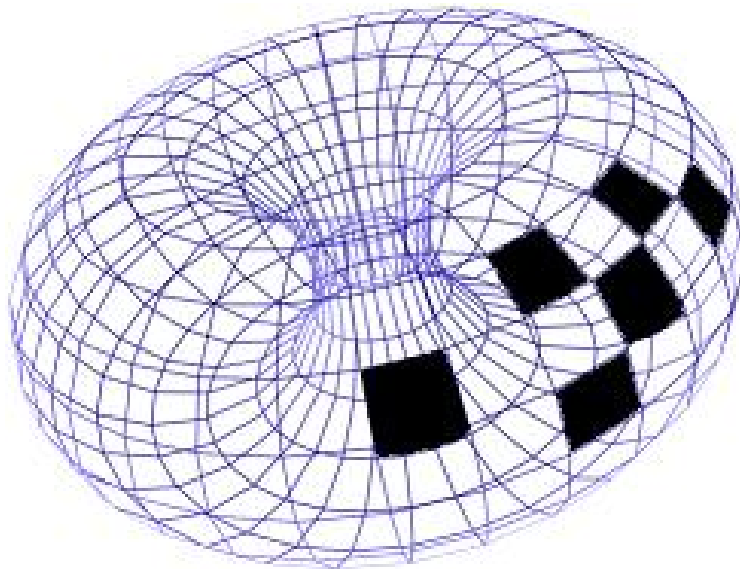


Н.Л. Леонова

**КОМПЬЮТЕРНОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Часть 1

Учебно-практическое пособие



**Санкт-Петербург
2018**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»

ВЫСШАЯ ШКОЛА ТЕХНОЛОГИИ И ЭНЕРГЕТИКИ

Н.Л. Леонова

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Часть 1

Учебно-практическое пособие

**Санкт-Петербург
2018**

УДК 681.3(075)
ББК 32.97я7
Л476

Леонова Н.Л. Компьютерное моделирование: учебно-практическое пособие
/ВШТЭ СПбГУПТД. - СПб., 2018. Часть 1 - 45 с.

В учебно-практическом пособии представлено несколько работ по дисциплине «Компьютерное моделирование». Рассмотрены основные понятия, необходимые в процессе выполнения работы, рассматривается информация по имитационному моделированию на основе теории клеточных автоматов.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», но также может быть полезно в процессе изучения дисциплин «Численные методы», «Вычислительная математика».

Рецензенты:

профессор кафедры «Высшая математика и механика» Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, доктор физ.-мат. наук С.П. Помыткин;
доцент кафедры «Прикладная математика и информатика» ВШТЭ СПбГУПТД, канд. техн. наук П.Е. Антонюк.

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом университета в качестве учебно-практического пособия.

Редактор и корректор Т.А. Смирнова

Техн. редактор Л.Я. Титова

Темплан 2018 г., поз. 12

Подп. к печати 15.02.18.

Формат 60x84/16.

Бумага тип. № 1.

Печать офсетная. 3,0 уч.-изд. л.; печ. л. 3,0

Тираж 30 экз. Изд. № 12.

Цена «С». Заказ

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД, 198095,
СПб., ул. Ивана Черных, 4.

© Высшая школа технологии
и энергетики СПбГУПТД, 2018
© Леонова Н.Л., 2018

Оглавление

РАБОТА №1. МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН В ТАБЛИЧНОМ ПРОЦЕССОРЕ MICROSOFT OFFICE EXCEL	3
РАБОТА № 2 ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО В ТАБЛИЧНОМ ПРОЦЕССОРЕ MICROSOFT OFFICE EXCEL.....	16
РАБОТА № 3. БИРЖЕВОЙ ИГРОК	20
РАБОТА № 4. ТАБЛИЧНАЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ В MICROSOFT EXCEL.....	32
РАБОТА № 5. ТАБЛИЧНАЯ ИМИТАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА В MS EXCEL.....	38
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	43

РАБОТА №1. МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН В ТАБЛИЧНОМ ПРОЦЕССОРЕ MICROSOFT OFFICE EXCEL

Введение

При построении компьютерных моделей часто бывает необходимо учитывать влияние случайных факторов. Эти факторы могут фигурировать в модели как случайные события, случайные величины или случайные функции. В основе всех приемов моделирования случайных факторов лежит использование случайных величин, имеющих равномерное распределение на интервале $[0; 1]$ (базовых случайных чисел).

Для формирования «истинно» случайных чисел используются аналого-цифровые преобразователи естественных источников случайных шумов (шумы электронных и полупроводниковых устройств, радиоактивный распад и т.п.). Случайные числа, генерируемые на ЭВМ (аппаратно или программно), называются псевдослучайными (ПСЧ). Последовательность псевдослучайных чисел всегда бывает периодической, т.е. в ней можно выделить повторяющиеся фрагменты.

К псевдослучайным числам предъявляются следующие требования:

- ✓ Псевдослучайные числа должны быть равномерно распределены на интервале $[0; 1]$.
- ✓ Псевдослучайные числа должны быть независимыми.
- ✓ Период последовательности псевдослучайных чисел должен быть большим.
- ✓ Последовательность псевдослучайных чисел должна быть воспроизводимой.

Большинство программных средств содержат встроенные генераторы случайных чисел (ГСЧ). Однако, псевдослучайные числа, генерируемые ими, часто не удовлетворяют перечисленным выше требованиям. Для решения задач компьютерного моделирования используют более надежные ГСЧ.

Генерация произвольного случайного числа состоит из двух этапов:

- ✓ генерация случайного числа l_i , равномерно распределенного в интервале от 0 до 1 (генерация базового СЧ).
- ✓ преобразование базовых СЧ l_i в случайные числа x_i , которые распределены по заданному закону распределения или в заданном интервале.

Моделирование в табличном процессоре Excel равномерно распределенных псевдослучайных чисел

Табличный процессор Excel содержит функцию СЛЧИС(), которая возвращает равномерно распределенное случайное число r_i ($0 \leq r_i \leq 1$). Случайные числа, полученные с помощью данной функции, имеют, по крайней мере, три недостатка:

- ✓ новое случайное число возвращается при каждом вычислении рабочего листа;
- ✓ нельзя задавать параметры последовательности СЧ;
- ✓ последовательность случайных чисел нельзя повторить.

Первый недостаток можно устранить, если после ввода в формульной строке =СЛЧИС() нажать клавишу F9 (формула заменится на само случайное число). Второй и третий недостатки устранить нельзя.

От перечисленных недостатков свободна программная генерация псевдослучайных чисел, например, линейным конгруэнтным методом [2, 3]. В основе этого метода лежит рекуррентное соотношение:

$$r_i = (A \cdot r_{i-1} + C) \bmod M, \quad (1)$$

где r_i , r_{i-1} — очередное и предыдущее случайные числа, соответственно. В рекуррентном соотношении (1) начальное значение r_0 и константы A и C — целые числа из интервала $[0; M)$, а M — большое целое положительное число. Последовательность чисел, генерируемая таким алгоритмом, периодична с периодом, не превышающим M .

Подбор параметров r_0 , A , C и M — не простая задача и, обычно, занимает много времени. Поэтому предлагаем подобрать лишь один параметр, остальные считаются заданными. Например, при $A = 16807$, $C = 0$ и $M = 2147483647$ необходимо подобрать значение r_0 , так, чтобы последовательность ПСЧ была как можно более случайной, независимой и равномерно распределенной на интервале $[0, 1]$. Таким образом, при подборе параметра необходимо контролировать статистические характеристики, частотные характеристики, критерий «хи-квадрат» и коэффициент корреляции.

Генератор СЧ должен выдавать близкие к следующим значения статистических параметров, характерных для равномерного случайного закона:

✓ математическое ожидание $m_r = \frac{\sum_{i=1}^N r_i}{N} = \frac{1}{2}$ (N — общее число сгенерированных чисел);

✓ дисперсия $D_r = \frac{\sum_{i=1}^N (r_i - m_r)^2}{N} = \frac{1}{12} \approx 0,0833$;

✓ среднеквадратичное отклонение $\sigma_r = \sqrt{D_r} \approx 0,2887$.

В хорошем ГСЧ в интервал $(m_r - \sigma_r; m_r + \sigma_r)$ должно попадать около 57.7% всех выпавших случайных чисел, так как

$$(0,5 + 0,2887) - (0,5 - 0,2887) = 0,5774.$$

Кроме этого, количество чисел, попавших в интервал $(0; 0,5)$, должно быть примерно равно количеству чисел, попавших в интервал $(0,5; 1)$.

