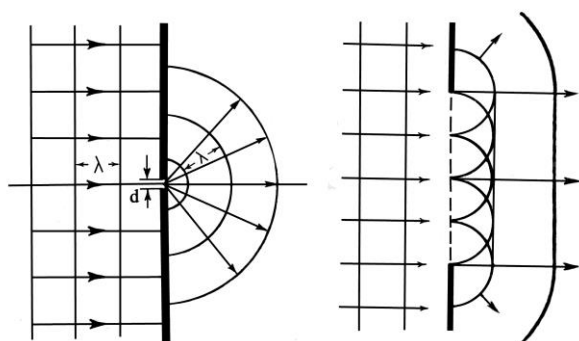


Рис. 2

**Гюйгенса – Френеля:** каждая

точка волнового фронта сама является источником когерентных вторичных волн, в любую точку пространства приходят вторичные волны от всех открытых участков волнового фронта, и результат их сложения определяется интерференцией этих волн.

Дифракционная картина имеет вид чередующихся светлых и темных полос различного вида в зависимости от формы отверстий или препятствий. Для упрощения расчетов Френелем был предложен метод определения положения этих полос, получивший название «метод зон Френеля».

Рассмотрим дифракцию на круглом отверстии (рис. 3).

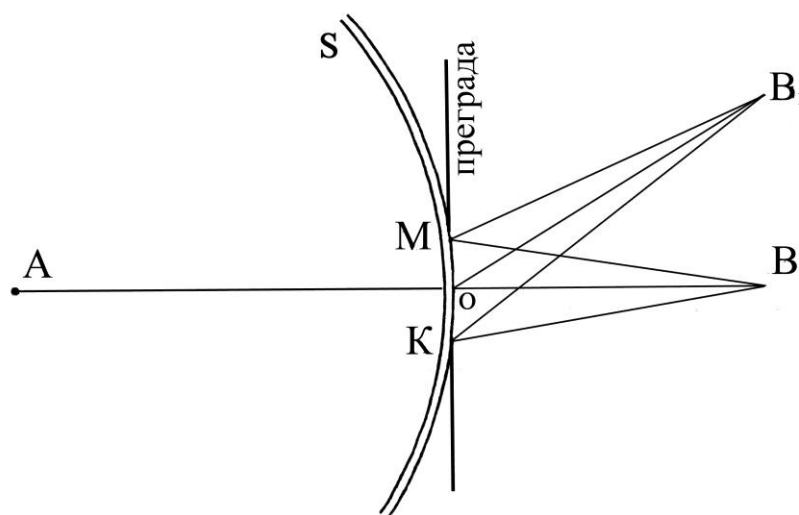


Рис. 3

Предположим, что световая волна, испущенная из точки А, проходит через малое отверстие КМ и наблюдается в точке В. Если отверстие мало, так что  $KB - OB \ll \lambda$ , то все лучи придут в точку В в одной фазе

и усилят друг друга. То же самое будет наблюдаться и для точки В<sub>1</sub>, поэтому все световые волны, прошедшие малое отверстие, расходятся «во все стороны», и его можно рассматривать как вторичный источник волн согласно принципу Гюйгенса.

Начнём увеличивать размер отверстия КМ, при этом интенсивность света в точке наблюдения сначала будет возрастать за счёт увеличения излучающей свет площади (в точку В приходит свет от всех участков отверстия). Однако постепенно разность фаз между крайним лучом КВ и центральным ОВ растёт, и, когда она станет равной  $\pi$  ( $KB - OB = \frac{\lambda}{2}$ ), волны, приходящие от края отверстия, будут «гасить» волны, идущие от его центра. Следовательно, при дальнейшем увеличении отверстия интенсивность света в точке В начнёт уменьшаться. Согласно Френелю назовём участок волнового фронта S, ближайший к точке наблюдения В, все волны от которого, приходя в эту точку, усиливают друг друга, *центральной (первой) зоной Френеля*. Продолжая рассуждать

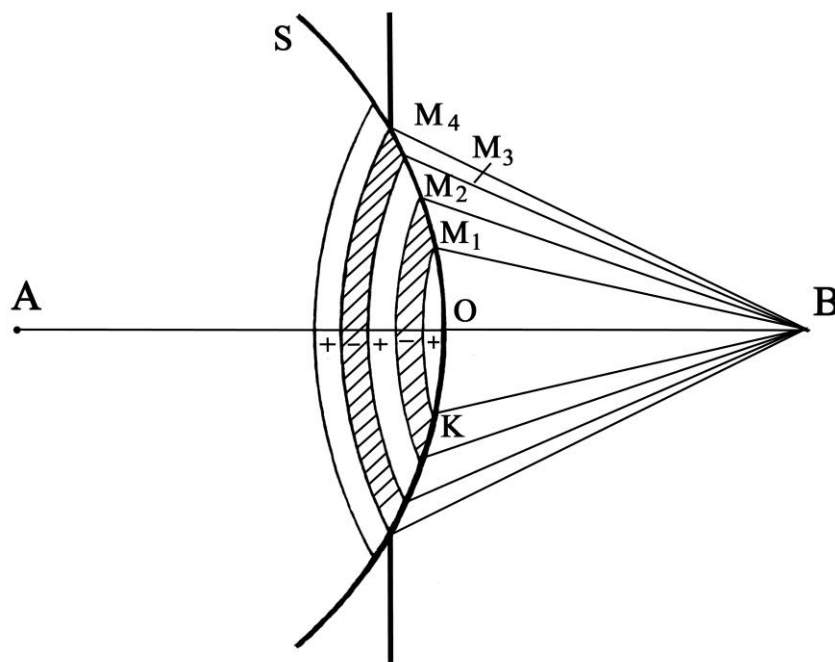


Рис. 4

аналогичным образом, мы можем (увеличивая размер отверстия) последовательно выделить на волновом фронте S и другие зоны (см. рис. 4), условно заштриховывая их через одну, чтобы подчеркнуть факт наличия изменения фазы вторичной волны в точке В (знаки «+» и «-» на рис. 4 приведены

для наглядности).

Очевидно, зоны построены так, что

$$M_1B - OB = M_2B - M_1B = M_3B - M_2B = \dots = \frac{\lambda}{2}.$$

Таким образом, волны, приходящие от одной зоны Френеля, всегда усиливают друг друга, а волны, приходящие от соседних зон, гасят друг друга.

Можно показать, что площади зон Френеля (следовательно - и амплитуды излучаемых ими вторичных волн) приблизительно равны. Это позволяет сравнительно просто оценить амплитуду световой волны в точке наблюдения. Действительно, результирующая (суммарная) амплитуда  $A$  в этой точке будет определяться так:

одна зона Френеля  $A=A_1$  (наблюдается максимум),

две зоны Френеля  $A=A_1-A_2\approx 0$  (наблюдается минимум) и т.д.

При полностью открытом фронте (с учётом убывания амплитуд) амплитуду можно представить так:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots = \frac{A_1}{2}, \quad (1)$$

откуда следует, что в этом случае интенсивность прошедшего света  $J$ , ( $J \sim A^2$ ) в четыре раза меньше, чем в случае малого отверстия, размер которого соответствует одной зоне Френеля.

На рис. 4 размер отверстия подобран так, что в нём укладывается четыре зоны Френеля, поэтому в точке В мы практически не обнаружим заметной интенсивности света, так как  $A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \approx 0$ .

