

**М. Ю. Дёмина, В. О. Кабанов,
Ф. Е. Орленко, Е. А. Яшкевич**

ФИЗИКА
Часть I. МЕХАНИКА

Индивидуальные задания для расчетных работ

Учебно-методическое пособие

**Санкт-Петербург
2025**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«Санкт-Петербургский государственный университет
промышленных технологий и дизайна»
Высшая школа технологии и энергетики**

**М. Ю. Дёмина, В. О. Кабанов,
Ф. Е. Орленко, Е. А. Яшкевич**

ФИЗИКА
Часть I. МЕХАНИКА

Индивидуальные задания для расчетных работ

Учебно-методическое пособие

Утверждено Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД

Санкт-Петербург
2025

УДК 53 (075)
ББК 22.2
Ф 503

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы технологии
и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных
технологий и дизайна

В. И. Лейман;

доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы фундаментальных
физических исследований Санкт-Петербургского политехнического университета
Петра Великого

В. Е. Орленко

Ф 503 Физика. Часть I. Механика. Индивидуальные задания для расчетных
работ: учебно-методическое пособие / М. Ю. Дёмина, В. О. Кабанов,
Ф. Е. Орленко, Е. А. Яшкевич. — СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2025. — 42 с.

Учебно-методическое пособие соответствует программам и учебным планам
дисциплины «Физика» для студентов, обучающихся по направлениям подготовки: 09.00.00
«Информатика и вычислительная техника», 13.00.00 «Электро- и теплоэнергетика»,
15.00.00 «Машиностроение», 18.00.00 «Химические технологии», 20.00.00 «Техносферная
безопасность и природообустройство», 27.00.00 «Управление в технических системах» и
29.00.00 «Технологии легкой промышленности».

Учебно-методическое пособие содержит индивидуальные задания по механике и
методические указания по их выполнению.

Пособие предназначено для бакалавров очной формы обучения.

УДК 53 (075)
ББК 22.2

© ВШТЭ СПбГУПТД, 2025
© Дёмина М. Ю., Кабанов В. О.,
Орленко Ф. Е., Яшкевич Е. А., 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ И ОФОРМЛЕНИЯ ЗАДАНИЯ.....	5
Тема 1. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ.....	6
Тема 2. КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ.....	8
Тема 3. ДВИЖЕНИЕ ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ.....	15
Тема 4. ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ.....	16
Тема 5. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ ЭНЕРГИИ.....	23
Тема 6. ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ И СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА.....	29
Тема 7. РАБОТА ПЕРЕМЕННОЙ СИЛЫ.....	31
Темы 8, 9. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.....	33
Тема 10. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА.....	40
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	42

ВВЕДЕНИЕ

Физика, являясь фундаментальной естественной наукой, составляет основу инженерного образования. Среди её разделов «Механика» занимает особое место. Это не только исторически первая и наиболее разработанная область физического знания, но и краеугольный камень для большинства технических дисциплин. Понимание законов механики необходимо для конструирования машин и механизмов, расчёта прочности конструкций, анализа динамики транспортных систем, робототехники и в других прикладных сферах. Без прочного усвоения её принципов невозможно стать высококвалифицированным инженером, способным решать сложные практические задачи.

Однако опыт преподавания показывает, что переход от усвоения теоретических положений к их уверенному применению для решения конкретных задач представляет для многих студентов значительную трудность. Сложность заключается не в недостатке математической подготовки, а в неумении построить корректную физическую модель явления, выделить существенные факторы, грамотно применить общие законы в конкретной ситуации и провести анализ полученного решения. Преодоление этого разрыва между теорией и практикой является ключевой целью учебного процесса.

Настоящее учебно-методическое пособие призвано стать помощником и проводником для студентов технических вузов на этом пути. Пособие посвящено разделу «Механика», включающему в себя кинематику и динамику материальной точки и твёрдого тела, а также законы сохранения в механике.

Целью пособия является формирования у обучающихся глубокого понимания фундаментальных законов механики и развития устойчивых навыков самостоятельного решения физических задач, от простых до достаточно сложных, требующих творческого подхода.

Каждая глава открывается кратким, но содержательным **теоретическим минимумом**, где в концентрированной форме представлены основные законы, формулы и необходимые пояснения. Это не заменяет фундаментальный учебник, а служит справочным каркасом для решения задач. В каждой главе приведены задачи для самостоятельной работы студентов при выполнении расчетно-графических работ.

Уверенное владение аппаратом механики – это первый шаг к освоению всей последующей инженерной подготовки. Авторы надеются, что данное пособие поможет студентам не только успешно справляться с учебным курсом, но и обрести уверенность в своих силах, увидеть внутреннюю гармонию и практическую мощь фундаментальных физических законов.

ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ И ОФОРМЛЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Задание выполняется в отдельной тетради, каждая задача начинается с новой страницы. На обложке тетради указывается фамилия студента, номер учебной группы и номер варианта задания (дается преподавателем).

Студент выполняет по одной задаче из каждой темы.

Вторая цифра варианта указывает **номер задачи**, а **первая цифра – номер условия** данной задачи в таблице.

Текст условия задачи должен быть отредактирован в соответствии с конкретным вариантом и содержать все численные данные.

В темах 3, 6, 7 и 8 номер задачи указывает номер данных из таблицы 1, номер условия – из таблицы 2. В темах 3, 6 и 10 по указанию преподавателя выполняется вариант А или Б.

Если наименование величин не указаны, то они даны в системе СИ.

Все необходимые графики и чертежи выполняются точно в выбранном масштабе.

Решение должно быть полным. Задача должна быть, как правило, решена в общем виде с последующими числовыми расчетами. При защите задания студент должен уметь объяснить решение любой задачи, знать и понимать физические законы, знать определения и свойства физических величин, которыми он пользовался.

ТЕМА 1. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Кривая, описываемая телом при движении, называется траекторией. Если траектория прямая, то движение прямолинейное. Положение тела на прямой в момент времени t определяется координатой $X(t)$. Пройденный путь ΔS легко найти, зная координаты тела в начальный и конечный моменты времени t_1 и t_2 .

$$\Delta S = x_2 - x_1$$

Скорость – это путь, пройденный за единицу времени.

Средняя скорость равна:

$$v_s = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Мгновенная скорость – это предел средней скорости при $\Delta t \rightarrow 0$. Она равна производной от пути или координаты по времени:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$$

Ускорение – это изменение скорости за единицу времени.

Среднее ускорение равно:

$$a_s = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Мгновенное ускорение:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Задача к теме 1

Движение тела вдоль прямой описывается уравнением:

$$x = A + B \cdot t + C \cdot t^2 + D \cdot t^3$$

От момента времени t_1 до t_2 тело проходит путь S . Средняя скорость и среднее ускорение на этом интервале v_s и a_s . Скорость и ускорение в моменты времени t_1 и t_2 – v_1 , a_1 , v_2 , a_2 . Данные берутся из табл. 1 (номер задачи) и табл. 2 (номер варианта условия).

Найти перемещение, все скорости и ускорения, кроме заданных.

Таблица 1

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t_1	0,7	0,5	1,5	2	1,2	0,6	1,7	2,2	1	1,4
A	2	1	0,5	2,5	3	1,5	-0,5	0,8	0,4	1,2
B	-	-	0,7	-	-	0,2	-	-	-0,5	1
v_1	1,2	-	-	1,5	0,5	6	-	1,2	-	-
v_2	5,4	4	4	-	-	-	8	-	-	3
v_s	-	3	-	2	5	-	4	7	6	-

Таблица 2

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t_2	7	11	6	8	10	7,5	9	8,5	10,5	6,5
C	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D	-	0,02	-	-	-	-	-	0,02	-	-
a_1	-	-	-	0,2	-	0,3	1,5	-	0,5	-
a_2	1	-	0,8	-	1,2	-	-	-	-	0,5
a_s	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

ТЕМА 2. КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Положение точки в системе координат определяется радиусом-вектором, проведенным из начала координат в рассматриваемую точку

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad (2.1)$$

где x, y, z – проекции $\vec{r}$ на координатные оси или координаты точки.

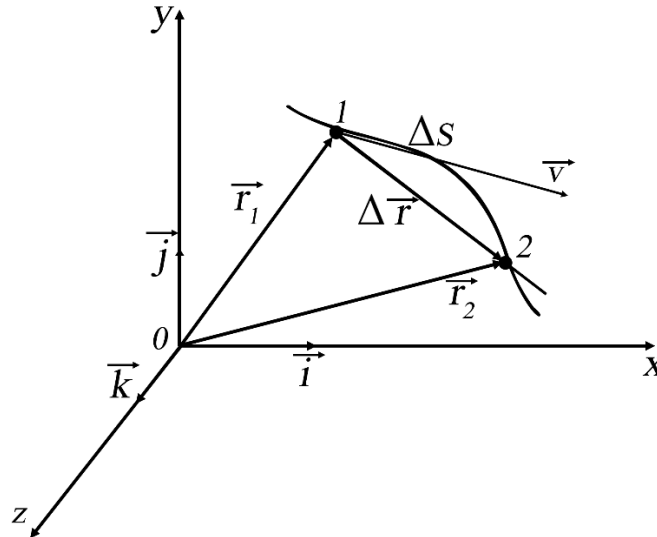


Рисунок 2.1 – Положение точки в пространстве

Модуль радиус-вектора

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (2.1')$$

Движение материальной точки можно полностью описать, задав ее положение в любой момент времени относительно выбранной системы отсчета, т. е. если известны $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ или

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (2.2)$$

Уравнение (2.2) называется кинематическим законом движения материальной точки.

Пусть материальная точка за промежуток времени Δt переместилась по криволинейной траектории из точки 1 в точку 2 (рис. 2.1).

$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ – вектор перемещения материальной точки за время Δt .