Критерий «хи-квадрат» позволяет узнать, насколько созданный (реальный) ГСЧ близок к эталону ГСЧ. Пусть интервал $[0; 1]$ разбит на k интервалов и в каждый интервал попадет по n_i чисел ($n_1 + n_2 + \dots + n_k = N$). Тогда

$$\chi^2_{\text{реал.}} = (n_1 - p_1 \cdot N)^2 + (n_2 - p_2 \cdot N)^2 + \dots + (n_k - p_k \cdot N)^2.$$

Теоретические значения «хи-квадрат» ($\chi^2_{\text{теор.}}$) для $(N - 1) \leq 30$ приводятся в специальных таблицах, а для $(N - 1) > 30$ вычисляются по формуле

$$\chi^2_{\text{теор.}} \cong (N - 1) + \sqrt{2 \cdot (N - 1)} \cdot \chi_p + 2/3 \cdot \chi_{2p} - 2/3.$$

Для $N = 50$ вычисления по этой формуле дают следующий результат (табл. 1):

Таблица 1. Теоретические значения «хи-квадрат»

Теоретические значения «хи-квадрат» ($\chi^2_{\text{теор.}}$) для $N=50$							
$N-1$	$p = 1\%$	$p = 5\%$	$p = 25\%$	$p = 50\%$	$p = 75\%$	$p = 95\%$	$p = 99\%$
49	28,89	33,89	41,96	48,33	55,31	66,36	75,02
$\chi_p =$	-2,330	-1,640	-0,674	0,000	0,674	1,640	2,330

Если $\chi^2_{\text{реал}}$ много больше $\chi^2_{\text{теор.}}$, то генератор не удовлетворяет требованию равномерного распределения, так как наблюдается слишком большой разброс значений n_i . Если $\chi^2_{\text{реал}}$ мал, то такую последовательность нельзя назвать случайной. Например, для последовательности 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9 $\chi^2_{\text{реал}} = 0$, т.е. последовательность идеально равномерна, но далеко не случайна. Таким образом, если $\chi^2_{\text{реал.}}$ много

больше или $\chi^2_{\text{реал.}}$ много меньше любого $\chi^2_{\text{теор.}}$ в строке (табл. 1), то гипотеза о случайности равномерного генератора не выполняется. Если $\chi^2_{\text{реал.}}$ лежит между значениями $\chi^2_{\text{теор.}}$ двух рядом стоящих столбцов, то гипотеза о случайности равномерного генератора выполняется с вероятностью p . Чем ближе p к значению 50%, тем лучше.

В ячейки B9:B58 введена формула (1) (см. строку формул на рис. 1), которая позволяет получить числа из интервала $[0; M-1]$. В ячейки C9:C58 введена формула $=\{B9:B38/(\$E\$5-1)\}$, которая дает последовательность ПСЧ из диапазона $[0; 1]$ (всего 50 чисел).

Генерация псевдослучайных чисел (ПСЧ) линейным конгруэнтным методом и исследование их свойств												
1												
2												
3												
4	r_0	A	C	M								
5	72	16807	0	2147483647								
6												
7												
8	Случайное число из интервала $[0; M-1]$	Случайное число из интервала $[0; 1]$	Распределение случайных чисел по интервалам									
9			$[0; 0.1]$	$[0.1; 0.2]$	$[0.2; 0.3]$	$[0.3; 0.4]$	$[0.4; 0.5]$	$[0.5; 0.6]$	$[0.6; 0.7]$	$[0.7; 0.8]$	$[0.8; 0.9]$	$[0.9; 1.0]$
10	72	0,000000	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1210104	0,000563	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	1,011E+09	0,470721	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
13	866688318	0,403583	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												
34												
35												
36												
37												
38												
39												
40												
41												
42												
43												
44												
45												
46												
47												
48												
49												
50												
51												
52												
53												
54												
55	501187405	0,233384	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
56	1,026E+09	0,477700	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
57	1,501E+09	0,698913	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
58	1,364E+09	0,635118	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
59	Количество случайных чисел, попавших в интервал (n_i)		6	1	3	6	9	3	6	3	6	7
60	$n_i - n_{\text{ср}}$		1	-4	-2	1	4	-2	1	-2	1	2
61	$(n_i - n_{\text{ср}})^2$		1	16	4	1	16	4	1	4	1	4
62	"Хи-квадрат"		52									

Рис. 1. Фрагменты последовательности ПСЧ, сгенерированной в Excel линейным конгруэнтным методом.

В столбцах D–M с помощью функции ЕСЛИ() фиксируется попадание СЧ в заданный интервал. На рис.2 приведен фрагмент таблицы Excel с расчетами статистических и частотных характеристик последовательности ПСЧ, представленной на рис. 1. Ячейки таблиц взаимосвязаны. Изменение значения любого параметра (например, r_0) вызывает пересчет значений всех характеристик, поэтому подбор параметра не занимает много времени.

Для вычисления коэффициента корреляции в рассмотрение вводится дополнительная последовательность ПСЧ $si = ri + t$, где t — величина сдвига последовательности S относительно исходной последовательности R (рис 2).

Статистические и частотные характеристики последовательности ПСЧ			
	Статистические параметры	Получившиеся	Теоретические
67	Математическое ожидание	0,536203	0,5
68	Дисперсия	0,086330946	0,0833
69	Среднеквадратичное отклонение	0,293821282	0,2887
	Интервал	Количество ПСЧ, попавших в интервал	В % от общего числа ПСЧ
72	[0,2; 0,8]	30	60,00%
73	[0,0; 0,5]	25	50,00%
74	[0,5; 1,0]	25	50,00%

Рис. 2. Фрагмент таблицы Excel с расчетами характеристик последовательности ПСЧ.

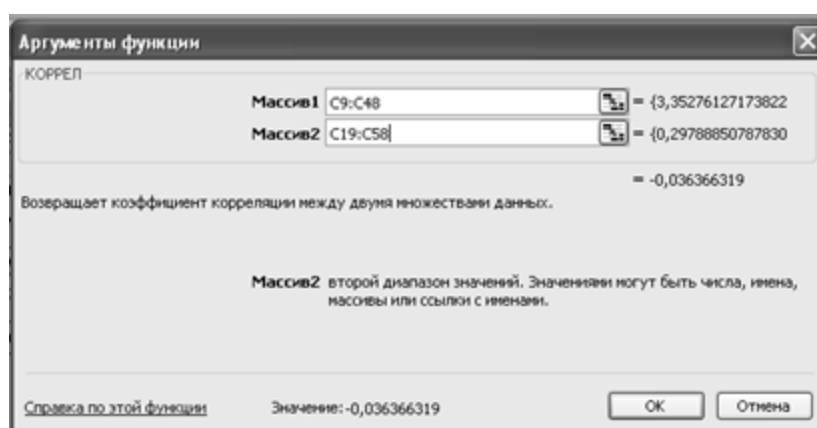


Рис.3. Вычисление коэффициента корреляции с помощью функции КОРРЕЛ.

Чаще всего в качестве характеристики независимости ПСЧ используют квадрат коэффициента корреляции. Чем он ближе к нулю, тем более независимыми являются случайные числа. В нашем случае квадрат коэффициента корреляции равен 0,036.

На рис. 1, 2 и 3 показан конечный результат подбора параметра r_0 при фиксированных значениях A , C и M . Анализ статистических характеристик (рис.2) показывает, что полученная последовательность ПСЧ близка к идеальной. На рис. 4 изображена гистограмма относительных частот сгенерированной последовательности ПСЧ.

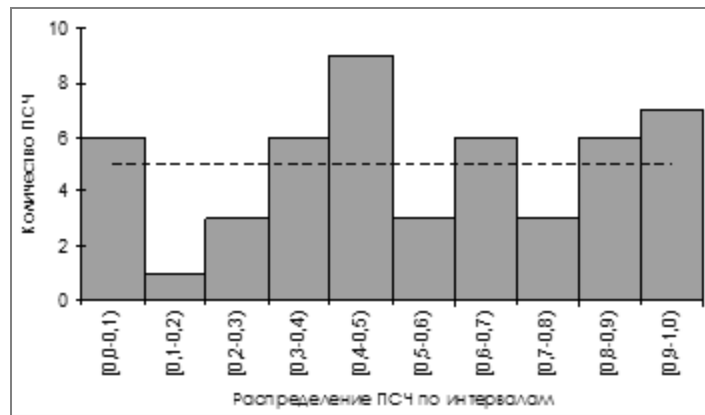
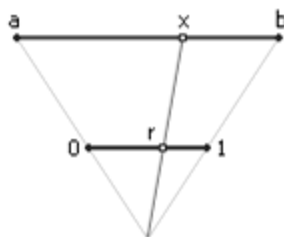


Рис. 4. Частотная гистограмма последовательности ПСЧ, равномерно распределенных на отрезке [0; 1].

Если требуется, чтобы случайное число x находилось в интервале $[a; b]$, отличном от $[0; 1]$, нужно воспользоваться формулой $x = a + (b - a) \cdot r$, где r — случайное число из интервала $[0; 1]$ (рис. 5).



$$\begin{aligned} \frac{r-0}{1-0} &= \frac{x-a}{b-a} \Leftrightarrow r = \frac{x-a}{b-a} \Leftrightarrow \\ x &= a + (b-a) \cdot r \end{aligned}$$

Рис. 5. Преобразование равномерно распределенного на интервале $[0, 1]$ случайного числа r в случайное число x , распределенное в интервале $[a, b]$.

Моделирование в табличном процессоре Excel случайной величины с заданным законом распределения

Для получения СВ с заданным законом распределения можно воспользоваться специальными расчетными соотношениями, которые позволяют вычислять значение СВ по значению случайного числа, равномерно распределенного на интервале $[0, 1]$. Такие соотношения получены практически для всех наиболее распространенных видов распределений и приведены в справочной литературе. В качестве примера рассмотрим моделирование в табличном процессоре Excel случайных величин, распределенных по нормальному и экспоненциальному законам распределения.