## Дифракция на щели

Рассмотрим дифракцию параллельного пучка света на прямой узкой щели, вырезанной в непрозрачной преграде 1 (рис. 5). Выберем ширину щели  $a$ , сравнимую с длиной волны света (например,  $a=4\lambda$ ).

Картину дифракции мы будем наблюдать на экране 2 после прохождения интерферирующими лучами света собирающей линзы 3, которая играет роль сумматора (интегратора) таких лучей в своей фокальной плоскости, совпадающей с плоскостью экрана 2 (картину дифракции можно наблюдать и на сетчатке глаза).

Пусть плоская волна падает на преграду 1 так, что её фронт (поверхность одинаковой фазы) будет параллелен плоскости преграды. Дойдя до щели АВ, все точки фронта волны, согласно принципу Гюйгенса – Френеля, будут являться новыми источниками волн, распространяющихся во все стороны за щелью. В каждой точке экрана 2 собираются лучи, идущие параллельно друг другу, и результат определяется их интерференцией. Это означает, что мы можем

Очевидно, что для точки  $O'$  будет наблюдаться сложение волн с одинаковыми фазами, так как волны, например распространяющиеся из точек  $A$  и  $B$ , проходят одинаковые пути ( $AO' = BO'$ ), вследствие чего интенсивность света в точке  $O'$  будет максимальной. В других же местах экрана интенсивность света будет зависеть от геометрической разности хода интерферирующих лучей.


$$Z = \frac{a \cdot \sin \varphi}{\lambda / 2} \quad (2)$$

7

понятно, что в точке М будет наблюдаться нулевая интенсивность света, так как число зон Френеля чётное ( $Z=2k=4$ ), а в точке М' интенсивность света максимальна, так как число зон Френеля нечётное ( $Z=2k+1=5$ ; на рис. 5 для упрощения чертежа построение зон для М' не приведено).

В общем случае на экране наблюдаются:

- максимумы освещённости при  $a \cdot \sin \varphi_{\max} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$  ;
- минимумы освещённости при  $a \cdot \sin \varphi_{\min} = 2k \frac{\lambda}{2}$  .

На рис. 5 внизу сплошной линией показано распределение интенсивности дифрагированного света вдоль плоскости экрана 2, из которого следует наличие повторяющихся максимумов и минимумов освещённости, спадающих по амплитуде с увеличением расстояния от точки О'. На рис. 5 интенсивность боковых максимумов сильно преувеличена, на самом деле интенсивность первых максимумов составляет около 10 % от центрального.

Проанализируем полученные результаты:

1). Свет, пройдя через щель шириной  $a \sim \lambda$  , не образовал чёткой «геометрической» тени, при этом его интенсивность после прохождения изменяется сложным образом, образуя симметричную (относительно щели) зависимость с максимумом в точке О'.

2). Зная ширину щели и значение любого из углов  $\varphi_{\max}$  (или  $\varphi_{\min}$  ) легко рассчитать из (2) длину волны света путём прямых измерений;

3). Освещая щель параллельным пучком немонахроматического света, можно наблюдать сложную картину регулярно чередующихся максимумов и минимумов различных цветов (длин волн), то есть получить дифракционное разложение сложного света в спектр. (Для центрального максимума разложение в спектр не происходит.)

Последний вывод особенно важен, так как благодаря ему появилась возможность применения дифракции световых волн на щели с целью разложения сложного света в спектр. Однако щель дает широкие, плавно переходящие друг в друга максимумы, что делает невозможным точное определение длины волн. Для проведения высококачественного спектрального анализа применяют дифракцию света на многощелевых преградах, называемых дифракционными решётками.

## Дифракционная решетка

Дифракционная решётка представляет собой прозрачную полированную плоскопараллельную пластинку, на поверхность которой через равные промежутки  $d$  (постоянная решётки) наносятся царапины шириной  $b$ , образующие за счёт сильного рассеивания света непрозрачные промежутки (см. рис. 6). Таким образом, дифракционная решётка является совокупностью параллельных прямых щелей шириной  $a$ , расположенных на расстоянии  $d=a+b$  друг от друга. Величина постоянной решётки выбирается весьма малой, так что в обычно используемых решётках число щелей доходит до 1000 на 1мм длины.

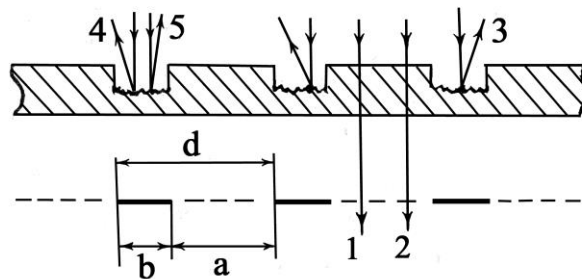


Рис. 6

Для пояснения действия дифракционной решётки, которая представляет собой совокупность  $N$  щелей, рассмотрим образование дифракционной картины от двух щелей ( $N=2$ ) шириной  $a$  каждая, расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга (см. рис.7).

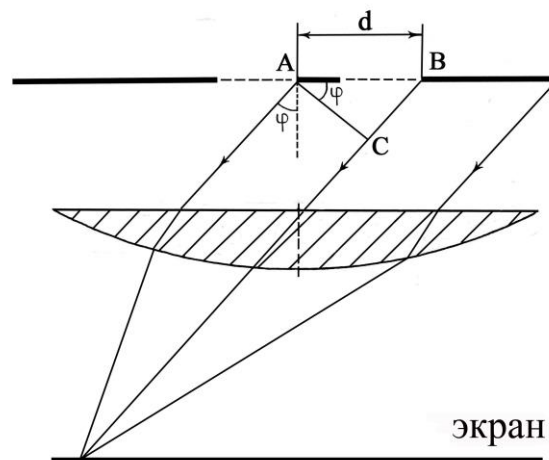


Рис. 7

Согласно принципу Гюйгенса – Френеля, плоскости щелей становятся источниками вторичных волн, распространяющихся по всем направлениям. В каждую точку экрана приходят вторичные волны от всех щелей, и результат определяется их интерференцией. Так как экран находится в фокальной плоскости линзы, то в любую точку экрана приходят лучи, падающие на линзу параллельно друг другу. Рассмотрим волны, распространяющиеся от обеих щелей в направлении, определяемом произвольным углом  $\varphi$ . Разность хода между волнами от краёв щелей равна длине отрезка **BC**. Если на этом отрезке укладывается целое число длин волн, то волны от щелей, складываясь, будут усиливать друг друга, то есть дадут максимум освещённости. Из прямоугольного треугольника **ABC** вычислим разность хода  $BC = d \sin \varphi$ . Максимумы будут наблюдаться под углами  $\varphi_k$ , определяемыми условием:

$$d \cdot \sin \varphi_k = k \cdot \lambda, \quad (4)$$

где  $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  - порядковый номер максимума.  $k=0$  соответствует центральному максимуму. Таким образом,  $\varphi_k$  является углом между направлением на центральный максимум и максимум с номером  $k$ .

В случае многощелевой решётки максимумы имеют те же положения, что и для  $N=2$ , так как при этом лучи от всех щелей приходят в одинаковых фазах и усиливают друг друга. В остальных точках экрана они практически полностью гасятся. Наиболее важным преимуществом многощелевой решётки является то, что максимумы на дифракционной картине, полученной от неё, сильно сужены по сравнению с вариантом дифракции на двух щелях.