Мгновенная скорость – предел отношения перемещения $\Delta \vec{r}$ к промежутку времени Δt , за который оно произошло, при условии, что Δt стремится к нулю:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'. \quad (2.3)$$

Ускорение материальной точки – это векторная величина, характеризующая быстроту изменения вектора скорости и равная производной вектора скорости по времени.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}. \quad (2.4)$$

Скорость $\vec{v}$ и ускорение $\vec{a}$ и их модули можно представить в виде

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}, \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (2.5)$$

и

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \quad (2.6)$$

При движении материальной точки по плоской кривой ускорение разложим на две составляющие – нормальное ускорение $\vec{a}_n$ и тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ (рис. 2.2).

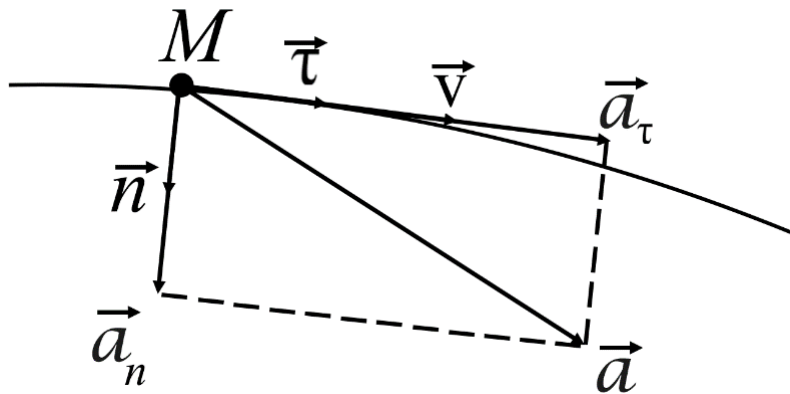


Рисунок 2.2 – Разложение полного ускорения на нормальное и тангенциальное ускорения

Ускорение точки равно

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \quad (2.7)$$

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по величине и равно первой производной модуля скорости по времени

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (2.8)$$

Нормальное (центростремительное) ускорение характеризует быстроту изменения скорости по направлению и направлено по радиусу к центру кривизны траектории. Численное значение нормального ускорения определяется формулой:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = v\omega, \quad (2.9)$$

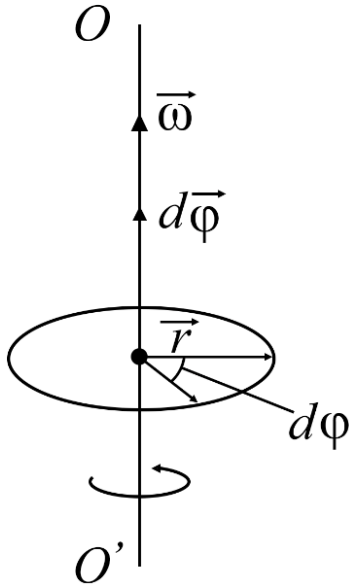
где R – радиус кривизны траектории в рассматриваемой точке.

Модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (2.10)$$

При нахождении тангенциального ускорения можно использовать скалярное произведение векторов скорости и ускорения

$$(\vec{v} \cdot \vec{a}) = v \cdot a_\tau = v_x a_x + v_y a_y. \quad (2.11)$$



При описании вращательного движения используют угловое перемещение $d\vec{\phi}$ – вектор, модуль которого равен углу поворота, выраженному в радианах. Направлено угловое перемещение вдоль оси вращения и связано с направлением вращения правилом правого винта (буравчика) (рис. 2.3).

Рисунок 2.3 – Вращательное движение

Угловая скорость $\vec{\omega}$ – векторная физическая величина, характеризующая быстроту вращения и равная первой производной углового перемещения по времени:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\phi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\phi}}{dt} = \vec{\phi}'. \quad (2.12)$$

Направление угловой скорости совпадает с направлением вектора углового перемещения.

Угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости и равная первой производной угловой скорости по времени

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\omega}'. \quad (2.13)$$

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon, \quad (2.14)$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R. \quad (2.15)$$

Модуль ускорения точки равен

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{(\omega^2 R)^2 + (R\varepsilon)^2} = \sqrt{\omega^4 R^2 + \varepsilon^2 R^2} = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}. \quad (2.16)$$

Задачи к теме 2

2.1. Твердое тело вращается с угловым ускорением ε и начальной угловой скоростью ω_0 . Через время t после начала вращения вектор полного ускорения точки тела, находящийся на расстоянии R от оси, составляет угол α с направлением скорости; v_t и ω_t – линейная и угловая скорости в этот момент времени; a , a_n , a_τ – полное, нормальное и тангенциальное ускорения в этот момент времени.

Таблица 1

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ω_0	-	0,2	-	0,3	0,2	0,05	-	0,1	0,12	-
t	2	3	-	-	3	5	-	-	2	1,5
ε	0,04	-	-	0,1	-	-	-	-	-	0,1
α	45°	70°	30°	60°	-	45°	30°	36°	-	60°
ω_t	-	-	-	-	0,5	-	-	0,8	0,2	-
R	-	-	5	-	-	-	2	-	-	-
a_n	-	-	0,8	-	-	-	1,6	-	-	-
Найти	ω_0	ω_t	ε	t	a	ω_t	ε	t	a	ω_0

2.2. Точка движется по кривой так, что ее координаты на плоскости описываются уравнениями: $x = A_1 + B_1 t + C_1 t^3$; $y = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$. Найдите перемещение точки за время от 0 до t , а также скорость, полное, нормальное и тангенциальное ускорения точки в момент времени t .

Таблица 2

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t	4,0	5,0	2,0	3,0	5,0	3,0	2,0	4,0	6,0	7,0
A_1	2,0	1,0	3,0	3,0	2,0	1,0	2,0	5,0	4,0	3,5
B_1	0,3	0,2	0,5	0,8	0,1	-0,2	1,5	2	-0,1	-0,1
C_1	0,01	0,01	0,1	0,1	0,02	0,02	0,25	-0,1	0,01	0,02
A_2	1	2	2	2	3	2	5	3	2,5	2
B_2	0,2	0,4	0,3	-0,5	0,5	0,3	-2	0,75	0,3	-0,2
C_2	0,02	0,4	0,8	1,0	-0,4	0,05	2	1,5	0,5	0,04

2.3. Точка движется по окружности радиуса R так, что величина скорости точки изменяется по закону $v = At + Bt^2$. В момент времени t полное ускорение равно a , нормальное и тангенциальное a_n , a_τ , соответственно, α – угол между векторами полного ускорения и скорости.

Таблица 3

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1,0	1,0	-	1,0	0,5	-	0,5	2,0	0,4	2,0
B	0,2	0,5	-	2	0,25	-	1	1	0,2	0,5
t	-	2,0	2,0	1,0	-	1,0	-	4,0	-	2,0
a	3,5	5	5	6	-	10	8	-	10	-
a_τ	3	-	4	-	3	-	-	-	-	-
α	-	-	-	-	-	30°	45°	-	60°	-
R	-	4	10	-	10	5	-	50	-	10
Найти	t, R	α, a_n	A, B	α, R	a, t	A, B	t, R	a, α	t, R	a_n, a

2.4. Точка движется по окружности радиуса R с угловой скоростью $\omega = \omega_0 + At^2$. В момент времени t угловое ускорение точки ε , линейная скорость v , полное, нормальное и тангенциальное ускорения a, a_n, a_τ . Угол между векторами полного ускорения и скорости равен α .

Таблица 4

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ω_0	-	-	-	-	0,2	-	-	-	-	-
A	0,02	0,03	0,04	0,02	0,01	-	0,05	0,03	-	0,05
t	-	4	5	10	5	6	-	4	-	3
R	2	-	5	-	3	2	2	-	2	-
v	-	-	-	6	-	-	-	4	-	-
a	1	2	3	-	-	1,5	4	-	5	4
a_n	-	1,5	-	-	-	-	-	-	-	-
a_τ	-	-	-	0,8	-	-	-	-	-	3
α , град	60°	-	-	-	-	60°	30°	45°	60°	-
Найти	t, v	R, ε	v, α	ω_0, R	a, α	ω_0, A	t, ω_0	a, R	v, ε	ω_0, R

2.5. Угловая скорость маховика зависит от времени t согласно уравнению $\omega = At + Bt^2$. Для точки маховика, находящейся на расстоянии R от оси, найти скорость v , полное a , нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения в момент времени t .

Таблица 5

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0,5	0,6	0,7	0,2	0,8	1,0	1,2	0,6	0,4	0,1
B	0,1	-0,1	0,2	0,1	0,2	-0,2	0,5	0,4	0,1	0,2
R	0,2	0,1	0,15	0,3	0,2	0,1	0,12	0,14	0,25	0,4
t	2,0	2,5	1,4	3,0	2,0	0,7	0,8	1,0	2,0	4,0

2.6. Определить тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное ускорение a точки окружности диска для момента времени t от начала движения, если радиус окружности R , а угол между осью OX и радиус-вектором точки изменяется по закону $\varphi = 3 - t + 0,2t^3$.

Таблица 6

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R	0,10	0,30	0,20	0,40	0,55	0,50	0,50	0,80	0,25	0,25
t	2,00	0,50	0,30	0,40	0,35	0,70	0,60	2,50	3,50	1,50

2.7. Точка движется со скоростью v . Ускорение a направлено под углом α к вектору скорости. R – радиус кривизны траектории, a_τ – тангенциальное ускорение.

Таблица 7

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v	-	5	3	4	5	2	-	4	3	4
a	4	-	3	-	4	3	5	-	2	-
a_τ	-	3	2	-	-	-	3	2	1	2
α , град	30°	-	-	60°	45°	-	-	-	-	-
R	2	10	-	8	-	2	4	8	-	4
Найти	v	a	a_n, R	a_τ	R	α	v	a	R	α

2.8. Диск радиусом R вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$. Определить угловую скорость ω , угловое ускорение ε , линейную скорость v , полное a , нормальное a_n , тангенциальное a_τ ускорения точек на окружности диска для момента времени t .