Моделирование нормально распределенной случайной величины

Наиболее широкий диапазон применения имеет нормальный закон распределения, так как любая величина, зависящая от большого числа случайных факторов, может считаться распределенной по нормальному закону.

Рассмотрим метод моделирования нормально распределенных СВ, основанный на центральной предельной теореме теории вероятности.

Согласно центральной предельной теореме, если случайные величины $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ независимы, одинаково распределены и их математическое ожидание и дисперсия конечны, то при увеличении n закон распределения суммы $\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n$ приближается к нормальному. Опыт показывает, что при сложении всего 12 равномерно распределенных на интервале $[0, 1]$ случайных чисел, получается случайная величина, которая с точностью, достаточной для большинства прикладных задач, может считаться нормальной.

Алгоритм моделирования этим методом нормально распределенной случайной величины состоит из трех пунктов:

- ✓ Сложить 12 равномерно распределенных ПСЧ n .
- ✓ Пронормировать полученную сумму, т.е. получить нормализованную нормально распределенную СВ X с математическим ожиданием $M(X) = 0$ и средним квадратичным отклонением $\sigma = 1$.
- ✓ Получить нормально распределенную случайную величину с требуемыми значениями математического ожидания и среднеквадратичного отклонения.

Рассмотрим этот алгоритм подробнее.

Пусть $Z = \sum_{i=1}^{12} r_i$, где n — независимые равномерно распределенные на интервале $[0, 1]$ случайные величины. В предыдущем разделе было показано, что математическое ожидание и дисперсия равномерно распределенной на интервале $[0, 1]$ случайной величины R соответственно равны:

$$M(R) = \frac{1}{2}, \quad D(R) = \sigma_r^2 = \frac{1}{12}.$$

Тогда математическое ожидание суммы Z равно

$$M(Z) = \sum_{i=1}^{12} M(R) = 12 \frac{1}{2} = 6,$$

а ее дисперсия $D(Z)$ равна

$$D(Z) = \sigma_z^2 = \sum_{i=1}^{12} D(R) = 12 \frac{1}{12} = 1.$$

Нормализуем сумму Z , т.е. перейдем от нее к величине

$$X = \frac{Z - V(Z)}{\sigma_Z} = \frac{Z - 6}{1} = \sum_{i=1}^{12} r_i - 6. \quad (2)$$

Из нормализованного распределения можно получить любое другое нормальное распределение с заданными параметрами. Пусть необходимо получить нормально распределенную случайную величину x_i с математическим ожиданием $M(x) = m$ и среднеквадратичным отклонением $\sigma = s$. Тогда из формулы (2) получим

$$x = m + s \left[\sum_{i=1}^{12} r_i - 6 \right]. \quad (3)$$

На рис. 6 показан фрагмент смоделированной последовательности случайных величин с нормальным законом распределения. В качестве равномерно распределенной на интервале $[0, 1]$ последовательности ПСЧ взята последовательность, фрагменты которой показаны на рис. 1.

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Справка																											
N9		=ЕСЛИ(И(\$D9>=1,\$D9<0);1,0)																									
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X				
1	Моделировании последовательности случайных величин с нормальным законом распределения																										
2																											
3	μ0	A	C	M	m	s																					
4	72	16807	0	2147483647	0	1																					
5																											
7	Распределение случайных величин по интервалам																										
8	СЧ из интервала [0; M-1]	СЧ из интервала [0; 1]	СВ с нормальным законом распределе	[-10;-9]	[-9;-8]	[-8;-7]	[-7;-6]	[-6;-5]	[-5;-4]	[-4;-3]	[-3;-2]	[-2;-1]	[-1;0]	[0;1]	[1;2]	[2;3]	[3;4]	[4;5]	[5;6]	[6;7]	[7;8]	[8;9]	[9;10]				
9	72	0,000000	-0,7735072	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
10	1210104	0,000563	-0,4951905	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
11	1,01E+09	0,470721	0,333751	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
12	8,67E+08	0,176582	0,3677772	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
...																											
82	2,04E+09	0,949890	0,3074238	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
83	1,71E+09	0,794856	-0,1286724	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
84	3,05E+08	0,141812	-0,5964021	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
85	9,45E+08	0,440099	-0,7300494	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
86	1,61E+09	0,750557	-0,9404849	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
87	1,3E+09	0,606047	Количество СВ, попавших в интервал																								
88	1,78E+09	0,829027																									
89	9,77E+08	0,454727																									
90	1,29E+09	0,602846																									
91	56493945	0,026307																									
92	3,06E+08	0,142474		0	0	0	0	0	0	0	1	7	29	25	12	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
93	1,22E+09	0,568782																									
94	1,1E+09	0,513793																									
95	7,02E+08	0,327126																									
96	17534269	0,008165																									
97	4,93E+08	0,229664																									

Рис. 6. Фрагменты последовательности случайных величин с нормальным законом распределения

В ячейки D9:D86 (см. рис. 6) введена формула $=\$G\$4+\$H\$4*(\text{СУММ}(C9:C20)-6)$, соответствующая расчетной формуле (3). При $m = 0$ и $s = 1$ она дает последовательность нормализованных СВ, подчиняющихся нормальному закону распределения. В столбцах E–X с помощью функции ЕСЛИ() фиксируется попадание СВ в заданный интервал (см. строку формул на рис. 6).

На рис. 7, 8, 9 показаны частотные гистограммы случайных величин, распределенных по нормальному закону с различными параметрами (коэффициентами $m = M(x)$ и $s = \sigma$ в формуле (3)).

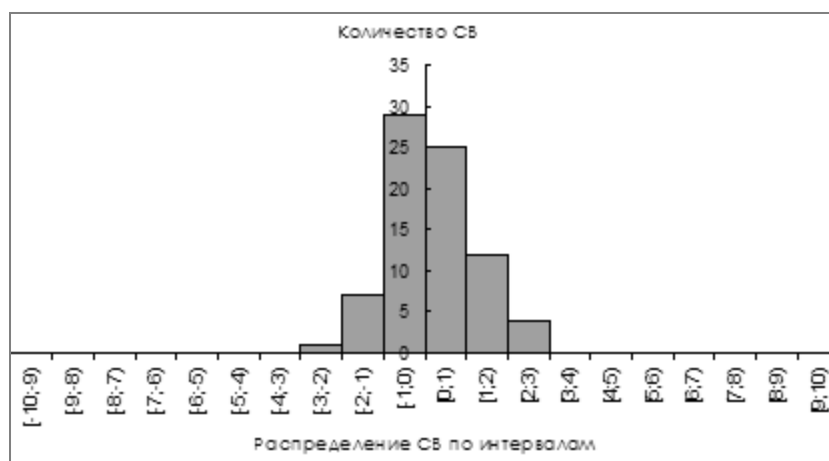


Рис. 7. Частотная гистограмма последовательности нормализованных ($M(x) = 0$ и $\sigma = 1$) нормально распределенных случайных величин

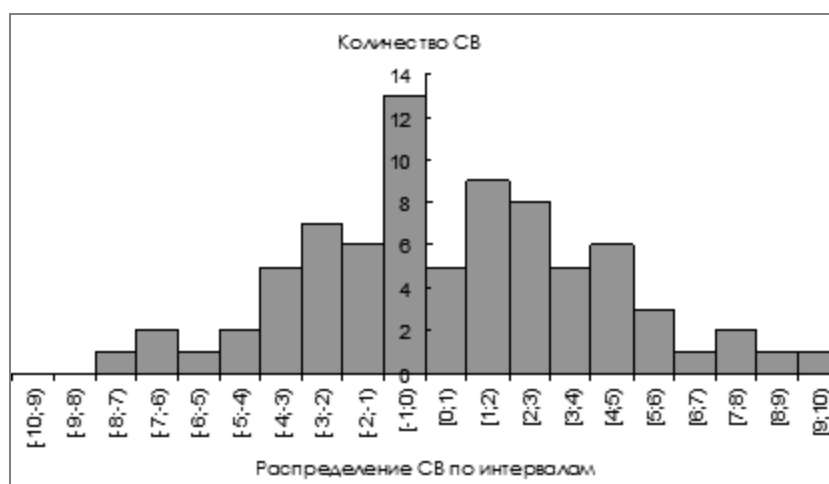


Рис. 8. Частотная гистограмма последовательности СВ, распределенных по нормальному закону с параметрами $M(x) = 0$ и $\sigma = 3,5$.

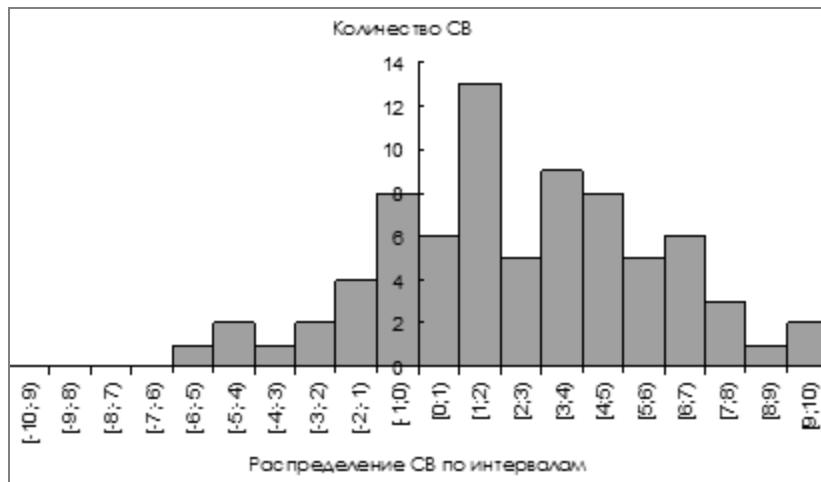


Рис. 9. Частотная гистограмма последовательности СВ, распределенных по нормальному закону с параметрами $M(x) = 2$ и $\sigma = 3,5$.