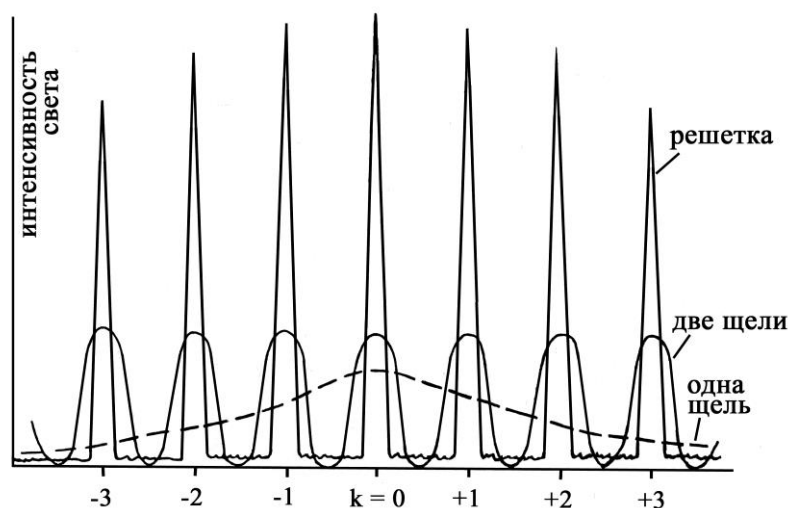


Рис. 8

На рис. 8 приведён вид дифракционного спектра многощелевой решётки в сравнении со спектрами, полученными при дифракции на одной и двух щелях, при этом размеры щелей и расстояния между ними в обоих случаях одинаковы. Из данного рисунка следует, что реализуемая на опыте точность отсчёта углов  $\varphi_k$  в дифракционном спектре решётки значительно выше, нежели при анализе спектра, полученного от двух щелей. Это, в свою очередь, позволяет уменьшить погрешность в определении длины световой волны таким методом, а также наблюдать отдельно близкие спектральные линии, то есть повысить *разрешающую способность*.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3-31

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ С ПОМОЩЬЮ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЁТКИ

*Цель работы:* Измерить длину волны спектральной линии в спектре ртутной лампы, полученном с помощью дифракционной решётки с известным периодом  $d$ .

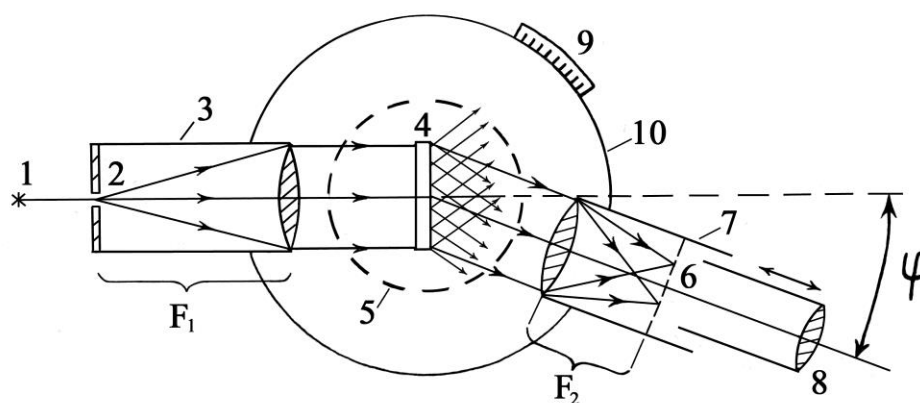


Рис. 9

### *Описание установки*

Схематическое изображение установки приведено на рис. 9, где 1 – источник света; 2 – прямоугольная щель, находящаяся в фокусе собирающей линзы (объектива) коллиматорной трубы 3, дающей параллельный пучок лучей, падающих перпендикулярно на дифракционную решётку 4, установленную на плоском столике 5. Дифрагированные пучки света образуют интерференционную картину в фокальной плоскости объектива зрительной трубы 7, которую можно отчётливо наблюдать через окуляр 8, способный перемещаться вдоль оси зрительной трубы для наводки на резкость. Наводка зрительной трубы на нужный максимум и измерение угла  $\varphi$  производится при помощи поворота трубы 7 вокруг столика 5 с расположенной на нём дифракционной решёткой и отсчёта угла по нониусу 9, присоединённому к отсчётному угломерному кругу (лимбу) 10.

### *Порядок выполнения работы*

1. Снять со столика дифракционную решётку и установить источник света против щели коллиматорной трубы. В качестве источника света обычно используется ртутная лампа, дающая достаточно яркий линейчатый спектр излучения, представляющий собой набор нескольких дискретных волн света, видимых глазом как цветные полосы. Поворачивать зрительную трубу до тех пор, пока окулярная отсчётная щель не совместится с серединой светлого изображения щели. Для более точных отсчётов ширину щели надо сделать с помощью регулировочного винта достаточно узкой, но с сохранением хорошей видимости. Отыскав положение зрительной трубы, при котором отсчётная нить расположена в центре изображения щели,

сделать отсчёт по лимбу (целые значения угловых градусов) и нониусу (угловые минуты) угла  $\alpha_0$ , соответствующего положению изображения щели.

2. Установить на столик решётку так, чтобы её штрихи были вертикальны, а плоскость перпендикулярна к оси коллиматорной трубы. При этом на месте изображения щели возникает белый максимум нулевого порядка ( $k=0$ ), а по обе стороны от него расположены дифракционные максимумы более высоких порядков в виде ярких цветных полосок.

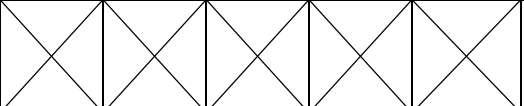
Совместив отсчётную нить трубы с нулевым максимумом, выполнить отсчёт  $\alpha_0$ . Затем повернуть зрительную трубу так, чтобы отсчётная нить стала на середине первого левого (от центрального) максимума выбранного цвета (цвет, т.е. спектральную линию, берут по указанию преподавателя), и сделать отсчёт  $\alpha_1$ . После этого перевести отсчётную нить на второй левый максимум (того же цвета) и отсчитать  $\alpha_2$  и так далее, до пятого ( $k=5$ ) видимого максимума.

Вновь навести нить на нулевой максимум, и измерить  $\alpha_0$ , а затем - на первый, второй и другие правые максимумы, так же как и при отсчёте левых.

Измерить  $\alpha_0$  после окончания отсчёта для правых максимумов. Из четырёх значений  $\alpha_0$  (одно берётся из п.1, три – из п. 2) вычисляют среднее значение.