Таблица 8

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2,0	3,0	1,0	4,0	5,0	1,5	2,5	1,7	1,4	2,0
B	3,0	1,0	1,5	2,0	1,5	2,0	1,0	2,0	1,0	1,5
C	5,0	2,0	2,0	1,0	2,5	3,0	1,5	3,0	2,0	3,0
R	0,1	0,3	0,2	0,1	0,3	0,4	0,2	0,1	0,2	0,3
t	0,4	0,2	0,2	0,3	0,2	0,3	0,1	0,2	0,4	0,2

2.9. Проекции скорости точки изменяются согласно уравнениям $v_x = A + Bt + Ct^2$; $v_y = D + Kt + Mt^3$. Найти полное a , нормальное a_n ,

тангенциальное a_τ , ускорения и радиус кривизны траектории в момент времени t .

Таблица 9

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0,5	0,3	0,8	1,5	0,6	3,0	5,0	1,2	2,5	4,0
B	0,1	0,05	0,04	-0,1	0,15	-0,2	-0,1	0,2	0,5	2,0
C	0,02	0,01	0,03	0,01	0,1	0,02	0,01	0,05	-0,1	3,0
D	0,2	0,6	0,2	-0,5	1,2	2,5	4,0	8,0	0,5	7,0
K	-0,1	-0,2	0,5	0,1	0,05	-0,2	-0,1	-0,5	0,75	-2
M	0,05	0,03	-0,1	0,01	0,02	0,01	0,01	0,03	-0,1	4,0
t	2	2	5	7	4	10	12	6	2	0,7

2.10. Тело движется по кривой со скоростью v и ускорением a , составляющим в некоторый момент времени угол α с вектором скорости. Радиус кривизны траектории в этой точке R . Проекции скорости и ускорения на оси координат в этот момент времени v_x , v_y , a_x , a_y . Нормальное и тангенциальное ускорения a_n , a_τ .

Таблица 10

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v	-	8	-	-	10	4	-	-	5	-
v_x	4	-	6	-	-	-	5	6	-	7
v_y	3	5	8	-	-	3	5	4	3	4
R	25	-	-	30	25	-	-	-	-	16
a	2	-	5	-	-	-	-	5	-	-
a_x	-	3	-	4	-	2	-	3	5	-
a_y	-	4	-	3	-	4	-	-	7	-
a_n	-	-	-	-	-	-	3	-	-	-
a_τ	-	-	-	-	3	-	5	-	-	3
α , град	-	-	30°	20°	-	-	-	-	-	-
Найти	a_τ, α	R, a_τ	R, a_τ	v, a	a, α	R, a_τ	a_x, a_y	α, R	a_n, a_τ	a_x, a_y

ТЕМА 3. ДВИЖЕНИЕ ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

При решении задач на движение тел, брошенных горизонтально или под углом к горизонту, и движущихся под действием силы тяжести, необходимо разложить сложное движение на два простых:

- горизонтальное равномерное с постоянной скоростью, равной горизонтальной составляющей в начальный момент движения;
- вертикальное равнопеременное с постоянным ускорением, равным ускорению свободного падения $\vec{g}$.

Задачи к теме 3

3.1. Камень брошен с вышки высотой 40 м в горизонтальном направлении со скоростью v_0 . Определить скорость v , нормальное a_n , тангенциальное a_τ ускорения и радиус кривизны траектории камня в момент времени t . На какой высоте от поверхности земли окажется камень и какое расстояние пролетит по горизонтали за это время?

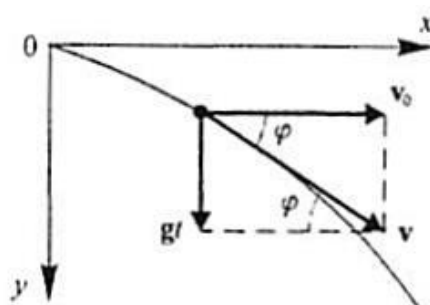


Таблица 1

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_0	30,0	12,0	14,0	3,0	5,0	2,5	10,0	15,0	9,0	6,0
t	2,0	1,5	2,0	0,5	0,4	0,3	0,9	0,8	1,2	0,6

3.2. Тело брошено под углом α к горизонту со скоростью v_0 . Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения тела через время t после начала движения; высоту, на которой окажется тело, и расстояние, которое оно пролетит по горизонтали.

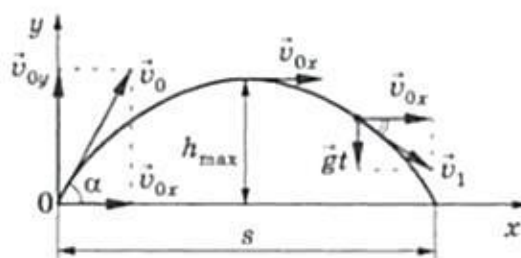


Таблица 2

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_0	14,0	16,0	18,0	20,0	22,0	14,0	16,0	18,0	20,0	22,0
α , град	50°	70°	35°	42°	45°	28°	55°	22°	60°	30°
t	0,4	0,3	0,5	0,6	0,2	0,3	0,8	0,3	0,3	0,5

ТЕМА 4. ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

Первый закон Ньютона (закон инерции)

Существует система отсчета, относительно которой тело, не подверженное действию других тел, сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. Свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется инерцией. Системы отсчета, в которых выполняется закон инерции, называются инерциальными (ИСО).

Второй закон Ньютона

Ускорение тела прямо пропорционально действующей на него силе и обратно пропорционально массе тела:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (4.1)$$

Если на тело действует не одна, а несколько сил $\vec{F}_i$, то под величиной $\vec{F}$ понимается равнодействующая, равная векторной сумме этих сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (4.2)$$

Импульс материальной точки $\vec{p}$ – векторная величина, равная произведению массы материальной точки на ее скорость $\vec{v}$:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (4.3)$$

Второй закон Ньютона можно сформулировать так: изменение импульса материальной точки в единицу времени равно векторной сумме всех сил, действующих на эту точку:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (4.4)$$

Величина, равная произведению силы на время действия этой силы $\vec{F}\Delta t$, называется импульсом силы. Таким образом, импульс силы равен изменению импульса тела.

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}. \quad (4.5)$$

Третий закон Ньютона

Силы, с которыми действуют друг на друга взаимодействующие тела, равны по величине, противоположны по направлению и направлены вдоль одной прямой (в частности, соединяющей точки их приложения).

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (4.6)$$

Виды взаимодействий

1. Гравитационное взаимодействие. Закон всемирного тяготения: две материальные точки притягиваются с силой, прямо пропорциональной произведению их масс m_1 и m_2 , и обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними (рис. 4.1):

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (4.7)$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$ – гравитационная постоянная (постоянная всемирного тяготения).

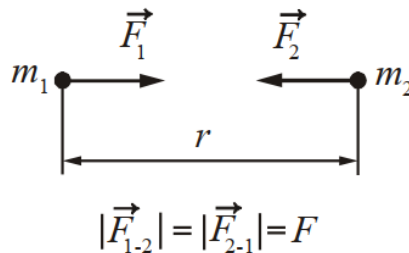


Рисунок 4.1 – Сила гравитационного взаимодействия

Если одно из взаимодействующих тел – Земля, а тело массой m находится на высоте h от поверхности Земли, то закон всемирного тяготения записывается в виде:

$$F = G \frac{Mm}{(R + h)^2}, \quad (4.8)$$

где M – масса Земли; R – средний радиус Земли.

На поверхности Земли (или вблизи поверхности) $h \approx 0$, в этом случае

$$F = G \frac{Mm}{R^2}. \quad (4.9)$$

Введем обозначение

$$g = G \frac{M}{R^2}, \quad (4.10)$$

где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения на поверхности Земли.

Сила тяжести

$$F = mg. \quad (4.11)$$

2. Сила упругости возникает при деформации тел (удлинение или сжатие). Закон Гука: для малых деформаций упругая сила прямо пропорциональна деформации и направлена в противоположную сторону:

$$F = -kx, \quad (4.12)$$

где k – жесткость тела, x – абсолютная деформация.

3. Сила трения скольжения, возникающая при скольжении одного тела по поверхности другого тела:

$$F_{\text{тр}} = \mu N, \quad (4.13)$$

где μ – коэффициент трения скольжения, N – сила нормальной реакции опоры (рис. 4.2).

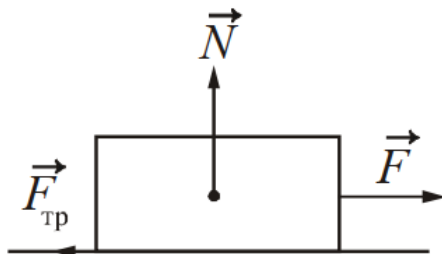


Рисунок 4.2 – Силы, действующие на тело, скользящее по горизонтальной поверхности

Задачи к теме 4

4.1. Два бруска массами m_1 и m_2 , соединенные шнуром, лежат на столе. На первый брусок действует сила F , направленная под углом α к горизонту. Коэффициент трения брусков о стол $\mu = 0,1$. Ускорение брусков a , сила натяжения шнура – F_n . Через время t после начала действия силы скорость брусков – v , суммарный импульс – p и кинетическая энергия – E_k .