Моделирование экспоненциальной случайной величины

Случайная величина x , распределенная по экспоненциальному (показательному) закону, описывается плотностью распределения:

$$W(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

Экспоненциальному распределению, как правило, подчиняется случайный интервал времени t между поступлениями заявок в систему массового обслуживания. Поэтому важно уметь моделировать потоки заявок разной интенсивности λ . Математическое ожидание и дисперсия экспоненциально распределенной случайной величины t равны:

$$M(t) = 1/\lambda \quad \text{и} \quad D(t) = 1/\lambda^2.$$

Для моделирования экспоненциально распределенных случайных величин можно использовать два метода.

Первый метод называется методом инверсии и базируется на следующей теореме.

Теорема. Пусть $W(y) = \int_{-\infty}^y w(z) dz$ — функция распределения вероятностей случайной величины y , а $W^{-1}(x)$ — функция, обратная $W(y)$. Тогда случайная величина $y = W^{-1}(x)$ имеет заданный закон распределения $W(y)$, если случайная величина x равномерно распределена от 0 до 1.

Выведем расчетную формулу для моделирования СВ, распределенной по экспоненциальному закону.

Пусть $W(y) = \int_{-\infty}^y \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot z} dz = -e^{-\lambda \cdot z} \Big|_0^y = 1 - e^{-\lambda \cdot y}$. Для получения обратной функции

$W^{-1}(x)$ приравняем x к $W(y)$ и из полученного уравнения выразим величину y :

$$\begin{aligned} 1 - e^{-\lambda \cdot y} &= x, \\ y &= -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - x). \end{aligned} \quad (4)$$

Перейдем от обозначений y и x к обозначениям τ и R , соответственно. Тогда равенство (4) примет вид:

$$\tau = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - R).$$

Случайная величина R распределена равномерно на отрезке $[0; 1]$. Величина $(1-R)$ распределена так же, поэтому окончательно можно записать:

$$\tau = -\frac{1}{\lambda} \ln R. \quad (5)$$

Если в качестве базовых случайных чисел R взять последовательность l_i , фрагмент которой показан на рис. 1, то по формуле (5) получится последовательность экспоненциально распределенных СВ, частотная гистограмма которой изображена на рис. 6.

Второй метод моделирования экспоненциально распределенных случайных величин использует то свойство, что сумма квадратов двух нормально распределенных случайных величин x_1 и x_2 с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 распределена по экспоненциальному закону. Таким образом, расчетная формула имеет вид:

$$\tau = x_1^2 + x_2^2.$$

Как видно из рис.10 и 11 оба алгоритма дают достаточно хорошее приближение к экспоненциальному закону распределения.

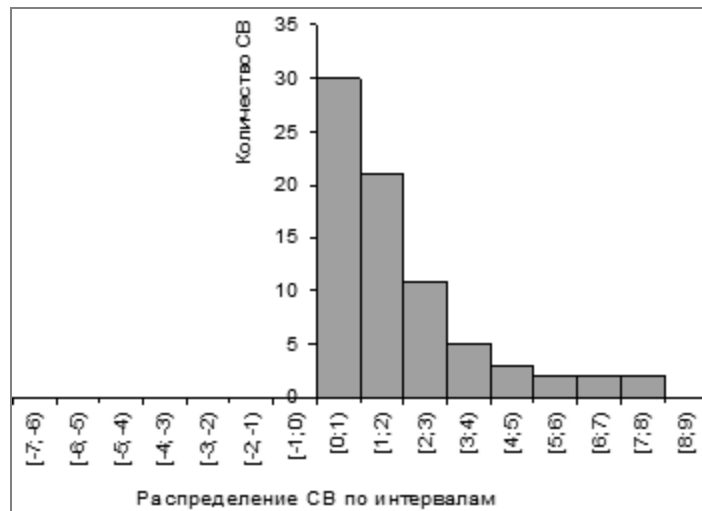


Рис. 10. Частотная гистограмма последовательности СВ, распределенных по экспоненциальному закону с параметром $\lambda=0,5$.

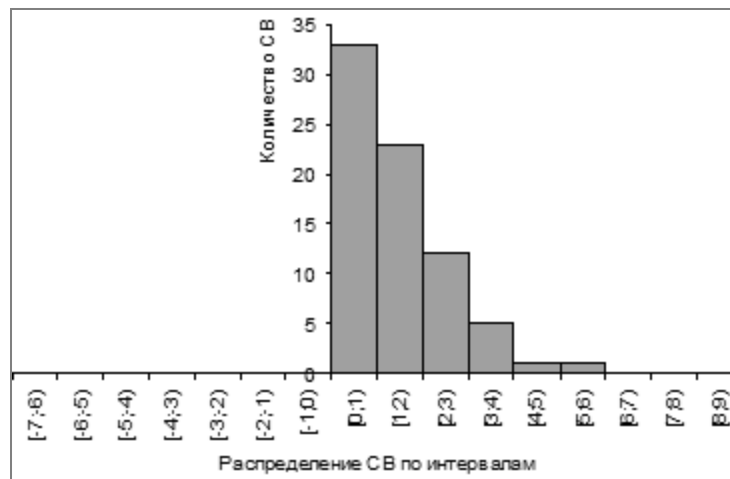


Рис. 11. Частотная гистограмма последовательности экспоненциально распределенных СВ, полученных сложением квадратов двух независимых нормально распределенных СВ с параметрами распределения $m = M(x) = 0$ и $s = \sigma = 0,5$.

Варианты заданий к работе №1

1. Задан закон распределения F дискретной случайной величины. Требуется:
 - а) Сгенерировать средствами пакета Mathcad выборку из 100 значений случайной величины с законом F .
 - б) Представить выборку в виде вариационного ряда.
 - в) Построить статистический ряд абсолютных частот, относительных частот и накопленных частот.
 - г) Построить полигон частот и сравнить его с многоугольником теоретического распределения F .

д) Найти основные выборочные характеристики и сравнить их с математическим ожиданием, дисперсией, коэффициентом асимметрии и коэффициентом эксцесса теоретического распределения F .

2. Задан закон распределения F непрерывной случайной величины. Требуется:

а) Сгенерировать средствами пакета Mathcad выборку из 100 значений случайной величины с законом F .

б) Представить выборку в виде вариационного ряда.

в) Построить сгруппированный статистический ряд абсолютных частот, относительных частот и плотностей частот

г) Построить гистограмму и сравнить ее с графиком плотности теоретического распределения F .

Для корректного сопоставления гистограммы с графиком плотности теоретического распределения следует помнить, что, EXCEL при одновременном отображении графика и гистограммы помещает точки графика в середину столбца гистограммы. Следовательно, значения плотности должны быть подсчитаны для середин столбцов гистограммы.

д) Построить график эмпирической функцию распределения и сравнить с графиком теоретического распределения F (для построения графиков использовать не менее 40 точек).

е) Найти основные выборочные характеристики и сравнить их с математическим ожиданием, дисперсией, коэффициентом асимметрии и коэффициентом эксцесса теоретического распределения F .

Вариант 1.

1) F - биномиальное распределение с параметрами $n = 20$ и $p = 7,0$.

2) F - распределение 2χ с одной степенью свободы.

Вариант 2.

1) F - биномиальное распределение с параметрами $n = 100$ и $p = 15,0$.

2) F - закон равномерной плотности на $(-2; 5)$.

Вариант 3.

1) F - биномиальное распределение с $n = 50$ и $p = 42,0$.

2) F - нормальный закон с параметром $m = 1; 1 \sigma$.

Вариант 4.

1) F - закон Пуассона с параметром $\lambda = 8$.

2) F - распределение 2χ с 2 степенями свободы.

Вариант 5.

- 1) F - биномиальное распределение с параметрами $n = 80$ и $p = 2,0$.
- 2) F - показательное распределение с параметром $\lambda = 3$.

Вариант 6.

- 1) F - закон Пуассона с параметром $\lambda = 12$.
- 2) F - показательное распределение с параметром $\lambda = 2$.

Вариант 7.

- 1) F - биномиальное распределение с параметрами $n = 30$ и $p = 6,0$.
- 2) F - нормальный закон с параметрами $\mu = 0$ и $\sigma = 3$.

Вариант 8.

- 1) F - закон Пуассона с параметром $\lambda = 12$.
- 2) F - нормальный закон с параметрами $\mu = -2$ и $\sigma = 3$.

Вариант 9.

- 1) F - закон Пуассона с параметром $\lambda = 10$.
- 2) F - показательный закон с параметром $\lambda = 1,0$.

Вариант 10.

- 1) F - биномиальное распределение с параметрами $n = 50$ и $p = 3,0$.
- 2) F - распределение χ^2 с одной степенью свободы.