3. Полученные результаты заносят в таблицу.

| k | $\alpha_0$<br>град<br>д | $\alpha_k$<br>град | $\alpha'_k$<br>град | $\varphi_k$<br>град | $\varphi'_k$<br>град | $\overline{\varphi}_k$<br>град | $\lambda_k$<br>нм | $\Delta\lambda_k$<br>нм | $(\Delta\lambda_k)^2$<br>(нм) <sup>2</sup> |                                 |
|---|-------------------------|--------------------|---------------------|---------------------|----------------------|--------------------------------|-------------------|-------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------|
| 1 |                         |                    |                     |                     |                      |                                |                   |                         |                                            | $S_{\bar{\lambda}} =$           |
| 2 |                         |                    |                     |                     |                      |                                |                   |                         |                                            | $\Delta\lambda_{\text{сист}}=0$ |
| 3 |                         |                    |                     |                     |                      |                                |                   |                         |                                            | $\overline{\Delta\lambda} =$    |
| 4 |                         |                    |                     |                     |                      |                                |                   |                         |                                            |                                 |
| 5 |                         |                    |                     |                     |                      |                                |                   |                         |                                            |                                 |

|         |  |                                                                                   |                   |             |
|---------|--|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------|-------------|
| Среднее |  |  | $S_{\lambda}^2 =$ | $\lambda =$ |
|---------|--|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------|-------------|

Постоянная решётки  $d$  указана на самой решетке. Углы  $\varphi_k$  получены путём вычитания из соответствующего отсчёта среднего значения  $\alpha_0$ , т.е.  $\varphi_k = |\alpha_k - \overline{\alpha_0}|$ . Все  $\varphi_k$  принимаются положительными. Вычислив таким образом все  $\varphi_k$  и  $\varphi'_k$ , взять из каждой пары (для одного и того же порядка  $k$ ) среднее значение и по формуле дифракционной решетки

$$\lambda_k = \frac{d \cdot \sin \overline{\varphi_k}}{k}$$

вычислить  $\lambda_k$ . Окончательным результатом будет среднее значение длины волн  $\lambda$ , найденных для всех измеренных максимумов. Из приведённой выше формулы видно, что  $\lambda$  получается в тех же единицах измерения, что и постоянная решётки  $d$ . Обычно длину волны выражают в нанометрах (нм), поэтому и  $d$  следует выражать в нм ( $1\text{ нм} = 10^{-9}\text{ м} = 10^{-6}\text{ мм}$ ).

### Примечания

1. При выполнении измерений нельзя трогать зрительную трубу и сдвигать всю установку с места. При наводке на нужную линию трубу поворачивают, держа её за подставку.

2. В процессе измерений точность определения углов должна быть не ниже  $10'$  (десять угловых минут). Если при повторных измерениях значения  $\alpha_0$  отличаются более чем на  $10'$ , то все измерения надо сделать заново.

3. По указанию преподавателя производится определение второй неизвестной длины волны  $\lambda_2$  по следующей методике. Сначала необходимо рассмотреть спектры высоких порядков ( $k \gg 2$ ) с целью обнаружения «наложения» спектральной линии  $\lambda_2$  с линией волны в  $m$ -ом порядке на линию  $\lambda_1$  в  $n$ -ом порядке. Здесь  $\lambda_1$  – заранее

определённая (по ранее описанной методике) длина волны света. После этого определяют  $\lambda_2$  из соотношения:  $\lambda_2 = \frac{n}{m} \lambda_1$ , которое следует из (4).

### *Вопросы и задачи*

1. На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующий второй светлой дифракционной полосе,  $\varphi = 1^\circ$ . Скольким длинам волн падающего света равна ширина щели?

2. В п. 3 «Примечания» приведена формула (5), позволяющая определить неизвестную длину волны света  $\lambda_2$  по её «наложению» в спектре высокого порядка на уже известную  $\lambda_1$ . Приведите подробный вывод этой формулы.

3. Что изменилось бы в дифракционной картине на рис.5, если бы:

а). На отрезке ВС уложились бы пять зон Френеля? б). Длина волны падающего света увеличилась бы в два раза?

4. Предположим, что на дифракционную решётку с периодом  $d$  падает сложный свет, состоящий из двух монохроматических волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , мало отличающихся по величине ( $\Delta\lambda = |\lambda_1 - \lambda_2| \ll \lambda_1, \lambda_2$ ). В спектре какого порядка ( $K_1=2$  или  $K_2=5$ ) будет более удобно наблюдать соответствующие этим волнам спектральные линии и почему? Подтвердить расчётом.

5. На дифракционную решётку, содержащую 100 штрихов на каждый миллиметр, падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба наведена на максимум третьего порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, её надо повернуть на угол  $\Delta\varphi = 20^\circ$ . Определить длину световой волны.

6. На круглое отверстие диаметром 4 мм падает нормально параллельный пучок лучей ( $\lambda = 500$  нм). Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии 1 м от него. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Тёмное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины? (Радиусы зон Френеля в данном случае можно рассчитать по формуле  $\rho_k = \sqrt{k r_o \lambda}$ , где  $k$  – номер

зоны,  $r_o$  – расстояние от отверстия до точки наблюдения на оси отверстия,  $\lambda$  – длина световой волны).

7. Монохроматический свет ( $\lambda = 500$  нм) падает нормально на круглое отверстие диаметром 1 см. На каком расстоянии от отверстия должна находиться точка наблюдения, чтобы в отверстии помещалась одна зона Френеля?

8. Как будет изменяться интенсивность света в точке наблюдения В на рис. 4, если при постоянном диаметре отверстия в экране её перемещают вправо? Объяснить, используя теорию «Зон Френеля».

9. Почему интенсивность в центре дифракционной картины для круглого отверстия зависит от диаметра отверстия.

### ТЕМА 3-4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

Световая волна представляет собой распространение в пространстве колебаний электромагнитного поля, характеризуемого изменением во времени и пространстве векторов напряжённости

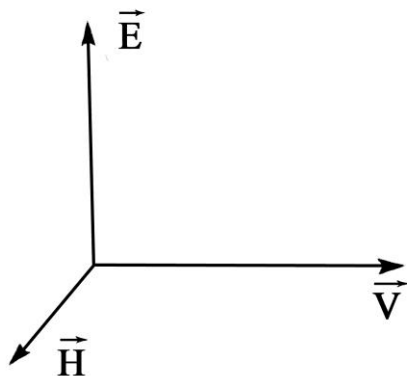


Рис. 1

электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{H}$  полей. Из теории электромагнитного поля Максвелла следует, что  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  всегда перпендикулярны друг другу и вектору скорости волны  $\vec{V}$ . Это означает, что световые волны поперечны (рис. 1).

В большинстве явлений, связанных со светом, наиболее существенно значение вектора  $\vec{E}$ . При этом

задание направления вектора  $\vec{E}$  однозначно определяет и направление вектора  $\vec{H}$ . Поэтому в дальнейшем мы будем говорить только о векторе  $\vec{E}$ .

Из опыта известно, что в свете обычных источников нет выделенного направления колебаний. Другими словами, в разных точках вдоль луча в данный момент времени вектор  $\vec{E}$  направлен произвольно в плоскости, перпендикулярной лучу. Если же понаблюдать за одной точкой луча, то в ней вектор  $\vec{E}$  хаотически меняет своё направление во времени. Такой свет, в котором направление колебаний вектора  $\vec{E}$  хаотически меняется, и, следовательно, любое направление его в плоскости, перпендикулярной лучу, равновероятно, называется естественным или неполяризованным. Хаотическое изменение направления колебаний света от естественных источников объясняется тем, что свет испускается независимо отдельными атомами. Каждый атом излучает свет порциями (*квантами* или *фотонами*) в течение  $10^{-8}$ - $10^{-10}$  с, причём направление колебаний вектора  $\vec{E}$  в испускаемом атомом кванте случайно. Разными способами можно получить свет, в котором направление колебаний вектора  $\vec{E}$  каким-либо способом упорядочено. Такой свет называется поляризованным. Простейшим и наиболее важным является случай, когда колебания вектора  $\vec{E}$  происходят в одной плоскости (сохраняют постоянное направление). Такой свет называется *линейно поляризованным* или *плоско поляризованным*. Плоскость, проведенная через направление колебаний вектора  $\vec{E}$  и направление распространения световой волны, называется плоскостью колебаний или плоскостью поляризации. Схематично направление колебаний вектора  $\vec{E}$  в разные моменты времени в естественном (а) и линейно поляризованном свете (б) показано на рис. 2.