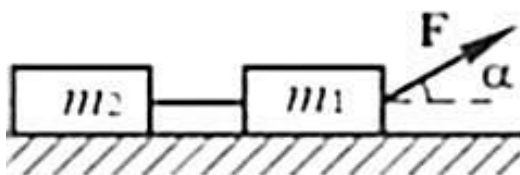


Таблица 1

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_1	1	2	2	-	3	2	10	4	-	-
m_2	4	-	3	-	5	5	4	-	3	2
F	-	10	20	50	20	30	-	15	10	30
F_n	10	-	-	30	-	-	-	8	-	10
α , град	6°	20°	12°	15°	30°	15°	10°	12°	24°	18°
v	-	-	-	-	-	-	30	-	20	-
t	3	-	5	-	10	8	6	-	14	-
a	-	3,5	-	3	-	-	-	-	-	-
Найти	a, F	m_2, F_n	p, F_n	m_1, m_2	F_n, E_k	a, E_k	p, F	m_2, a	m_1, F_n	m_1, a

4.2. На наклонной плоскости с углом наклона α лежит доска массой m , к доске приложена сила F , направленная вверх вдоль плоскости. Коэффициент трения доски о плоскость – μ . Найдите ускорение доски.

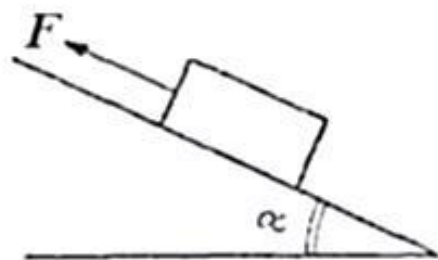


Таблица 2

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	1	2	2	5	3	2	5	4	10	2
F	5	14	20	28	25	12	27	30	55	15
μ	0,1	0,05	0,02	0,06	0,1	0,05	0,01	0,05	0,02	0,2
α , град	12°	24°	45°	15°	30°	20°	18°	24°	30°	18°

4.3. На столе лежит брусок массой m_2 , к нему привязана нить, перекинутая через блок, к концу которой привязана гиря массой m_1 . Массой блока, нити и трением в блоке можно пренебречь. F_n – сила натяжения нити, a – ускорение тел, v – скорость тел через время t после начала движения, μ – коэффициент трения бруска о стол.

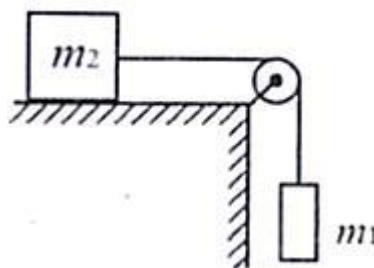


Таблица 3

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_1	-	3	2	2	4	-	-	2	4	-
m_2	2	4	3	2	-	-	2,5	-	3	5
a	-	-	-	3	4	2	-	3	-	-
v	15	-	-	-	-	-	-	-	-	20
t	3	-	2	-	-	-	-	4	-	5
F_n	-	-	-	-	-	20	15	-	24	30
μ	0,2	0,3	0,15	-	0,3	0,25	0,2	0,15	-	-
Найти	m_1, F_n	a, F_n	v, F_n	μ, F_n	m_2, F_n	m_1, m_2	m_1, a	m_2, v	μ, a	m_1, μ

4.4. Две гири массами m_1 и m_2 ($m_1 > m_2$) соединены нитью, перекинутой через невесомый неподвижный блок, причем гиря меньшей массы расположена по высоте на h ниже более тяжелой гири. Если предоставить гилям двигаться под действием силы тяжести, то через время t гири окажутся на одной высоте. Гири движутся с ускорением a , натяжение нитей – T . Трение в блоке отсутствует.

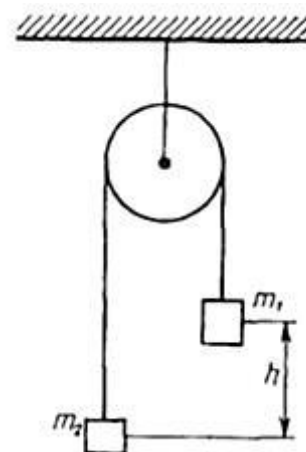


Таблица 4

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_1	2	1,1	-	1,5	-	0,3	-	0,4	3	2,5
m_2	1	0,9	2	-	0,2	-	0,3	-	2,5	-
a	-	-	1,8	-	-	2,5	4,8	-	-	-
T	-	-	-	-	2,5	-	-	2	-	-
h	-	2	-	3	-	-	2,5	1,5	-	2
t	-	-	-	1,2	-	-	-	-	-	2
Найти	a	t	m_1	T	m_1	m_2	t, m_1	a, t	T, a	m_2

4.5. На высоте h над поверхностью планеты по круговой орбите вращается спутник. Скорость спутника – v , период обращения вокруг планеты – T . Масса планеты – M , радиус планеты – R . Ускорение свободного падения на поверхности планеты – g_0 .

Таблица 5

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$M \cdot 10^{-23}$	-	1	-	-	0,73	-	-	100	10	-
$R \cdot 10^{-6}$	6,4	-	6,4	6,4	1,74	5	3	8	4	3
$h \cdot 10^{-6}$	3,2	1	-	1,6	1,74	3	2	-	4	2,5
v , км/с	6,5	2	-	-	-	-	-	3	-	6
T , мин	-	-	105	-	-	70	100	-	-	-
g_0	-	-	9,8	9,8	-	-	-	-	-	-
Найти	M	R	h	v	T	g_0	M	h	v	g_0

4.6. Тело массой m в некоторый момент времени летит вверх со скоростью v , направленной под углом α к горизонту. На тело действуют сила тяжести и постоянная по величине сила сопротивления F_c . Полное и тангенциальное ускорения тела – a , a_t . Радиус кривизны траектории – R .

Таблица 6

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	2	1,5	-	0,8	0,4	0,3	0,2	0,7	3	2,5
α , град	12°	24°	45°	36°	-	60°	18°	14°	30°	-
a	-	-	13	-	-	-	14	-	-	-
a_τ	-	9	-	-	-	-	-	4	-	5
F_c	10	-	2	7	1	0,6	-	-	10	5
v	20	-	-	14	20	-	-	-	-	-
R	-	-	-	-	50	-	40	-	-	60
Найти	a, R	F_c	m	R, a	α, a	a_τ, a	v, F_c	F_c	a	v

4.7. Мяч массой m , летящий со скоростью v_1 , ударяется о стол под углом α к вертикали и отскакивает по тем же углом со скоростью v_2 . Длительность удара – Δt , средняя сила удара – F .

Таблица 7

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	-	0,5	0,8	0,4	0,3	-	0,2	0,4	0,25	0,6
v_1	10	-	12	15	20	16	-	14	20	40
v_2	8	8	12	10	12	12	4	8	10	30
α , град	30°	45°	-	20°	24°	60°	36°	-	0°	50°
Δt	0,1	0,2	0,05	-	0,1	0,2	0,15	0,1	-	0,05
F	80	100	120	150	-	200	60	140	120	-
Найти	m	v_1	α	Δt	F	m	v_1	α	Δt	F

4.8. На тело массой m действуют две постоянные силы F_1 и F_2 под углом α друг к другу. В начальный момент времени скорость тела v_1 совпадает по направлению с силой F_1 . Найдите ускорение тела и его скорость через время Δt .

Таблица 8

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	1,5	0,5	0,8	0,4	3	1,5	1,2	0,4	2,5	0,6
F_1	2	10	12	15	12	3	6	14	12	7
F_2	6	8	12	15	16	5	12	8	6	7
α , град	30°	90°	120°	60°	180°	50°	150°	50°	180°	150°
Δt	2	0,2	0,5	0,4	5	0,8	1,5	0,1	0,5	2,5
v_1	6	7	10	10	12	6	5	8	2	30

4.9. Тело массой m движется по окружности радиуса R . Скорость тела изменяется по закону $v = A + Bt + Ct^2$. В момент времени t на тело действует сила F , и скорость тела равна v .

Таблица 9

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	0,5	0,7	1,2	2,5	0,8	0,6	1,5	0,4	-	1,6
F	-	1,4	3	2	-	1,8	3	-	1,2	4,8
v	-	-	5	-	-	-	7	8	-	5
A	2	-	-	5	5	2	2	-	5	3
B	-0,5	0,6	-	0,2	-0,1	0,4	-	0,3	-0,2	0,5
C	0,1	0,1	0	0,1	0,2	-0,1	-	0,2	-0,1	-
t	2	3	2	2	3	2	2	1,4	4	-
R	2	3	20	-	50	-	40	80	5	10
Найти	F	A	A, B	R	F	R	B, C	F	m	t

4.10. Автомобиль движется по выпуклому (вогнутому) мосту с радиусом кривизны R . Скорость автомобиля – v , масса – m , сила давления на мост – N .

Таблица 10

Физ. величина	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	МОСТ									
	вог.	вып.	вог.	вып.	вог.	вып.	вог.	вып.	вог.	вып.
N , кН	-	7	10	5	12	8	10	-	15	14
$m \cdot 10^{-3}$	1	-	0,8	0,8	-	1,4	0,7	2	1	2
v	30	20	-	25	30	-	20	30	-	17
R	120	100	100	-	150	200	-	200	100	-
Найти	N	m	v	R	m	v	R	N	v	R

ТЕМА 5. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Энергия – универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. Механическая энергия бывает двух видов: кинетическая и потенциальная.

Величина

$$E_{кин} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \quad (5.1)$$

называется кинетической энергией материальной точки.

Теорема об изменении кинетической энергии точки: работа сил, действующих на материальную точку, равна приращению ее кинетической энергии:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \quad (5.2)$$

где v_1 – начальная, а v_2 – конечная скорости точки.

Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а определяется лишь начальным и конечным положениями точки, называются консервативными, а их поля – потенциальными.

Если материальная точка находится в поле консервативных сил, то для нее можно ввести понятие потенциальной энергии, которая является функцией координат материальной точки.