РАБОТА № 2 ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО В ТАБЛИЧНОМ ПРОЦЕССОРЕ MICROSOFT OFFICE EXCEL

Метод Монте-Карло является классическим методом имитационного моделирования. Одно из самых распространенных применений этого метода — вычисление площадей плоских фигур, которое сводится к вычислению определенного интеграла.

Рассмотрим практическую реализацию метода Монте-Карло в табличном процессоре Excel на примере нахождения значения определенного интеграла

$$\int_1^4 \frac{x+2}{(x+3)^2} dx$$

1 шаг. Определим прямоугольник, который описывает криволинейную трапецию. Для этого найдем наибольшее значение подынтегральной функции на заданном отрезке [1; 4]. Найдем производную

$$\left(\frac{x+2}{(x+3)^2} \right)' = -\frac{x+1}{(x+3)^3}$$

и приравняем ее к нулю, $x = -1$ — стационарная точка, не принадлежит отрезку [1; 4]. Найдем значение функции на концах отрезка.

$$f(1) = \frac{1+2}{(1+3)^2} = \frac{3}{16}; \quad f(4) = \frac{4+2}{(4+3)^2} = \frac{6}{49}.$$

Наибольшее значение подынтегральной функции

$$f(x) = \frac{x+2}{(x+3)^2}$$

равно 3/16. Описывающий прямоугольник будет задаваться отрезками: по оси X — [1; 4], по оси Y — [0; 3/16].

2 шаг. Найдем на отрезке [1;4] оси X 10 произвольных точек. Для этого введем в диапазон C1:L1 случайные числа, равномерно распределенные на отрезке [0; 1]. Переведем их в случайные числа, равномерно распределенные на отрезке [1; 4]. Для этого в ячейки C2:L2 введем формулу $=\{1+(4-1)*C1:L1\}$. В общем случае формула перевода значений из отрезка [0;1] в произвольный отрезок $[a; b]$ будет иметь вид: $x'=a+(b-a) \cdot x$, где x — значение из отрезка [0;1], x' — значение из отрезка $[a; b]$.

Аналогично найдем на оси Y 10 произвольных точек. В диапазон A3:A12 введем произвольные значения из отрезка [0; 1], в диапазоне B2:B12 получим случайные числа из отрезка [0; 3/16]. В итоге мы получили 100 точек ($n=100$) с произвольными координатами $(x; y)$. Выясним, сколько точек оказалось внутри криволинейной трапеции. Если точка находится ниже кривой $y = f(x)$, то на пересечении соответствующих строки и столбца ставим значение 1, иначе - 0. Логическое условие будет выглядеть как $f(x) > y$. Для нашего примера в ячейке C3 формула следующая: $=\text{ЕСЛИ}((C\$2+2)/((C\$2+3)^2)>B3;1;0)$. Подсчитаем количество точек m , координаты которых, удовлетворяют неравенству $f(x) > y$. Это сумма ячеек C3:L12.

Найдем площадь прямоугольника, образованного отрезками [1; 4] на оси X и [0; 3/16] на оси Y , она будет равна

$$S = \frac{3}{16} \cdot (4 - 1)$$

Площадь криволинейной трапеции будет прямо пропорциональна отношению m/n , т.е.

$$\int_1^4 \frac{x+2}{(x+3)^2} dx = S \cdot \frac{m}{n}$$

После заполнения всех ячеек таблица примет вид, показанный на рис. 12.

Очевидно, что значение интеграла тем точнее, чем больше случайно полученных точек. Проведем повторные эксперименты, увеличивая количество точек (400, 900, 1600, 2500, 3600), все остальные вычисления остаются аналогичными. Сводная таблица значений и кривая зависимости значения интеграла от количества точек приведены на рис. 13 и 14.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Случайные числа, полученные с помощью линейного конгруэнтного метода		0,016	0,116	0,816	0,711	0,979	0,85	0,951	0,657	0,599	0,192
2		$y \backslash x$	1,049	1,349	3,449	3,134	3,937	3,551	3,854	2,971	2,797	1,577
3	0,016190476	0,003036	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	0,116190476	0,021786	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	0,816190476	0,153036	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
6	0,711428571	0,133393	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1
7	0,979047619	0,183571	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0,85047619	0,159464	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0,951428571	0,178393	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0,657142857	0,123214	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	0,599047619	0,112321	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	0,192380952	0,036071	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
13												
14	Количество точек в прямоугольнике	n=	100									
15	Количество точек в криволинейной трапеции	m=	64									
16		m/n=	0,64									
17	площадь прямоугольника=		0,563									
18	интеграл=		0,36									

Рис. 12. Нахождения значения определенного интеграла методом Монте-Карло в табличном процессоре Excel.

n	значение интеграл
100	0,36
400	0,4528125
900	0,469375
1600	0,4563281
2500	0,4374
3600	0,4371875

Рис. 13. Значения интеграла в зависимости от количества точек n.



Рис. 14. Кривая зависимости значений интеграла от количества точек n.

Найдем точное значение интеграла с помощью любого математического пакета или вручную и сравним с полученным результатом. Точное значение заданного интеграла равно

$$\ln \frac{7}{4} - \frac{3}{28} \approx 0,452$$

Варианты заданий к работе №2

Разработать алгоритм вычисления площади заданной фигуры методом Монте-Карло, найти значение интеграла в MS Excel и написать для него программу в пакете Mathcad. Определить величину относительной средне-квадратичной ошибки вычисленной оценки для различных прямоугольных областей Π , содержащих заданную фигуру G (см. рис. 15 и таблицу). Найти точное значение площади заданной фигуры и сравнить полученные результаты.

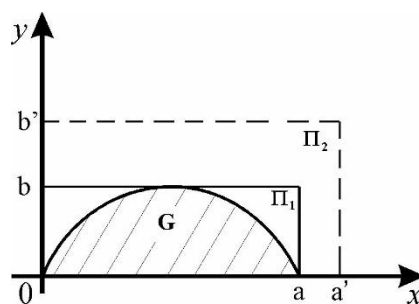


Рис. 15. Различные прямоугольные области Π , содержащие заданную фигуру G
 Фигура задана следующей кривой:

$$y(x) = \frac{2b}{a}x - \frac{4b}{a^2}x \cdot \left(x - \frac{a}{2}\right).$$

Площадь фигуры находится по формуле:

$$S = \int_0^a y(x)dx = \frac{2}{3}ab.$$

Таблица 2. Значение параметров для различных вариантов

Значение параметров	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
a'	3	3	5	5	7	7	6	6	4	4
b	4	5	6	7	8	9	10	9	8	7
b'	5	5	6	8	8	10	10	10	10	10

РАБОТА № 3. БИРЖЕВОЙ ИГРОК

Описание модели

Биржевой игрок разработал свой порядок приобретения и продажи акций, состоящий в следующем:

- ✓ обладая пакетом акций, необходимо продать его, как только цены на эти акции начинают падать;
- ✓ как только цены на акции начинают возрастать, их необходимо покупать.

Игрок не желает рисковать своими ограниченными средствами в натурном эксперименте и хочет оценить прибыльность своей стратегии с помощью имитационного моделирования. Для упрощения дальнейших рассуждений будем предполагать, что:

- ✓ игрок покупает и продает только одни какие-нибудь акции;
- ✓ в рассматриваемый момент времени, принимаемый за начальный, игрок располагает пакетом в 100 акций, стоимостью в 10 денежных единиц каждая, и цена акции может ежедневно изменяться на 1 денежную единицу (если сегодня акция стоит 10 денежных единиц, то завтра она будет стоить 9, 10 или 11 денежных единиц);
- ✓ игрок совершает не более одной сделки в день и за каждую сделку платит комиссионные в размере 2 % стоимости купленных или проданных акций;
- ✓ игрок не располагает иными средствами, кроме пакета в 100 акций.

Для оценки прибыльности своей стратегии игрок построил модель суточных флуктуации цен на акции с использованием ретроспективных биржевых данных. Эта модель представлена в виде табл.3 и определяет вероятности изменения цен на акции. Согласно этой модели, если в понедельник и во вторник цена одной акции равнялась 10 денежным единицам, то в среду (см. табл.3, вторая строка снизу) она будет стоить 11 денежных единиц с вероятностью $1/4$, 10 денежных единиц с вероятностью $1/2$ и 9 денежных единиц с вероятностью $1/4$.

Если же во вторник цена одной акции равнялась 9 денежным единицам, то в среду (см. табл. 3, первая строка снизу) она будет стоить 10 денежных единиц с вероятностью $1/4$, 9 денежных единиц с вероятностью $1/4$ и 8 денежных единиц с вероятностью $1/2$.

Таблица 3 Вероятности реализации событий

ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В ($n - 1$) ДЕНЬ	ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В n -Й ДЕНЬ		
	ВОЗРАСТАЕТ	ОСТАЕТСЯ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ	ПАДАЕТ
ВОЗРОСЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$1/2$	$1/4$	$1/4$
ОСТАЛАСЬ ТАКОЙ ЖЕ, КАК И В ($n - 2$) ДЕНЬ	$1/4$	$1/2$	$1/4$
УПАЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$1/4$	$1/4$	$1/2$

Прежде чем начинать процесс имитационного моделирования, необходима генерация случайных событий, которые с соответствующими вероятностями их реализаций представлены в табл. 3. Не располагая ни вычислительной техникой, ни соответствующим программным обеспечением, наш игрок решил воспользоваться простейшим способом, который заключается в бросании двух монет. Соответствие между возможными исходами этого *случайного испытания* и генерируемыми случайными событиями он отразил в табл. 4.