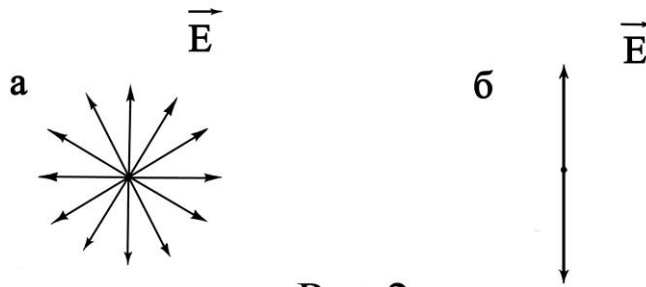


Рис.2

В ряде оптических явлений (отражение, преломление) происходит поляризация света. Она объясняется зависимостью оптических характеристик (коэффициент отражения, коэффициент преломления и т.д.) от направления вектора  $\vec{E}$ .

Плоско поляризованный свет можно получить с помощью различных устройств, называемых **поляризаторами**. В каждом поляризаторе

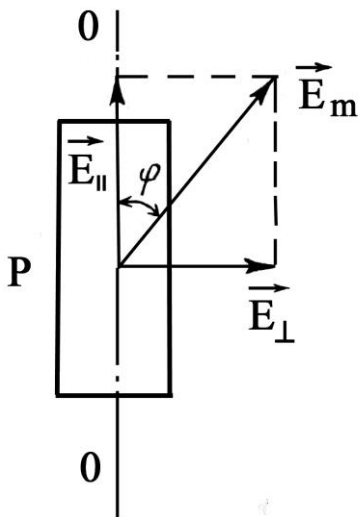


Рис. 3

имеется такое направление, где прибор полностью пропускает падающий на него свет, если колебания вектора  $\vec{E}$  в световой волне происходят в этом направлении. Это направление называется главной плоскостью поляризатора (оно указывается на поляризаторе или совпадает с нулем круговой шкалы). Если же вектор  $\vec{E}$  перпендикулярен главной плоскости, то он полностью гасится. Если направление  $\vec{E}$  составляет с главной плоскостью поляризатора угол  $\varphi \neq 0$ , то интенсивность света, прошедшего

поляризатор, уменьшится. На рис.3: 00 – главная плоскость поляризатора P. Направление плоскости колебаний вектора  $\vec{E}$  составляет с плоскостью 00 угол  $\varphi$ .

Разложим вектор  $\vec{E}_m$  амплитуды  $\vec{E}$  на составляющую  $\vec{E}_{\parallel}$ , лежащую в главной плоскости поляризатора, и  $\vec{E}_{\perp}$ , перпендикулярную 00. Поляризатор полностью пропустит колебания с амплитудой

$$E_{\parallel} = E_m \cos \varphi \quad (1)$$

и полностью задержит колебания  $\overrightarrow{E_{\perp}}$ .

Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, то из уравнения (1), возводя обе части в квадрат, получим

$$J = J_0 \cdot \cos^2 \varphi, \quad (2)$$

где  $J_0$  – интенсивность плоско поляризованного света, падающего на поляризатор,  $\varphi$  – угол между плоскостью колебаний светового вектора и главной плоскостью поляризатора,  $J$  – интенсивность света, прошедшего поляризатор.

Выражение (2) представляет собой **закон Малюса**.

Обычно в опытах используют два поляризатора. Первый превращает падающий на него естественный свет в линейно поляризованный, а второй, который в этом случае называется анализатором, позволяет определить направление поляризации света. Если пренебречь поглощением света в поляризаторе, то при падении на него естественного света с интенсивностью  $J_{\text{ест}}$  из него выходит плоско поляризованный свет с интенсивностью  $J_0 = \frac{1}{2} J_{\text{ест}}$ . Таким образом, если на анализатор падает неполяризованный свет, то при вращении анализатора интенсивность прошедшего через него света не изменяется. Если же на анализатор падает поляризованный свет, то интенсивность прошедшего через него света изменяется согласно закону Малюса. В этом случае закон Малюса даёт интенсивность света  $J$ , вышедшего из анализатора, а угол  $\varphi$  есть угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора.

## Поляризация света при отражении и преломлении

Используя поляризатор, можно показать, что при падении света на поверхность раздела двух диэлектриков, например воздуха и стеклянной пластинки, происходит поляризация света. Отражённый и

преломленный лучи оказываются частично поляризованными, причём в отражённом свете преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения, а в преломленном – колебания, лежащие в плоскости падения. Степень поляризации меняется с изменением угла падения. Английский физик Брюстер установил, что при угле падения  $\alpha_0$ , для которого  $\operatorname{tg} \alpha_B = n_2 / n_1$ , где  $n_1$  и  $n_2$  – показатели преломления первой и второй среды, отражённый луч полностью поляризован, преломленный же луч и в этом случае будет поляризован только частично (закон Брюстера).

Легко показать, что при падении света под углом Брюстера отражённый и преломлённый лучи перпендикулярны друг другу.

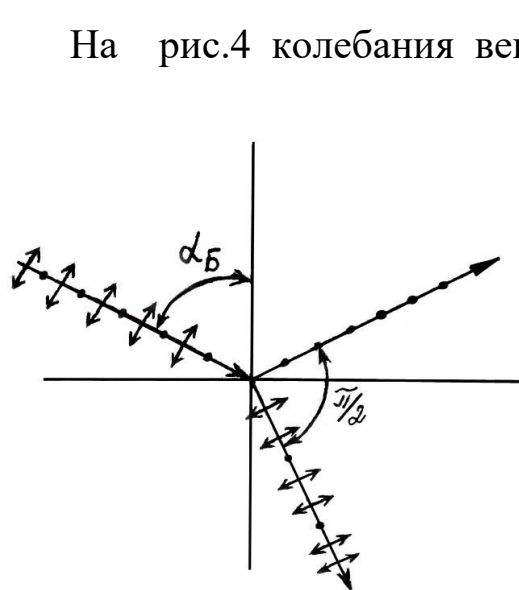


Рис.4

На рис.4 колебания вектора  $\vec{E}$  в плоскости рисунка показаны стрелочками, а перпендикулярные этой плоскости – точками. Явления, имеющие место при падении света на границу раздела двух сред, в том числе и поляризационные, могут быть объяснены с помощью формул Френеля, которые выводятся на основе электромагнитной теории Максвелла. Поляризация света при отражении обусловлена зависимостью коэффициента отражения света от направления колебаний вектора  $\vec{E}$  относительно плоскости падения. Коэффициент отражения

$\rho = J_{\text{отр}} / J_{\text{пад}}$  показывает, какая часть падающего света отражается.