Потенциальная энергия $E_{ном}(\vec{r})$ – часть механической энергии, которая зависит от взаимного расположения тел или частей тела, а также от природы сил, действующих между телами.

Потенциальную энергию точки в каком-то определенном положении условно считают равной нулю (выбирают нулевой уровень отсчета), а потенциальную энергию в других положениях отсчитывают относительно нулевого уровня.

Конкретный вид функции $E_{ном}(\vec{r})$ зависит от характера силового поля.

Например, потенциальная энергия тела массой m , поднятого на высоту h над поверхностью Земли, равняется

$$E_{ном} = mgh, \quad (5.3)$$

где высота h отсчитывается от нулевого уровня, для которого $E_{ном0} = 0$.

Потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$E_{ном} = \frac{kx^2}{2}. \quad (5.4)$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия

$$E_{ном} = -G \frac{Mm}{r}, \quad (5.5)$$

потенциальную энергию в бесконечности принимают равной нулю $E_{ном\infty} = 0$.

Сумму кинетической и потенциальной энергий называют полной механической энергией материальной точки:

$$E = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} . \quad (5.6)$$

Закон сохранения энергии в механике: полная механическая энергия системы материальных точек, между которыми действуют только консервативные силы, остается постоянной (сохраняется):

$$E = E_{\text{кон}} + E_{\text{пот}} = \text{const} . \quad (5.7)$$

В системах с неконсервативными силами закон сохранения механической энергии несправедлив. Однако энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой.

Закон изменения полной механической энергии: изменение полной механической энергии системы равно работе неконсервативных сил

$$E_2 - E_1 = \Delta E = A_{\text{неконс}} . \quad (5.8)$$

Задачи к теме 5

5.1. Из пружинного пистолета с жесткостью пружины k стреляют вверх пулей массой m . Поднявшаяся на высоту h , пуля имеет скорость v . Величина деформации пружины заряженного пистолета – x .

Таблица 1

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$k, \text{кН/м}$	1,5	2,0	1,2	2,5	-	3,0	1,25	2,0	0,8	-
$x, \text{см}$	8	6	7	-	10	7	8	6	-	10
$m, \text{г}$	7	5	-	8	6	10	3	-	2	5
v	-	0	30	20	40	-	25	20	14	30
h	0	-	20	30	25	35	-	30	20	15
Найти	v	h	m	x	k	v	h	m	x	k

5.2. Пуля массой m , летевшая со скоростью v_1 , пробивает доску толщиной h и вылетает со скоростью v_2 . Средняя сила сопротивления, действующая на пулю, равна F , работа силы сопротивления равна A . Кинетическая энергия пули до удара – E_1 , при вылете из доски – E_2 .

Таблица 2

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m, \text{г}$	-	10	12	15	8	14	10	12	20	10
v_1	400	-	-	500	300	400	-	600	300	400
v_2	300	200	-	-	200	300	250	-	140	-
$F, \text{кН}$	2,5	-	4,0	-	2,0	-	3,0	4,5	-	3,5
$h, \text{см}$	10	-	15	20	-	-	25	20	30	-
A	-	400	-	-	-	-	-	-	-	-
E_1	-	-	900	-	-	-	-	-	-	-
E_2	-	-	-	800	-	-	-	-	-	300
Найти	m	v_1	v_2	F	h	A	E_1	E_2	F	h

5.3. Тело массой m под действием силы тяги увеличивает на пути S свою скорость от v_1 до v_2 . На всем пути действует сила сопротивления F_c . Кинетическая энергия тела в начале пути – E_1 , в конце пути – E_2 . Работа силы тяги равна A .

Таблица 3

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	2,0	-	1,5	2,5	3,0	2,0	3,5	4,0	3,0	2,0
S	10	20	-	20	15	25	20	12	30	20
v_1	2	3	-	-	-	5	4	-	-	-
v_2	6	8	10	7	-	10	-	12	-	15
F_c	2	3	2,5	1,5	4	-	5	6	4	3
A	-	100	120	80	150	200	140	-	250	120
E_1	-	-	25	-	20	-	-	100	-	-
E_2	-	-	-	-	-	-	-	-	200	-
Найти	A	m	S	v_1	v_2	F_c	E_2	A	v_1	E_1

5.4. Из ствола автоматического пистолета вылетает пуля массой m со скоростью v . Затвор при этом отходит на расстояние x и сжимает пружину с коэффициентом упругости k . Максимальная сила упругости сжатой пружины – F_m . Масса затвора – M . Кинетическая энергия пули равна E_k .

Таблица 4

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m, г$	9	10	8	12	10	8	-	11	-	12
v	-	140	200	-	120	-	-	-	200	-
$x, см$	5	6	-	4	-	6	4	7	6	-
$k \cdot 10^3$	2,0	-	1,8	-	-	1,5	-	-	2,5	1,6
M	0,25	0,2	-	0,24	0,18	0,22	0,2	0,24	0,15	0,3
F_m	-	-	120	-	100	-	120	80	-	-
E_k	-	-	-	200	-	-	160	-	-	250
Найти	E_k	F_m	M	k	x	v	m	E_k	m	x

5.5. Камень массы m , летевший со скоростью v_1 на высоте h , упал на землю со скоростью v_2 . Работа сил сопротивления воздуха – A .

Таблица 5

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	-	2,0	3,0	4,0	2,5	4,0	-	2,2	1,5	5,0
v_1	10	-	15	10	8	-	9	11	12	14
v_2	12	5	-	14	10	7	12	15	-	11
h	5	3	12	-	3	4	6	-	5	10
A	60	40	180	80	-	100	80	120	110	-
Найти	m	v_1	v_2	h	A	v_1	m	h	v_2	A

5.6. Ракета после кратковременного разгона вблизи поверхности планеты приобретает скорость v_1 . На высоте h над поверхностью скорость ракеты стала равна v_2 . Всеми силами, кроме сил гравитации, можно пренебречь. Радиус планеты R , ее масса M , ускорение свободного падения на ее поверхности g . Первая и вторая космические скорости для планеты v_{1k} и v_{2k} . Радиус Земли $R_3 = 6,4 \cdot 10^6$ м, масса Земли $M_3 = 6,0 \cdot 10^{24}$ кг. Все скорости даны в км/с, высота – в Мм.

Таблица 6

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_1	-	6,0	8,0	6,0	10,0	4,0	14,0	14,0	3,0	4,0
h	$R/2$	-	R	R	∞	$2R$	-	$3R$	1,0	-
v_2	3,0	0	-	-	1,0	0,5	4,0	-	0,4	-
R/R_3	1	1	-	-	1	0,5	4,0	-	0,4	-
M/M_3	1	-	-	0,5	-	0,11	-	-	-	-
g	-	-	-	-	-	-	8,8	-	3,3	-
v_{1k}	-	-	8,0	-	-	-	-	-	-	3,4
v_{2k}	-	11,2	-	-	-	-	-	-	-	-
Найти	v_1	h	v_2	R	M	v_2	h	v_{2k}	v_2	h/R

5.7. Из пружинного пистолета с жесткостью пружины k стреляют пулей массой m . Пистолет лежит на плоской горизонтальной поверхности, и пуля скользит по ней. На расстоянии l от пистолета начинается подъем с углом наклона α . Скорость пули в начале наклонной плоскости v_1 , после поднятия на высоту пуля имеет скорость v_2 . Величина сжатия пружины заряженного пистолета равна x . Коэффициент трения пули и плоскости равен μ , силу нормального давления на наклонной плоскости можно считать равной силе тяжести.

Таблица 7

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
k	150	50	120	75	-	100	125	40	80	-
$x, \text{см}$	3	-	2	-	4	7	3	6	7	8
$m, \text{г}$	12	6	-	8	10	20	15	5	12	5
l	2,5	2,0	1,5	1,0	2,0	-	1,2	1,8	-	3,0
v_1	2,0	-	-	1,7	-	3,0	-	-	-	4,0
v_2	1,0	1,0	0	1,0	0,7	1,4	1,2	-	1,7	2,5
h	-	0,1	0,2	0,07	0,15	-	0,15	0,05	0,2	0,25
$\alpha, \text{град}$	6°	6°	3°	6°	9°	3°	6°	5°	9°	12°
μ	-	0,05	0,05	-	0,1	0,1	-	0,05	0,07	-
Найти	h	x	m	x	k	h, l	v_1	v_2	l	k

5.8. Орудие, закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом α к горизонту. Масса снаряда m , масса платформы с орудием M , снаряд вылетает со скоростью v_1 , платформа откатывается со скоростью v_2 и проходит до остановки расстояние S . До выстрела платформа покоилась. Коэффициент сопротивления при движении платформы равен μ .

Таблица 8

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\alpha, \text{град}$	60°	0°	30°	20°	36°	45°	30°	15°	50°	40°
$M \cdot 10^{-4}$	2,0	2,5	3,0	1,5	1,8	1,2	2,4	-	1,8	2,2
m	25	30	-	40	20	-	50	35	25	30
v_1	700	800	750	600	-	500	650	900	600	-
v_2	-	-	1,6	-	-	-	-	2,0	-	2,2
S	-	-	-	1,8	2,0	1,5	-	-	-	-
μ	-	0,1	-	-	0,08	0,12	0,05	-	0,15	-
Найти	v_2	S	m	μ	v_1	m	S	M	S	v_1

5.9. Человек массой m прыгает горизонтально с тележки массой M со скоростью v , совершая при этом работу A . Тележка после прыжка проходит до остановки расстояние S . Сила трения – $F_{тр}$. Коэффициент трения равен μ .