Таблица 4 Вероятности реализации событий в виде бросания монеты

Цена одной акции в ($n - 1$)-й день	Цена одной акции в n -й день		
	Возрастает	Остается без изменения	Падает
Возросла по сравнению с ($n - 2$) днем	ГЕРБ и РЕШКА	ДВА ГЕРБА	ДВЕ РЕШКИ
Осталась такой же, как и в ($n - 2$) день	ДВА ГЕРБА	ГЕРБ и РЕШКА	ДВЕ РЕШКИ
Упала по сравнению с ($n - 2$) днем	ДВА ГЕРБА	ДВЕ РЕШКИ	ГЕРБ и РЕШКА

Прогон модели

Предположим, что игрок решил ограничить длительность периода имитации 20 днями и каждому дню поставил в соответствие номер $k = 1, 20$. Эти номера, расположенные в порядке возрастания, образуют столбец 1 в табл. 3, отражающей результаты имитирования изменения цен на акции. Столбец 2 в табл. 3 он заполнил после 20-кратного подбрасывания двух монет, воспользовавшись следующими обозначениями: ГГ — выпали два герба; ГР — выпали один герб и одна решка; РР — выпали две решки. Для определения изменения цен на акции необходимо задать начальные условия: цену одной акции день с номером $k = 0$ и направление изменения вчерашней цены. В соответствии с исходными предположениями начальная цена одной акции равнялась 10 денежным единицам и совпадала с ценой в предшествующий день. Это нашло свое отражение в первой строке столбца 3 табл. 5, в котором игрок фиксировал направления изменения вчерашней цены акции. В столбце 4 он фиксировал сегодняшнюю цену одной акции.

Таблица 5 Имитация игры

1	2	3	4	1	2	3	4
1	ГР	Без изменения	10	11	РР	рост	12
2	РР	Без изменения	9	12	ГР	падение	11
3	ГГ	падение	10	13	РР	падение	11
4	ГГ	рост	10	14	ГГ	падение	12
5	ГГ	Без изменения	11	15	ГР	рост	13
6	ГР	рост	12	16	ГР	рост	14
7	ГГ	рост	12	17	РР	рост	13
8	РР	Без изменения	11	18	ГР	падение	12
9	ГГ	падение	12	19	ГР	падение	11
10	ГР	рост	13	20	РР	падение	11

Согласно табл. 4, при рассматриваемых начальных условиях выпадение герба и решки при первом бросании двух монет означает, что в первый день цена акции не изменяется (первая строка, столбец 3) и остается равной 10 денежным единицам (первая строка, столбец 4). Поскольку цены акций в первый день имитирования равны 10 денежным единицам, то выпадение двух решек при втором бросании двух монет (вторая строка, столбец 2) означает падение цены до 9 денежных единиц за акцию (вторая строка, столбец 4). Аналогично проверяется правильность заполнения игроком двух последних столбцов табл.5.

Результаты моделирования

Воспользовавшись данными об изменении цены акции за двадцатидневный период, представленными в табл. 5, наш игрок составил табл. 6 в которой отразил результаты имитационного моделирования своей стратегии купли и продажи акций на бирже. Прочерки в третьем столбце этой таблицы означают отсутствие сделок, что может быть обусловлено как выбранной стратегией поведения игрока (дни имитации 1, 4, 7, 13, 20), так и отсутствием у него либо

наличных денег (дни имитации 5, 6, 10, 15, 16), либо акций (дни имитации 12, 18, 19). При определении наличных денег учитывались комиссионные с каждой сделки. Так, например, на девятый день имитации игрок, располагая наличностью в размере 931,88 денежных единиц, купил 76 акций по цене 12 денежных единиц за акцию, заплатил комиссионные в размере $0,02 \cdot 12 \cdot 76 = 18,24$ денежных единиц и у него осталось в наличии $931,88 - 12 \cdot 76 - 0,02 \cdot 12 \cdot 76 = 1,64$ денежных единиц.

Проанализировав результаты имитационного моделирования, записанные в табл. 6, можно сразу отметить, что, придерживаясь своей стратегии, биржевой игрок останется в проигрыше. Но это лишь первое впечатление. Действительно, если процесс имитирования оборвать на шестой или шестнадцатый день, то он выиграет. А что будет, если повторить имитационный эксперимент или увеличить длительность периода имитирования?

Даже этот простейший пример имитационного моделирования игры на фондовой бирже порождает ряд весьма сложных вопросов относительно меры эффективности выбираемой стратегии и метода проектирования научно обоснованного эксперимента по проверке этой эффективности. Кроме того, становится очевидным, что, несмотря на простоту вычислительных процедур при имитационном моделировании, их объем весьма значителен. Поэтому конструктивное использование имитационного моделирования практически невозможно без использования быстродействующей вычислительной техники.

Таблица 6 Результаты имитационного моделирования стратегии купли и продажи акций на бирже.

День имитации	Цена акции	Решение	Количество акций у игрока	Стоимость пакета акций	Наличные деньги
1	10	—	100	1000	0,00
2	9	Продать	0	0	882,00
3	10	Купить	86	860	4,80
4	10	—	86	860	4,80
5	11	—	86	946	4,80
6	12	—	86	1032	4,80
7	12	—	86	1032	4,80
8	11	Продать	0	0	931,88
9	12	Купить	76	912	1,64
10	13	—	76	988	1,64
11	12	Продать	0	0	895,40
12	11	—	0	0	895,40
13	11	—	0	0	895,40
14	12	Купить	73	876	1,88
15	13	—	73	949	1,88
16	14	—	73	1022	1,88
17	13	Продать	0	0	931,90
18	12	—	0	0	931,90
19	11	—	0	0	931,90
20	11	—	0	0	931,90

Пример решения задания в Mathcad

Входные данные

$$a := \begin{pmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{pmatrix} \quad \text{- матрица вероятностей}$$

N - количество акций в первый день игры

p - цена одной акции

m - количество дней игры

q - комиссионные

c - номер стартовой строки

Процедура `solv` рассчитывает стратегию игры.

Выходные данные:

В массиве b в первом столбце указан номер дня, во втором столбце указана цена, в третьем столбце дается количество акций, в четвертом столбце дана наличная сумма биржевого игрока. В первый день игры у игрока находится пакет акций в количестве N , наличных денег нет.

$$\begin{aligned} N &:= 100 & p &:= 10 & m &:= 20 & c &:= 2 & k &:= 1 & a &= \begin{pmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{pmatrix} \\ q &:= 0.02 & b &:= \text{solv}(a, N, p, m, q, c) \\ b_{m,4} &= 1.307 \times 10^3 & & & & & & & & & \text{количество наличных} \\ & & & & & & & & & & \text{денег в последний} \\ & & & & & & & & & & \text{день игры} \end{aligned}$$

Цикл по реализациям

$$NN := 10$$

$$k := 1 \dots NN$$

$$b1(k) := \text{solv}(a, N, p, m, q, c)$$

$$\text{sum} := \frac{\sum_{k=1}^{NN} b1(k)}{NN}$$

Биржевой игрок

```

solv(a,N,p,m,q,c) :=
  S ← 0
  j ← 1
  cl ← c
  while j ≤ m
    z ← rnd(1)
    if z ≤ acl,1
      c ← 1
      p ← p + 1
      if S > p · (1 + q)
        N ←  $\frac{S \cdot (1 - q)}{p}$ 
        N ← trunc(N)
        S ← S · (1 - q) - N · p
    if (acl,1 < z ≤ acl,1 + acl,2)
      p ← p
      c ← 2
    if (acl,1 + acl,2 < z)
      c ← 3
      p ← p - 1
      S ← S + N · p · (1 - q)
      N ← 0
    bj,1 ← j
    bj,2 ← p
    bj,3 ← N
    bj,4 ← S
    j ← j + 1
    cl ← c
  b

```

$$b1(k)_{m,4} =$$

847.08
965.983
846.282
5.554
780.776
6.128
911.558
$1.078 \cdot 10^3$
1.841
$1.521 \cdot 10^3$

	1	2	3	4	
1	1	10.1	90	88.2	
2	2	10.1	80	176.4	
3	3	10.2	80	176.4	
4	4	10.4	70	294	
5	5	10.3	60.8	421.436	
6	6	10.1	49.6	509.68	
7	7	9.9	41.2	595.592	
sum = 8	8	10.3	57.7	393.538	
9	9	10.4	46.5	509.218	
10	10	10.3	47.4	486.734	
11	11	10.1	29.7	722.032	
12	12	9.9	38.7	635.32	
13	13	9.9	76	397.587	
14	14	10.2	74.5	439.251	
15	15	10.2	65.7	559.987	
16	16	10.2	58.7	517.88	

Задание к работе №3

1. Выполнить имитационное моделирование биржевой игры с помощью равномерного датчика случайных чисел, распределенных в интервале (0,1).
2. Проанализировать результаты моделирования для 20 дней: а) для одной реализации случайных чисел; б) для 10 реализаций случайных чисел
3. Написать программу в пакете Mathcad.

Примечание. Первые два задания можно выполнить с помощью встроенных функций Mathcad.