Обозначим  $\rho_{\parallel}$  – коэффициент отражения света, в котором вектор напряжённости электрического поля колеблется параллельно плоскости падения, а  $\rho_{\perp}$  – перпендикулярно. Эти коэффициенты зависят от угла падения. Эта зависимость описывается формулами Френеля:

$$\rho_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}^2(\alpha + \beta)}; \quad \rho_{\perp} = \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)},$$

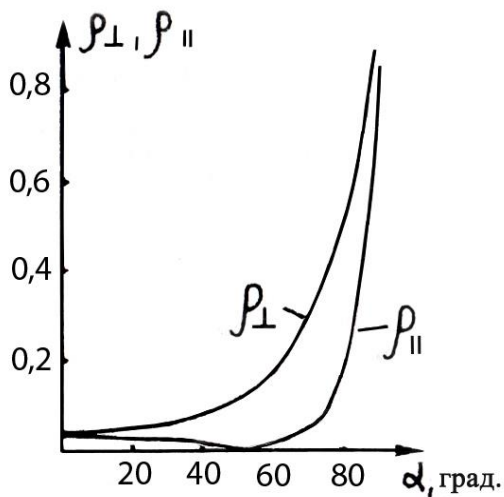


Рис. 5

где  $\alpha$  – угол падения,  $\beta$  – угол преломления. При нормальном падении света ( $\alpha=0$ ) коэффициент отражения не зависит от состояния поляризации и определяется по

формуле  $\rho = \frac{(n_{12}-1)^2}{(n_{12}+1)^2}$ , где  $n_{12}=n_2/n_1$

– показатель преломления второй среды относительно первой.

Зависимость  $\rho_{\perp}$  и  $\rho_{\parallel}$  от угла падения для сред воздух-стекло изображена на рис. 5.

Видно, что  $\rho_{\perp}$  монотонно возрастает с увеличением угла падения,  $\rho_{\parallel}$  – сначала убывает, при угле, равном углу Брюстера, обращается в ноль, а затем возрастает. Так как  $\rho_{\perp}$  всегда больше  $\rho_{\parallel}$ , то отражённая волна частично поляризована в направлении, перпендикулярном плоскости падения.

## Двойное лучепреломление, призма Николя

Некоторые кристаллы обладают свойством разделять произвольно падающий на их поверхность естественный световой луч на два луча, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях. Один из лучей лежит в плоскости падения и подчиняется закону преломления света, поэтому он называется **обыкновенным**. Второй луч обычно не лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к поверхности. Кроме того, для данного луча отношение синусов угла падения и угла преломления не остаётся постоянным при изменении угла падения, поэтому этот луч называют **необыкновенным**. Расщепление светового луча в кристалле показано на рис. 6.

Явление расщепления падающего луча на два преломленных, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, называется **двойным лучепреломлением**.

Двойное лучепреломление наблюдается в тех кристаллах, в которых



Рис. 6

показатель преломления  $n$  зависит от направления вектора  $\vec{E}$ . Напомним, что  $n = \sqrt{\varepsilon}$ , где  $\varepsilon$  диэлектрическая проницаемость, которая также зависит от направления вектора  $\vec{E}$  в кристалле. Среда, физические свойства которой зависят от направления, называется *анизотропными*, среда, свойства которой

одинаковы во всех направлениях – *изотропными*. Так как показатель преломления определяется скоростью распространения света в кристалле, то и скорости для обыкновенного и необыкновенного луча различны.

Таким образом, кристалл характеризуется показателем преломления обыкновенного луча,

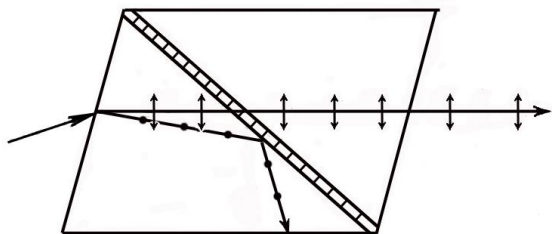


Рис. 7

равным  $n_o = \frac{c}{v_o}$ , показателем

преломления необыкновенного луча

$n_e = \frac{c}{v_e}$ ;  $v_o$  и  $v_e$  – скорость

обыкновенного и необыкновенного лучей. Из рис. 6 видно, что если вектор  $\vec{E}$  лежит в плоскости падения, то при изменении угла

падения меняется направление  $\vec{E}$ , что приводит к изменению показателя преломления. Для обыкновенного луча направление вектора  $\vec{E}$  не зависит от угла падения.

Явление двойного лучепреломления используется для получения линейно поляризованного света в призме Николя, схематически изображённой на рис. 7.

Для её изготовления кристалл из исландского шпата (одна из разновидностей  $\text{CaCO}_3$ ) в виде призмы разрезается по диагонали и склеивается прозрачным клеем, показатель преломления которого  $n=1,550$  имеет промежуточное значение между показателем преломления исландского шпата для обыкновенного ( $n_0=1,658$ ) и необыкновенного ( $n_e=1,486$ ) лучей, идущих в призме в указанном на рис. 7 направлении. На границе с клеем обыкновенный луч испытывает полное внутреннее отражение и, попав на зачернённую внутреннюю поверхность, поглощается. Необыкновенный луч не испытывает полного внутреннего отражения и проходит сквозь призму. Вышедший свет будет, таким образом, линейно поляризован.

В изотропных средах, таких например, как обычное или органическое стекло, нет двойного лучепреломления. Но если их подвергнуть механическим напряжениям, то возникает анизотропия (искусственная анизотропия) и в них наблюдается двойное лучепреломление. При этом разница показателей преломления обыкновенного и необыкновенного луча пропорциональна приложенному напряжению. Это позволяет изучать распределение напряжений в прозрачных моделях деталей сложной формы.

## Вращение плоскости поляризации

Некоторые вещества обладают свойством поворачивать плоскость поляризации проходящего через них линейно поляризованного света. Это явление называется *оптической активностью*, а сами вещества - *оптически активными*. К ним относятся многие кристаллические вещества (например кварц, киноварь), чистые жидкости (скипидар), растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (водные растворы сахара, винной кислоты и т.д.). Для кристаллических веществ угол поворота максимален, когда луч света параллелен оптической оси кристалла. Величина поворота угла вычисляется по формуле  $\varphi = \alpha d$ , где  $\alpha$  - постоянная вращения (зависит от природы кристалла и длины волны света),  $d$  – толщина образца.

Для растворов угол поворота пропорционален концентрации оптически активного вещества  $C$  и толщине слоя раствора  $d$ :

$$\varphi = \alpha c d .$$

Коэффициент  $\alpha$  называется *постоянной вращения* или *удельным вращением*, зависит от природы вещества, от длины волны света и

температуры.  $\alpha$  зависит также от природы растворителя и не зависит от концентрации. Явление оптической активности наблюдается тогда, когда оптическая среда состоит из молекул, которые способны существовать в виде двух форм, которые относятся друг к другу, как предмет к своему зеркальному изображению. В этом случае оптическая активность наблюдается в любом состоянии: жидком, аморфном и кристаллическом. Такие молекулы не имеют центра симметрии и плоскости симметрии (асимметричные молекулы). В случае кристаллов оптическая активность наблюдается и тогда, когда атомы или молекулы, составляющие кристалл, симметричны, но асимметрия присуща кристаллической решётке в целом.

### *Вопросы и задачи*

1. Интенсивность естественного света  $J_0$ . Каковы средние значения интенсивности и амплитуд колебаний электрического вектора во взаимно перпендикулярных плоскостях, содержащих луч?

2. Под каким углом должен падать пучок света из воздуха на поверхность жидкости, чтобы при отражении от дна стеклянного сосуда ( $n_1=1,5$ ), наполненного водой ( $n_2=1,33$ ), свет был полностью поляризован?

3. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отражённые от поверхности озера, были максимально поляризованы?