Таблица 9

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	60	70	50	40	80	-	-	75	55	60
M	120	100	-	80	90	-	150	130	140	-
v	-	3,0	2,5	4,0	-	2,0	-	2,8	-	2,2
A	400	-	300	-	-	250	320	-	360	200
S	2,4	2,0	-	-	4,5	2,2	2,8	2,0	-	5,0
F_{mp}	-	-	60	-	40	50	-	-	30	-
μ	-	-	-	0,02	-	-	0,03	-	-	-
Найти	$\mu,$ v	$A,$ F_{mp}	$S,$ M	$S,$ A	$A,$ v	M, m	$m,$ v	$\mu,$ A	$S,$ v	$\mu,$ M

5.10. Автомобиль массой m движется по горизонтальному пути с постоянной скоростью v_0 , а затем поднимается по дороге с углом наклона α со скоростью v . Мощность двигателя N автомобиля постоянна. Сила трения при подъеме – F_1 , а на горизонтальном участке – F_0 .

Таблица 10

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m, \text{т}$	2,0	-	1,6	1,2	-	3,0	5,0	1,8	2,2	4,0
v_0	-	16	-	25	15	20	30	-	28	24
v	10	10	12	-	8	15	-	10	14	14
$\alpha, \text{град}$	18°	12°	6°	9°	12°	6°	15°	9°	12°	6°
$N, \text{кВт}$	-	-	-	-	100	-	-	-	-	-
$F_0, \text{кН}$	4,0	3,0	2,4	3,6	-	5,0	4,0	3,0	-	4,0
$F_1, \text{кН}$	2,0	2,0	1,6	1,2	-	-	2,0	1,8	1,6	-
Найти	v_0	m	v_0	v	F_0	N	v	v_0	F_0	F_1

ТЕМА 6. ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ И СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Совокупность материальных точек (тел), выделенных для рассмотрения, называется механической системой.

Внутренние силы – это силы взаимодействия между материальными точками самой системы.

Внешние силы – это силы, с которыми внешние тела действуют на точки системы.

Система называется замкнутой, если на нее не действуют внешние силы.

Импульсом системы N материальных точек называется векторная сумма импульсов отдельных материальных точек, из которых эта система состоит, т. е.

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_N \vec{v}_N. \quad (6.1)$$

Закон изменения импульса системы материальных точек

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{i\text{внеш}}, \quad (6.2)$$

где $\vec{P} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$ – импульс системы материальных точек, $\vec{F}_{i\text{внеш}}$ – внешняя сила,

действующая на i -ю точку системы.

Закон сохранения импульса системы материальных точек: если сумма всех внешних сил, действующих на систему материальных точек, равна нулю, то ее полный импульс не изменяется (сохраняется):

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \text{ и, следовательно, } \vec{P} = \text{const}. \quad (6.3)$$

Задачи к теме 6

6.1. Первое тело массой m_1 движется со скоростью v_1 вдоль оси OX , а второе тело массой m_2 движется со скоростью v_2 под углом φ к оси OX . После абсолютно неупругого удара тела движутся вместе. Определить скорость и направление движения тел после удара (угол α с осью OX), а также количество выделившегося при ударе тепла. Задачу решить аналитически и графически, для чего построить векторную диаграмму импульсов. Численные данные взять из таблиц 1 и 2.

Таблица 1

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_1	2,0	2,5	3,0	1,5	2,2	4,0	5,0	3,5	6,0	0,5
v_1	3	4	3	5	4	2,5	1,5	2	1,3	8

Таблица 2

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_2	2,2	4,0	5,0	3,5	2,0	2,5	3,0	1,5	2,5	4,5
v_2	2	3	1,6	2,4	5	2	3	4	4	2
φ , град	15°	30°	120°	45°	150°	60°	90°	75°	105°	180°

6.2. Тело массой m_1 движется со скоростью v_1 вдоль оси ОХ и сталкивается упруго с неподвижным телом массой m_2 . После удара первое тело движется со скоростью u_1 в направлении, составляющем угол φ_1 с осью ОХ. Найти массу m_2 , скорость u_2 и направление движения второго тела после удара (угол φ_2 с осью ОХ). Задачу решить аналитически и графически, для чего построить векторную диаграмму импульсов. Численные данные взять из таблиц 3 и 4.

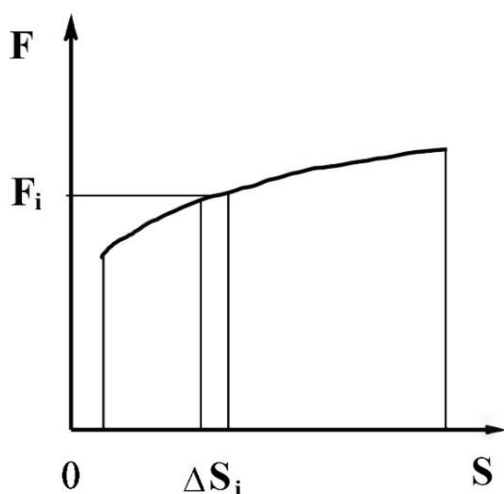
Таблица 3

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_1	4,0	6,0	5,0	5,5	8,0	10,0	9,0	8,0	8,0	6,0
u_1	3,0	5,0	3,0	4,0	2,0	2,5	4,5	3,0	6,0	3,0

Таблица 4

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_1	2,0	4,0	5,0	3,0	2,0	2,5	3,0	4,0	3,0	5,0
φ_1 , град	45°	30°	120°	45°	150°	60°	90°	75°	105°	180°

ТЕМА 7. РАБОТА ПЕРЕМЕННОЙ СИЛЫ



Работа постоянной силы вычисляется по формуле: $A = F \cdot S \cdot \cos \alpha = F_s \cdot S$, где α – угол между силой и перемещением, $F_s = F \cdot \cos \alpha$ – проекция силы на направление перемещения. Если сила не является постоянной величиной и зависит от перемещения (например, при сжатии или растяжении пружины), то для вычисления работы весь путь разбивают на малые участки ΔS_i так, чтобы на каждом участке силу F_i можно было приблизительно считать

постоянной. Будем считать, что направления силы и перемещения совпадают, то есть $\cos \alpha = 1$. Тогда работа на каждом участке пути равна $\Delta A_i = F_i \cdot \Delta S_i$. Полная работа на всем пути равна сумме работ на всех участках $A = \sum \Delta A_i = \sum F_i \cdot \Delta S_i$. Если зависимость $F(s)$ известна в явном виде, то при переходе к пределу при $\Delta S \rightarrow 0$ сумма переходит в интеграл $A = \int F dS$. Если же вычисление первообразной слишком сложно или выражение $F(S)$ в явном виде отсутствует, то для приближенных вычислений следует воспользоваться формулой $A = \sum F_i \cdot \Delta S_i$. На графике зависимости силы от перемещения работа на малом участке изобразится площадью прямоугольника, а полная работа – площадью криволинейной трапеции. Приближительное вычисление работы переменной силы сводится к вычислению площади под кривой $F(S)$ между фиксированными значениями аргумента.

Задачи к теме 7

На тело, движущее вдоль оси OX , действует переменная сила $F = a + bx + cx^2$, направленная также вдоль оси OX . Вычислить работу силы на пути от $x = 0$ до $x = S$. Для этого построить график зависимости силы F от x , разбить путь на равные отрезки, такие, чтобы силу в пределах каждого отрезка можно было бы считать постоянной с погрешностью не более 5 %. Вычисление работы (т. е. площади под кривой в пределах от 0 до S) выполняется методом прямоугольников или методом трапеций по выбору студента.

Вычислить работу на этом же пути методом интегрирования и сравнить полученные результаты.

Вычислить скорость тела в конце пути, если в начале пути она равна v_0 .
 Масса тела 2 кг. Числовые данные берутся из табл. 1 и табл. 2.

Таблица 1

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	6,0	8,0	10,0	7,0	8,5	12	7,5	6,5	9,0	14,0
v_0	8	7	10	9	6	7	5	8	9	12

Таблица 2

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	0,2	-0,2	0,7	-0,8	1,0	-0,3	0,25	-0,2	0,5	-0,5
c	0,03	0,07	-0,1	0,4	-0,2	0,15	0,05	-0,1	-0,1	0,1
S	12	9	11	5	7	8	12	6	10	9

ТЕМЫ 8, 9. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Вращательным называется движение твердого тела, при котором все точки твердого тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения (рис. 8.1).

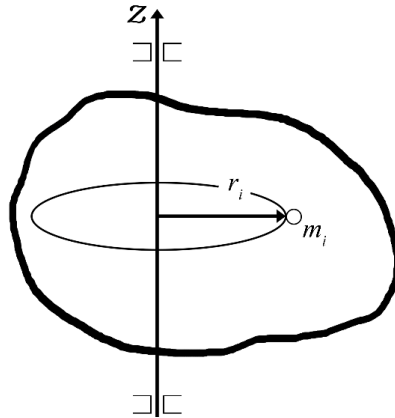


Рисунок 8.1 – Вращательное движение твердого тела

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}, \quad (8.1)$$

где M – момент силы; I – момент инерции тела относительно оси вращения; ε – угловое ускорение.

Моментом силы относительно точки неподвижной точки O (рис. 8.2) называется векторное произведение радиуса-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки O в точку приложения силы, на силу $\vec{F}$:

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}].$$

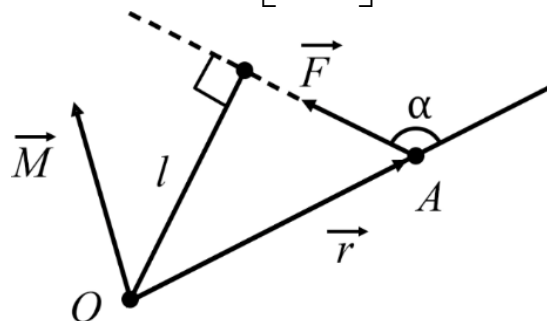


Рисунок 8.2 – Вектор момента силы

Модуль момента силы

$$M = rF \sin \alpha = Fl, \quad (8.2)$$

где α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$; $l = r \sin \alpha$ – длина перпендикуляра, опущенного из точки O на прямую, вдоль которой направлена сила; l – плечо силы.