Рекомендации по заполнению табл. 7. Пусть имеется два несовместных события A_1 и A_2 с вероятностями $P_1 = 1/2$ и $P_2 = 1/2$. Делим интервал $[0,1]$ на две части — $[0,0.5]$ и $(0.5, 1]$. Если случайное число, генерированное датчиком случайных чисел, попадает в интервал $[0,0.5]$, то это

означает, что произошло событие A_1 ; если же случайное число попадает в интервал $(0.5, 1]$, то имеем событие A_2 . Используя датчик случайных чисел дважды, мы можем составить следующую табл. 7.

Таблица 7. Первый способ заполнения таблицы.

ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В ($N - 1$)-Й ДЕНЬ	ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В N -Й ДЕНЬ		
	ВОЗРАСТАЕТ	ОСТАЕТСЯ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ	ПАДАЕТ
ВОЗРОСЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($N - 2$) ДНЕМ	A_1A_2	A_1A_1	A_2A_2
ОСТАЛАСЬ ТАКОЙ ЖЕ, КАК И В ($N - 2$) ДЕНЬ	A_1A_1	A_1A_2	A_2A_2
УПАЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($N - 2$) ДНЕМ	A_1A_1	A_2A_2	A_1A_2

Можно использовать другой способ заполнения табл. 7. Для i -й строки имеется три несовместных события $A_{i,1}$, $A_{i,2}$, $A_{i,3}$ с вероятностями $P_{i,1}$, $P_{i,2}$, $P_{i,3}$ соответственно (причем, $P_{i,1} + P_{i,2} + P_{i,3} = 1$). Делим интервал $[0,1]$ на три части — $[0, P_{i,1}]$, $(P_{i,1}, P_{i,1} + P_{i,2}]$ и $(P_{i,1} + P_{i,2}, 1]$. Если случайное число, генерированное равномерным датчиком случайных чисел, попадает в интервал $[0, P_{i,1}]$, то это означает, что произошло событие $A_{i,1}$; если же случайное число попадает в интервал $(P_{i,1}, P_{i,1} + P_{i,2}]$, то имеем событие $A_{i,2}$, если же случайное число попадает в интервал $(P_{i,1} + P_{i,2}, 1]$, то имеем событие $A_{i,3}$. Используя датчик случайных чисел для каждой строки, мы можем составить следующую табл. 8.

Таблица 8 Второй способ заполнения таблицы.

ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В ($N - 1$)-Й ДЕНЬ	ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В N -Й ДЕНЬ		
	ВОЗРАСТАЕТ	ОСТАЕТСЯ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ	ПАДАЕТ
ВОЗРОСЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($N - 2$) ДНЕМ	A_1A_1	A_1A_2	A_1A_3
ОСТАЛАСЬ ТАКОЙ ЖЕ, КАК И В ($N - 2$) ДЕНЬ	A_2A_1	A_2A_2	A_2A_3
УПАЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($N - 2$) ДНЕМ	A_3A_1	A_3A_2	A_3A_3

Рекомендации по заданию начальных условий. Для определения изменения цен на акции необходимо задать начальные условия: цену одной акции в день с номером $k = 0$ и направление изменения вчерашней цены. Направление изменения вчерашней цены можно взять либо по первой строке табл. 7, либо по второй строке, либо по третьей строке.

Примечание. Для варианта 3 необходимо рассматривать три несовместных события A_1, A_2, A_3 и с учетом этого строить таблицу 7.

Вариант 1

ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В ($n - 1$)-Й ДЕНЬ	ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В n -Й ДЕНЬ		
	ВОЗРАСТАЕТ	ОСТАЕТСЯ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ	ПАДАЕТ
ВОЗРОСЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$1/2$	$1/4$	$1/4$
ОСТАЛАСЬ ТАКОЙ ЖЕ, КАК И В ($n - 2$) ДЕНЬ	$1/4$	$1/2$	$1/4$
УПАЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$1/4$	$1/4$	$1/2$

Вариант 2

ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В ($n - 1$)-Й ДЕНЬ	ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В n -Й ДЕНЬ		
	ВОЗРАСТАЕТ	ОСТАЕТСЯ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ	ПАДАЕТ
ВОЗРОСЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$1/4$	$1/2$	$1/4$
ОСТАЛАСЬ ТАКОЙ ЖЕ, КАК И В ($n - 2$) ДЕНЬ	$1/4$	$1/4$	$1/2$
УПАЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$1/2$	$1/4$	$1/4$

Вариант 3

ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В ($n - 1$)-Й ДЕНЬ	ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В n -Й ДЕНЬ		
	ВОЗРАСТАЕТ	ОСТАЕТСЯ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ	ПАДАЕТ
ВОЗРОСЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
ОСТАЛАСЬ ТАКОЙ ЖЕ, КАК И В ($n - 2$) ДЕНЬ	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
УПАЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

Вариант 4

ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В ($n - 1$)-Й ДЕНЬ	ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В n -Й ДЕНЬ		
	ВОЗРАСТАЕТ	ОСТАЕТСЯ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ	ПАДАЕТ
ВОЗРОСЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$
ОСТАЛАСЬ ТАКОЙ ЖЕ, КАК И В ($n - 2$) ДЕНЬ	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$
УПАЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$

Вариант 5

ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В ($n - 1$)-Й ДЕНЬ	ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В n -Й ДЕНЬ		
	ВОЗРАСТАЕТ	ОСТАЕТСЯ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ	ПАДАЕТ
ВОЗРОСЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
ОСТАЛАСЬ ТАКОЙ ЖЕ, КАК И В ($n - 2$) ДЕНЬ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
УПАЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

Вариант 6

ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В ($n - 1$)-Й ДЕНЬ	ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В n -Й ДЕНЬ		
	ВОЗРАСТАЕТ	ОСТАЕТСЯ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ	ПАДАЕТ
ВОЗРОСЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
ОСТАЛАСЬ ТАКОЙ ЖЕ, КАК И В ($n - 2$) ДЕНЬ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
УПАЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) ДНЕМ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

Вариант 7

ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В ($n - 1$)-Й ДЕНЬ	ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В n -Й ДЕНЬ		
	ВОЗРАСТАЕТ	ОСТАЕТСЯ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ	ПАДАЕТ
ВОЗРОСЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$)-М ДНЕМ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
ОСТАЛАСЬ ТАКОЙ ЖЕ, КАК И В ($n - 2$)-Й ДЕНЬ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
УПАЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) - М ДНЕМ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Вариант 8

ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В ($n - 1$)-Й ДЕНЬ	ЦЕНА ОДНОЙ АКЦИИ В n -Й ДЕНЬ		
	ВОЗРАСТАЕТ	ОСТАЕТСЯ БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ	ПАДАЕТ
ВОЗРОСЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$)-М ДНЕМ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
ОСТАЛАСЬ ТАКОЙ ЖЕ, КАК И В ($n - 2$)-Й ДЕНЬ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
УПАЛА ПО СРАВНЕНИЮ С ($n - 2$) - М ДНЕМ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

РАБОТА № 4. ТАБЛИЧНАЯ РЕАЛИЗАЦИИ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ В MICROSOFT EXCEL.

Генетические алгоритмы (ГА), идею которых впервые высказал Дж. Холланд в конце шестидесятых - начале семидесятых годов XX века, находят применение для решения задач комбинаторной и многоэкстремальной оптимизации, при обучении искусственных нейронных сетей, в нечетких системах и др. ГА представляют собой специфические программные процедуры, основанные на механизмах естественного отбора, мутации и наследования, благодаря которым в процессе смены поколений выживают лучшие, наиболее приспособленные особи. Обобщенная блок – схема генетического алгоритма представлена на рис.16.

Алгоритм, представленный данной блок – схемой является, по существу, не алгоритмом, а методом оптимизации, и детали его реализации (способы выбора и селекции хромосом, скрещивания и мутации, другие характеристики) на практике могут бесконечно варьироваться.

В настоящее время существует множество программных пакетов решения оптимизационных задач с использованием ГА, различающихся степенью сложности и заложенной в них функциональностью. Известны также аналогичные программные надстройки Excel, например, популярная надстройка Evolver компании Palisade Corp.

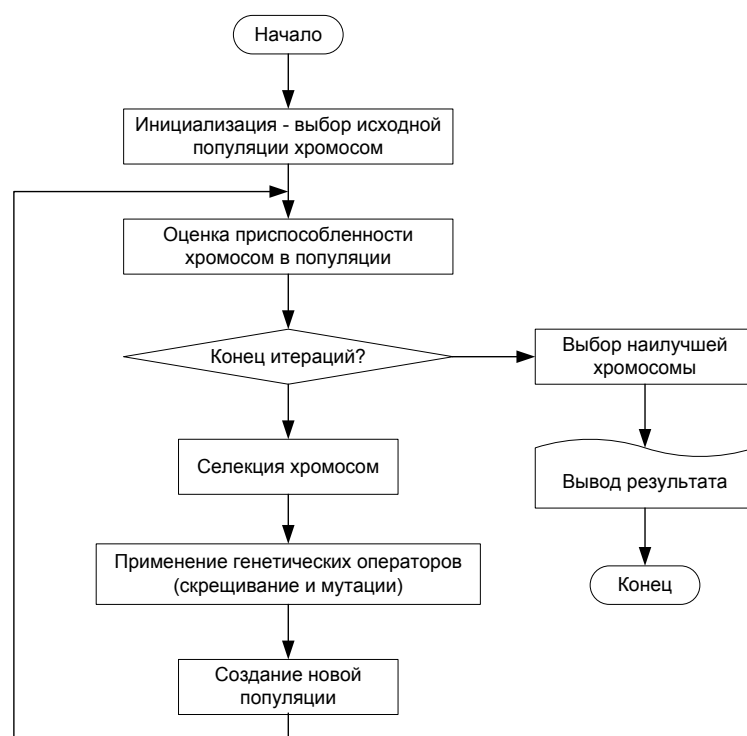


Рис.16. Обобщенная блок – схема генетического алгоритма.