4. Найти коэффициент преломления: а) непрозрачной эмали, для которой угол полной поляризации при отражении оказался равным  $58^\circ$ ; б) прозрачного вещества, для которого предельный угол полного отражения равен углу Брюстера.

5. При каком угле между плоскостями двух николей (анализатора и поляризатора) освещённость на экране, создаваемая прошедшим светом, равна половине максимальной?

6. Главные плоскости двух призм Николя образуют между собой угол в  $30^\circ$ . Как изменится интенсивность прошедшего света, если плоскости поставить под углом  $45^\circ$ ?

7. Определить толщину кварцевой пластинки, для которой угол поворота плоскости поляризации света с длиной волны 509 нм равен  $180^\circ$ . Постоянная вращения в кварце для этой длины волны равна  $29.7 \text{ град} \cdot \text{мм}^{-1}$ .

8. Пластика кварца толщиной  $d = 1$  мм, вырезанная перпендикулярно к оптической оси и помещенная между двумя параллельными николями, поворачивает плоскость поляризации на угол  $\varphi = 20^\circ$ . При какой толщине кварцевой пластинки свет этой же длины волны не будет выходить из второго николя?

9. Свет проходит через систему из двух скрещенных николей, между которыми расположена кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Определить максимальную толщину пластинки, при которой свет с длиной волны 436 нм будет полностью задерживаться, а свет с длиной волны 497 нм – пропускаться наполовину. Постоянная вращения в кварце для этих длин волн равна соответственно 45 и 30 град·мм<sup>-1</sup>.

10. Найти скорость распространения обыкновенного и необыкновенного луча в призме Николя.

11. На поверхность воды под углом Брюстера падает пучок плоско поляризованного света. Плоскость колебаний светового вектора составляет угол  $45^\circ$  с плоскостью падения. Найти коэффициент отражения, если для воды  $n = 1,33$ .

12. Пучок естественного света с интенсивностью  $J_0$  падает под углом Брюстера на поверхность воды ( $n = 1,33$ ), при этом часть света, равная 0,039, отражается. Вычислить интенсивность преломленного пучка.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3-41

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ВРАЩЕНИЯ РАСТВОРА САХАРА

*Цель работы:* Изучить зависимость поворота плоскости поляризации раствором сахара от концентрации раствора.

Вычислить величину удельного вращения сахара.

Определить неизвестную концентрацию сахара в растворе.

Для точного определения углов поворота плоскости поляризации служат приборы – поляриметры. Современные приборы позволяют быстро и легко определить углы поворота с точностью до  $0,01^\circ$ . Если

удельное вращение  $\alpha$  известно или определено экспериментально, то по углу поворота  $\varphi$  можно определить концентрацию вещества  $C$ . Поляриметры, специально предназначенные для этой цели, называются сахариметрами. Этот метод является основным для количественных определений концентрации сахара в технологическом процессе его производства. Оптическая схема поляриметра изображена на рис.1. Основными частями любого поляриметра являются две призмы Николя. Первая призма превращает естественный свет от лампочки накаливания в поляризованный и называется поляризатором. Вторая призма служит для определения направления поляризации и называется анализатором.

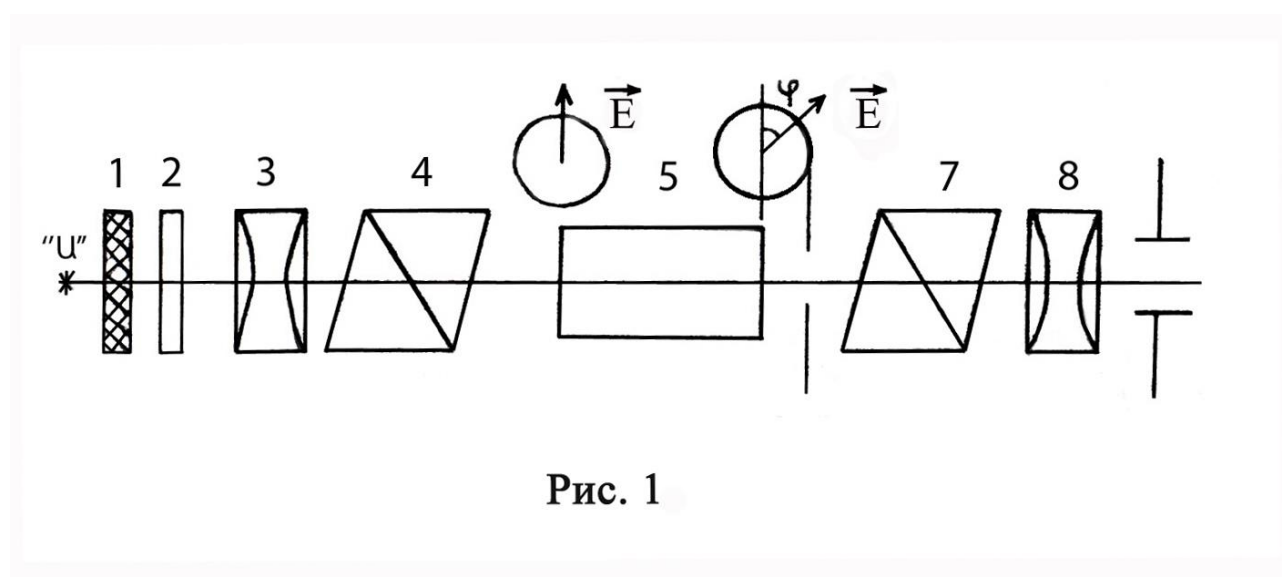


Рис. 1

Свет от источника «и» проходит через матовое стекло I, светофильтр 2, конденсор 3 и падает параллельным пучком на поляризатор 4.

Светофильтр 2 выделяет узкую область спектра. Это необходимо, так как постоянная вращения зависит от длины волны.

В корпус поляриметра помещена кювета 5 с оптически активным раствором. Кювета представляет собой стеклянную или металлическую трубку, закрываемую с торцов прозрачными стёклышками с помощью навинчивающихся колпачков. После кюветы свет проходит через анализатор 7, а затем окуляр 8. Для отсчёта угла поворота имеется основная шкала, разделённая на  $360^0$  и нониус, позволяющий отсчитывать углы с точностью до  $0,1^0$ . Считывание углов на нониусе производится с помощью лупы. Определение угла поворота плоскости поляризации основано на следующих соображениях. Если естественный монохроматический луч пройдёт через поляризатор, а затем через скрещенный с ним анализатор, то луч будет погашен. Если же после поляризатора внести активное вещество, то плоскость

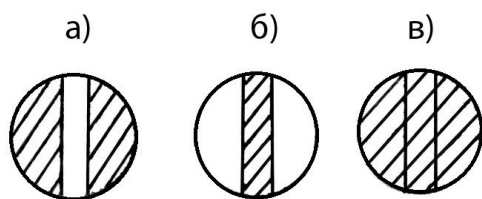


Рис. 2

повернётся на некоторый угол  $\varphi$  и свет пройдёт через анализатор, причём интенсивность прошедшего света зависит от угла поворота  $\varphi$ . Чтобы погасить этот свет, нужно повернуть анализатор на такой же угол  $\varphi$  в ту же сторону. Определение угла поворота плоскости поляризации по установке

анализатора на темноту не очень точно, так как человеческий глаз не может точно отметить положение, в котором анализатор установлен на полное затемнение. Поэтому применяются полутеневые анализаторы, устанавливаемые не на темноту поля зрения, а на равенство слабых освещённостей двух частей поля зрения. В нашей лаборатории используются поляриметры, в которых выделена средняя часть поля зрения (рис.2).