Моментом инерции материальной точки I_i относительно оси называется скалярная физическая величина, равная произведению массы точки m_i на квадрат расстояния r_i до этой оси:

$$I_i = m_i r_i^2. \quad (8.3)$$

Моментом инерции твердого тела относительно некоторой оси называется сумма произведений масс его материальных точек на квадрат их расстояний до выбранной оси (рис. 8.1):

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2. \quad (8.4)$$

Сумма (8.4) является в случае твердого тела интегральной и поэтому

$$I = \int_{(V)} r^2 dm, \quad (8.5)$$

где интегрирование производится по всему объему тела.

Теорема Штейнера: момент инерции тела I относительно любой оси вращения равен сумме момента его инерции I_C относительно параллельной оси, проходящей через центр масс C тела и произведения массы m тела на квадрат расстояния a между осями

$$I = I_C + ma^2, \quad (8.6)$$

где I_C – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр инерции (точка C), a – расстояние между осью (BB'), проходящей через центр инерции, и параллельной ей заданной осью (AA') (рис. 8.3).

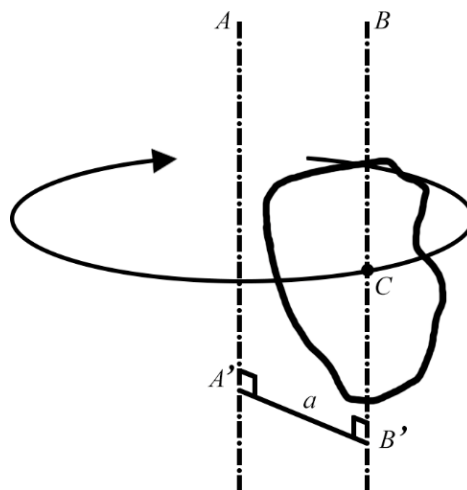
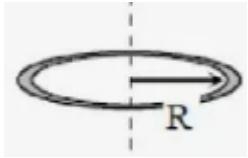
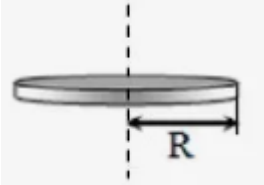
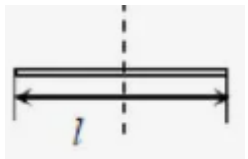
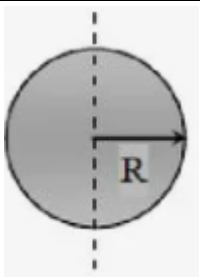


Рисунок 8.3 – Графическое представление теоремы Штейнера

Таблица 8.1 – Значения моментов инерции для некоторых однородных тел

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр (обруч) радиусом R		$I = mR^2$
Сплошной цилиндр или диск радиусом R		$I = \frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной l		$I = \frac{1}{12}ml^2$
Шар радиусом R		$I = \frac{2}{5}mR^2$

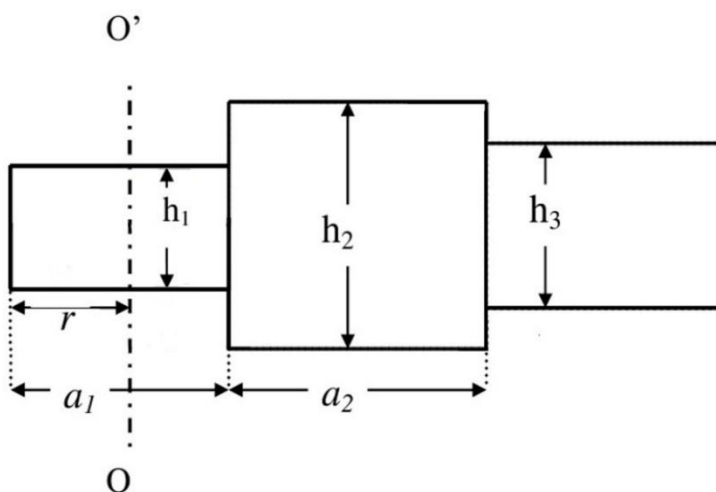
Кинетическая энергия вращающегося тела:

$$E_{\text{кин}} = \frac{I\omega^2}{2}, \quad (8.7)$$

где ω – угловая скорость вращения.

Задачи к теме 8

Пластина, изображенная на рисунке, может вращаться вокруг оси OO' , проходящей на расстоянии r от левого края пластины. Вычислить момент инерции пластины относительно этой оси, «разделив» пластину на 10 частей одинаковой ширины. Каждую часть принять за материальную точку. Общая длина пластины – 2 м. Поверхностная плотность пластины – 2 кг/м^2 .



Размеры пластины даны в табл. 1 и 2. На расстояниях x_1 , x_2 и x_3 от левого края пластины перпендикулярно к ней приложены силы F_1 , F_2 и F_3 . Положительное направление сил – от нас.

Найти угловое ускорение пластины.

Таблица 1

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a_1	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2
h_1	0,3	0,5	0,4	0,2	0,3	0,5	0,4	0,6	0,8	0,6
h_2	0,5	0,2	0,6	0,3	0,5	0,2	0,7	0,2	0,4	0,3
x_2	0,5	0,4	0,9	1,2	0,6	0,0	0,8	1,4	2,0	1,0
x_3	0,8	1,4	1,6	2,0	0,8	1,4	1,6	2,0	1,1	1,7
F_3	2,0	-1,5	0,5	0,8	-2,0	0,7	1,5	0,5	2,0	-0,8

Таблица 2

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a_2	0,6	0,8	0,4	0,2	0,4	0,6	0,4	0,2	0,4	0,6
h_3	0,7	0,5	0,4	0,2	0,3	0,5	0,4	0,6	0,8	0,6
x_1	0,5	0,2	0,6	0,3	0,5	0,0	0,1	0,7	0,4	0,3
r	0,2	0,4	1,6	1,2	0,6	0,0	0,8	1,4	2,0	1,0
F_1	2,0	-1,5	0,5	0,8	-1,0	1,5	-2,0	0,7	1,5	0,5
F_2	0,5	0,8	-1,0	1,5	-2,0	0,7	1,5	0,5	2,0	-1,5

Задачи к теме 9

9.1. Вал, вращавшийся с угловой скоростью ω_0 об/с, тормозится приложенной к его поверхности касательной силой F . За время t скорость вала уменьшилась до ω_1 об/с, и он сделал N оборотов. Масса вала – m , радиус – R .

Таблица 1

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ω_0	20	-	40	50	60	30	50	80	-	40
ω_1	0	10	20	30	20	-	20	60	20	20
F	-	8	12	15	10	20	4	-	10	14
m	15	12	-	20	10	4	12	6	30	-
N	-	200	-	-	-	400	-	-	300	-
R	0,2	0,4	0,3	-	0,5	0,4	0,3	0,2	0,3	0,1
t	8	-	10	6	-	-	-	10	-	20
Найти	F	ω_0	m	R	t	ω_1	N	F	ω_0	m

9.2. С наклонной плоскости длиной l , высотой h и углом наклона α скатывается тело (шар, диск, обруч) за время t и приобретает скорость v .

Таблица 2

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
тело	шар	диск	обр.	шар	диск	обр.	шар	диск	обр.	шар
h	6,0	-	-	-	-	-	-	3,0	-	2,0
l		10	8	12	-	15	-	-	20	-
α , град	-	-	24°	-	30°	6°	15°	9°	-	-
t		4	-	-	2	-	-	-	5	4,0
v		-	-	3,0	-	-	2,0	-	-	-
Найти	v	h	t	α	l	v	h	t	α	l

9.3. На вал радиусом R намотан шнур с грузом массой m . Груз падает с высоты h с ускорением a и достигает скорости v . Момент трения в подшипниках вала – $M_{тр}$, натяжение шнура – F_n . Момент инерции вала – I .

Таблица 3

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	-	-	3,0	-	-	-	-	4,0	-	-
$M_{тр}$	0,3	0,2	0,4	-	0,2	0,3	0,25	0,4	0,2	0,3
I	0,04	0,06	0,08	0,1	0,07	0,05	0,12	-	0,07	0,02
R	0,1	0,12	0,1	0,2	0,15	-	0,2	0,1	0,14	0,1
m	2,0	1,5	-	2,5	3,0	1,2	2,0	1,6	2,0	-
F_n	-	-	-	10	-	-	-	-	-	12
v	-	-	-	7	-	6	-	-	10	-
h	-	10	-	8	-	12	-	-	-	-
Найти	F_n	v	m	$M_{тр}$	a	R	F_n	I	h	m

9.4. Угол поворота диска массой m , радиусом R и моментом инерции I описывается уравнением: $\varphi = t + Bt^2 + Ct^3$. M – момент сил, действующий на диск в момент времени t .

Таблица 4

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	-	0,8	0,5	0,7	0,6	1,5	2,0	-	3,0	0,6
C	0,3	0,2	0,2	0,1	0,15	-	-0,2	0,2	-0,3	0,2
M	6,0	-	3,0	2,0	5,0	4,5	1,2	9,0	-	4,0
I	3,0	2,0	-	-	-	5,0	-	-	-	2,5
R	-	-	0,7	-	0,6	-	-	0,5	0,8	-
m	-	-	-	2,0	10,0	-	-	12	10	-
t	5	4	7	10	-	3	6	15	8	-
Найти	B	M	m	R	t	C	I	B	M	t

9.5. Маховик вращался с угловой скоростью ω_1 . Под действием постоянного момента сил он, сделав N оборотов, приобрел угловую скорость ω_2 . Момент инерции маховика – I , начальная кинетическая энергия – E_1 , конечная – E_2 .

Таблица 5

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	25	20	-	60	50	30	50	80	-	60
ω_1	-	8	12	-	-	10	-	-	5	14
M	2,0	-	1,5	3,0	0,75	2,0	0,5	-	3,0	1,2
I	-	8	6	10	8	5	12	4	16	4
ω_2	10	-	-	14	-	-	-	20	-	-
E_1	200	-	-	-	-	-	200	300	-	-
E_2	-	400	800	-	500	-	-	-	800	-
Найти	I	M	N	E_1	ω_1	E_2	ω_2	M	N	E_2

9.6. На горизонтальный вал с моментом инерции I радиусом R намотан шнур. К концу шнура привязан груз массой m . Угловое ускорение вала – ε . Ускорение груза – a . В подшипниках вала действует момент сил трения $M_{тр}$.

Таблица 6

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	-	-	-	-	5	2,5	-	-	2,8	-
ε	-	-	15	10	-	-	-	-	-	5
$M_{тр}$	0,5	0,3	0,2	1,5	0,1	0,2	1,2	2	0,6	0,4
I	0,5	2,0	1,5	3,0	-	0,8	0,6	1,5	2,5	-
R	0,3	0,5	0,2	-	0,2	-	0,3	0,4	0,5	0,2
m	2	3	-	5	2,5	4	3	5	-	2,5
Найти	ε	a	m	R	I	R	ε	a	m	I

9.7. Угол поворота кольца массой m , радиусом R и моментом инерции I описывается уравнением: $\varphi = t + Bt^2 + Ct^3$. M – момент сил, действующий на кольцо в момент времени t .

Таблица 7

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	-	0,8	0,5	0,7	0,6	1,5	2,0	-	3,0	0,6
C	0,2	0,4	0,2	0,3	0,25	-	-0,2	0,3	-0,2	0,3
M	6,0	-	3,0	2,0	5,0	4,5	1,2	9,0	-	4,0
I	3,0	2,0	-	-	-	5,0	-	-	-	2,5
R	-	-	0,8	-	0,6	-	-	0,5	0,8	-
m	-	-	-	2,0	10,0	-	-	12	10	-
t	5	4	7	10	-	4	8	15	8	-
Найти	B	M	m	R	t	C	I	B	M	t

9.8. По плоскости с углом наклона α катится без скольжения колесо массой m , радиусом R и с моментом инерции I . К оси колеса приложена сила F параллельная плоскости. Найдите ускорение центра колеса и силу трения между колесом и плоскостью.

Таблица 8

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α , град	9°	12°	18°	6°	9°	6°	12°	6°	15°	12°
m	2,0	4,0	6,0	3,0	8	2,0	5,0	3,0	4,0	6,0
I	0,12	0,1	0,05	0,12	0,4	0,2	0,15	0,02	0,3	0,2
F	5	4	12	5	8	1,5	6	2	4	8
R	0,3	0,2	0,1	0,2	0,3	0,4	0,2	0,1	0,3	0,2

9.9. Маховик, насаженный на вал, приводится во вращение постоянной касательной силой F , приложенной к поверхности вала. Момент инерции маховика с валом I . Через время t маховик вращается с угловой скоростью ω . Радиус вала – r .

Таблица 9

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ω	5	24	12	-	20	30	20	12	-	20
I	-	2,0	3,0	2,5	4,0	-	2,5	2,0	5,0	8,0
F	20	40	60	30	-	50	30	50	25	-
r	0,1	-	0,05	0,3	0,12	0,2	-	0,1	0,14	0,08
t	5	8	-	6	10	8	6	-	20	15
Найти	I	r	t	ω	F	I	r	t	ω	F

9.10. На барабан с радиусом R и моментом инерции I намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m . В подшипниках барабана действует момент сил трения $M_{тр}$. Сила натяжения шнура – F_n . Угловое ускорение барабана – ε , ускорение груза – a .

Таблица 10

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	2,0	-	-	1,2	-	-	-	3,0	-	-
ε	-	-	4,0	-	-	-	-	-	5,0	-
$M_{тр}$	8	4	10	-	8	6	10	10	-	-
I	10	-	8	12	6	12	8	-	7	15
R	-	0,4	0,5	0,6	0,3	0,45	0,25	0,5	0,4	0,5
m	12	8	-	10	10	8	-	12	6	20
F_n	-	60	-	-	-	-	80	-	-	160
Найти	R F_n	I ε	m F_n	$M_{тр}$ F_n	a F_n	ε F_n	a m	I F_n	$M_{тр}$ F_n	a $M_{тр}$

ТЕМА 10. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Моментом импульса $\vec{L}$ частицы тела относительно точки О называется векторное произведение ее радиуса-вектора $\vec{r}$ на импульс $\vec{p}$ (рис. 10.1):

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}], \quad (10.1)$$

где $L = rps \sin \alpha = pl$ – модуль момента импульса; l – плечо импульса.

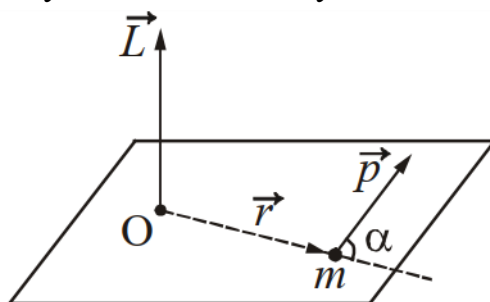


Рисунок 10.1 – Вектор момента импульса

Направлен вектор $\vec{L}$ перпендикулярно плоскости, в которой лежат перемножаемые векторы $\vec{r}$ и $\vec{p}$. Направление $\vec{L}$ определяется правилом «буравчика» или «правого винта»: рукоятка буравчика поворачивается по кратчайшему пути от вектора $\vec{r}$ к вектору $\vec{p}$, тогда острие буравчика совпадет с направлением вектора $\vec{L}$.

Если материальная точка движется по окружности радиусом r , то модуль момента импульса относительно центра окружности равен

$$L = mvr. \quad (10.2)$$

Момент импульса твердого тела относительно оси есть сумма моментов импульса отдельных частиц

$$L = \sum_{i=1}^N m_i v_i r_i, \text{ следовательно} \quad L = I\omega. \quad (10.3)$$

Закон изменения момента импульса твердого тела: изменение момента импульса тела в единицу времени равно векторной сумме моментов всех внешних сил, действующих на это тело

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (10.4)$$

Закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени

$$\vec{L} = \text{const}. \quad (10.5)$$

Задачи к теме 10

10.1. На краю платформы, диск массой m_1 и радиусом R , стоит человек массой m_2 . Платформа вращается с угловой скоростью ω_1 . Когда человек переходит ближе на расстояние r от центра, она начинает вращаться с угловой скоростью ω_2 . Момент инерции платформы – I . Человека можно принять за материальную точку. Угловые скорости даны в об/мин.

Таблица 1

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_1	-	200	-	100	-	150	-	-	120	-
m_2	60	50	70	80	-	60	70	80	60	70
I	-	-	30	-	250	-	-	200	-	250
r	0,5	1,0	0	-	1,5	0,7	1,2	0,5	0	-
R	2,0	2,5	1,5	3,0	3,0	-	2,0	1,5	2,0	2,5
ω_1	6	-	4	5	4	5	8	-	8	6
ω_2	10	12	-	8	8	10	12	10	-	10
Найти	I	ω_1	ω_2	r	m_2	R	m_1	ω_1	ω_2	r

10.2. На краю платформы, которая может свободно вращаться вокруг вертикальной оси, стоит человек. Человек ловит мяч, летящий по касательной к платформе со скоростью v , после чего платформа начинает вращаться со скоростью ω . Масса платформы – m_1 , её радиус – R , момент инерции – I . Масса человека – m_2 , масса мяча – m_3 .

Таблица 2

Физ. велич.	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_1	-	-	80	-	80	-	100	-	-	120
m_2	60	50	70	-	60	50	60	70	80	60
m_3	0,3	0,1	0,2	0,2	-	0,25	0,3	0,25	0,15	0,2
I	-	-	-	160	-	200	-	-	120	-
R	2,0	1,4	-	2,0	1,4	1,2	1,5	1,2	-	1,4
ω	0,01	0,02	0,01	0,02	0,01	0,02	-	0,02	0,01	0,02
v	5	12	8	7	8	-	12	15	14	-
Найти	m_1	I	R	m_2	m_3	v	ω	I	R	v

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зисман, Г. А. Курс общей физики. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. Колебания и волны: учебное пособие / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – Санкт-Петербург: Лань, 2007. – 352 с.
2. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика: учебное пособие / И. В. Савельев. – Санкт-Петербург: Лань, 2018. – 436 с.
3. Трофимова, Т. И. Курс физики: учебное пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – Москва: Академия, 2020. – 560 с.
4. Трофимова, Т. И. Курс физики. Задачи и решения: учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений / Т. И. Трофимова, А. В. Фирсов. – Москва: Академия, 2011. – 592 с.

Учебное издание

**Дёмина Маргарита Юрьевна
Кабанов Владимир Олегович
Орленко Фёдор Евгеньевич
Яшкевич Екатерина Александровна**

Физика Часть I. Механика

Индивидуальные задания для расчетных работ

Учебно-методическое пособие

Редактор и корректор Е. О. Тарновская
Техн. редактор М. Д. Баранова

Учебное электронное издание сетевого распространения

Системные требования:
электронное устройство с программным обеспечением
для воспроизведения файлов формата PDF

Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_get_file.php?id=202016_ по паролю.
- Загл. с экрана.

Дата подписания к использованию 24.12.2025 г. Рег. № 5245/25

Высшая школа технологии и энергетики СПбГУПТД
198095, СПб., ул. Ивана Черных, 4