Отсчёт производится при равенстве освещённости обеих частей поля зрения (рис. 2б). При правильной установке анализатора поле зрения является тёмным и почти однородным (центральная полоса может несколько отличаться от крайних частей по цвету) и резко изменяться при малейшем повороте анализатора (на  $\pm 2^\circ$ ). Полутеневой анализатор как бы состоит из двух анализаторов, главные плоскости которых составляют небольшой угол друг с другом (рис.3). Правильная установка анализатора соответствует направлению вектора  $\vec{E}$  по биссектрисе тупого угла  $O_1 O O_2$  (рис.3). При этом проекции вектора  $\vec{E}$  на главные направления обоих анализаторов равны, малы по величине и резко изменяются при малых поворотах анализатора.

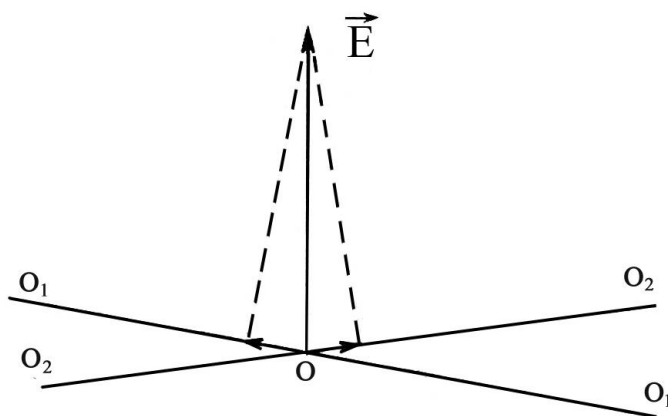


Рис.3

## Порядок выполнения работы

1. Познакомиться с угловой шкалой поляриметра, определить цену деления основной шкалы и точность, даваемую нониусом, пользование которым обязательно при производстве измерений. Отсчёты снимать, наблюдая шкалу с нониусом через лупу.

2. Определить нулевое положение ( $n_0$ ). Для этого необходимо отрегулировать положение лампы осветителя так, чтобы освещение поля зрения было достаточно сильным. Затем, перемещая муфту окуляра, сфокусировать его на резкое изображение. Вращая анализатор вправо или влево, следует добиться одинаковой освещённости частей поля зрения, причём освещённость поля зрения должна быть при этом незначительной и резко изменяться при малейшем повороте анализатора. Отсчитать показание  $n_0$  по шкале с нониусом. Повторить измерение три раза. За результат принимают среднее арифметическое значение измерений  $n_0$ . Показания записать в табл. 1.

3. Поместить в поляриметр кювету с раствором известной концентрации. Сфокусировать окуляр, выровнять освещённость поля зрения и снять отсчёты  $n_i$  несколько раз, и занести их в табл.1.

4. Выполнить пункт 3 для всех растворов известной концентрации.

5. Выполнить пункт 3 для раствора сахара неизвестной концентрации.

Таблица 1

| Номер измерения                           | $d, \text{ м}$ |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                           | $c, \%$        |       |       |       |       |       |       |
|                                           | $n_0$          | $n_1$ | $n_2$ | $n_3$ | $n_4$ | $n_5$ | $n_x$ |
| 1                                         |                |       |       |       |       |       |       |
| 2                                         |                |       |       |       |       |       |       |
| 3                                         |                |       |       |       |       |       |       |
| Среднее                                   |                |       |       |       |       |       |       |
| $\bar{\varphi}_i = \bar{n}_i - \bar{n}_0$ |                |       |       |       |       |       |       |
| $\alpha_i =$                              |                |       |       |       |       |       |       |

Таблица 2

| № измерения | $\alpha_i$ | $\Delta\alpha_i$       | $(\Delta\alpha_i)^2$ | Погрешность и результат          |
|-------------|------------|------------------------|----------------------|----------------------------------|
| 1           |            |                        |                      | $S_{\bar{\alpha}} =$             |
| 2           |            |                        |                      | $\Delta\alpha_{\text{сист}} = 0$ |
| 3           |            |                        |                      | $\Delta\alpha =$                 |
| 4           |            |                        |                      |                                  |
| 5           |            |                        |                      |                                  |
| Среднее     |            | $S_{\bar{\alpha}}^2 =$ |                      | $\bar{\alpha} =$                 |

### Оформление работы

6. Построить график зависимости угла поворота плоскости поляризации  $\varphi_i = n_i - n_o$  от концентрации. Если длина кювет разная, то необходимо пересчитать угол поворота на одну и ту же длину кюветы.

7. Вычислить  $\alpha_i = \frac{\varphi_i}{c \cdot d}$ , угол берётся в градусах,  $d$  – в метрах, концентрация - в кг/м<sup>3</sup>.

8. Рассчитать результат измерения  $\alpha$  и его погрешность по методу многократных косвенных измерений. Для этого заполнить табл.2.

9. Определить концентрацию неизвестного раствора сахара:

$$c_x = \frac{\bar{\varphi}_x}{\bar{\alpha} d}.$$

### Плотность раствора сахара

Для перевода концентрации раствора сахара из вес.% в кг/м<sup>3</sup> необходимо знать плотность  $\rho$  растворов сахара (см. табл. 3).

Таблица. 3

|                            |       |       |       |       |       |       |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| с, %                       | 5     | 10    | 15    | 20    | 25    | 30    |
| $\rho$ , г/см <sup>3</sup> | 1,020 | 1,040 | 1,061 | 1,083 | 1,106 | 1,129 |

## Библиографический список

1. Козырев, В.К., Максимов В.М., Поржецкий С.А., Федоров А.В. Оптика: методические указания к лабораторным работам № 3 –11, 3 – 12, 3 – 21 / СПб ГТУРП, СПб, 2011. -35 с. Режим доступа: <http://www.nizrp.narod.ru/opticamu.htm>. -ЭБ ВШТЭ.
2. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Часть 3. – М.: Наука, 1972 г. -200 с.
3. Савельев И.В. - Курс общей физики, том III. Оптика, атомная физика, атомного ядра и элементарных частиц. - М.: Наука, 1970. - 537с .

## Содержание

|                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Тема 3-3. Дифракция света .....                                                                      | 3  |
| Лабораторная работа № 3 – 31. Определение длины световой волны с помощью дифракционной решётки ..... | 11 |
| Тема 3 –4. Поляризация света .....                                                                   | 16 |
| Лабораторная работа № 3 – 41. Определение удельного вращения раствора сахара .....                   | 24 |
| Библиографический список .....                                                                       | 30 |

Учебное издание

Андрей Андреевич Абрамович  
Владимир Олегович Кабанов  
Екатерина Александровна Яшкевич  
Сергей Александрович Поржецкий  
Юрий Юрьевич Циовкин

## ОПТИКА

Учебно-методическое пособие  
к лабораторным работам 3-31, 3-41

Редактор и корректор В.А.Басова

Техн. редактор Л. Я Титова

Темплан 2017, поз.109

---

Подп. к печати 31.10.2017 г. Формат 60х84/16. Бумага тип № 1.

Печать офсетная. Объем 1,75 печ.л., 1,75 уч.-изд.л. Тираж 100 экз.

Изд.№ 109. Цена "С" Заказ

---

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД, 198095, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, 4.