В той или иной степени общим недостатком перечисленных программных средств является закрытость их программного кода, и, как следствие, ограниченность действий пользователя потенциальными возможностями используемой программы, что затрудняет свободу творчества и эффективное экспериментирование с генетическими алгоритмами.

Рассмотрим возможность реализации ГА чисто табличными средствами по принципу «программирование без программирования», не прибегая к написанию программного кода на языке VBA. К достоинствам предлагаемой здесь табличной реализации генетических алгоритмов относятся:

- ✓ доступность табличного моделирования ГА для квалифицированных пользователей Excel, не владеющих языками программирования;
- ✓ полная открытость структуры, данных и алгоритма функционирования ГА, гибкий мониторинг его работы;
- ✓ встроенность ГА в мощную вычислительную среду Excel, предоставляющую широкие возможности для визуального представления результатной информации и анализа поведенческих характеристик алгоритма;
- ✓ исключительная полезность этой техники моделирования ГА для учебных целей.

Возможность табличной реализации ГА покажем на примере решения простой задачи нахождения хромосомы с максимальным количеством единиц. Предполагается, что хромосомы состоят из 12 генов, а популяция насчитывает 8 хромосом. Понятно, что наилучшей тогда будет хромосома 111111111111.

Итерационная табличная модель решения этой тривиальной задачи оптимизации представлена на рис.17а, б,в.

Исходная популяция хромосом, задаваемая в интервале H4:S11, создается с помощью генератора случайных чисел. Наиболее приспособленные хромосомы отбираются методом рулетки с использованием элитарной стратегии отбора (в новое поколение переходят все хромосомы предыдущего поколения, содержащие максимальное число единиц). В модели используется одноточечное скрещивание в случайной точке разбиения, при этом отобранные наилучшие хромосомы не скрещиваются, но участвуют в мутациях. На каждой итерации мутирует (изменяется со значения '0' на '1') и наоборот один случайный ген хромосомы. Вероятности процессов скрещивания и мутации задаются вручную пользователем (рис.17а).

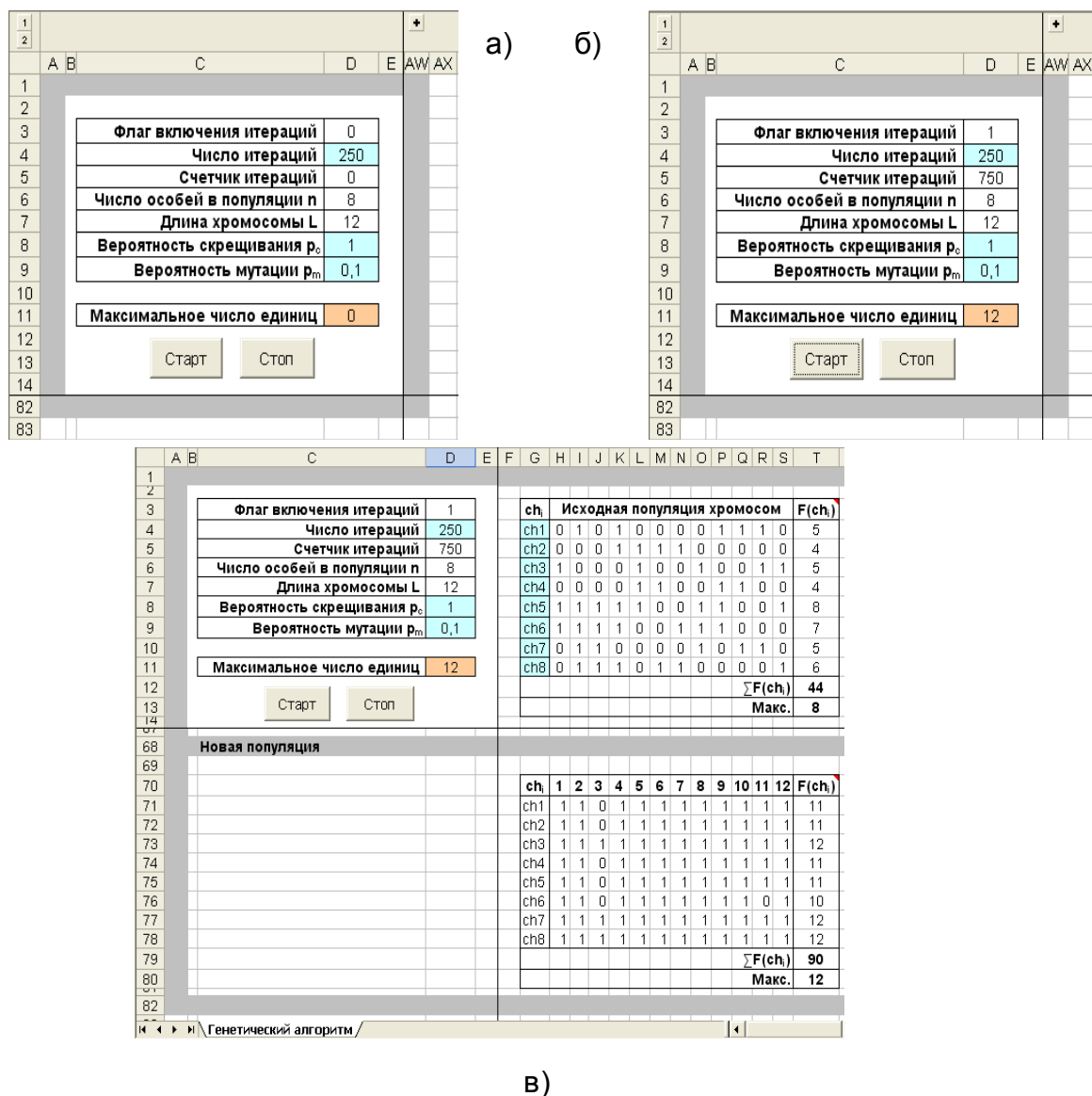


Рис.17. Пользовательский интерфейс табличной модели ГА:

а) начальное состояние модели, б - в) состояние модели после 750 итераций.

В модели ГА используются следующие формулы:

[D5] := ЕСЛИ(\$D\$3=1; \$D\$5+1; 0)

[D6] := СЧЁТ(Н4:Н11)

[D7] := СЧЁТ(Н4:С4)

[D11] := ЕСЛИ(Start=1; ЕСЛИ(\$T\$80>\$D\$11; \$T\$80; \$D\$11); 0)

[Н4] := ЕСЛИ(СЛЧИС()<0,5; 0; 1) (копируется в другие ячейки интервала Н4:С11)

[Т4] := СУММ(Н4:С4) (копируется в другие ячейки интервала Т4:Т11)

[Т12] := СУММ(Т4:Т11)

[Т13] := МАКС(Т4:Т11)

$$[A]_{40} := A_{39}$$
35

[AP58] := ВПР(\$AN45; \$G\$18:\$U\$25; \$D\$7+3) (копируется в другие ячейки интервала AP58:AP65)

[AQ58] := ЦЕЛОЕ((\$D\$7-1)*СЛЧИС())+1, [AQ59] := <пусто>

(содержимое ячеек AQ58, AQ59 копируется в другие ячейки интервала AQ58:AQ65)

[AR59] := ЕСЛИ(И(\$AR\$57=1; \$AO45<>\$AO\$53); ЗАМЕНИТЬ(\$AP58; \$AQ58+1; \$D\$7-\$AQ58; ПРАВСИМВ(\$AP59; \$D\$7-\$AQ58)); \$AP58)

[AR60] := ЕСЛИ(И(\$AR\$57=1; \$AO46<>\$AO\$53); ЗАМЕНИТЬ(\$AP59; \$AQ58+1; \$D\$7-\$AQ58; ПРАВСИМВ(\$AP58; \$D\$7-\$AQ58)); \$AP59)

(содержимое ячеек AR58, AR59 копируется в другие ячейки интервала AR59:AR66)

[AS59] := ЦЕЛОЕ((\$D\$7)*СЛЧИС())+1 (копируется в другие ячейки интервала AS59:AS66)

[AT59] := ЕСЛИ(СЛЧИС()>\$D\$9; AR59; ЗАМЕНИТЬ(AR59; AS59; 1; ЕСЛИ(ПСТР(AR59; AS59; 1)="" "1"; "0"))) (копируется в другие ячейки интервала AT59:AT66)

[AU59] := ЕСЛИ(AR59=AT59; 0; 1) (копируется в другие ячейки интервала AU59:AU66)

Управление работой итерационной табличной модели ГА осуществляется с помощью кнопок *Пуск* и *Стоп*, с которыми ассоциированы простые управляющие макросы StartBtn_Click() и StopBtn_Click() соответственно, где "Start" и "N" – именованные ячейки D3 и D4 модели:

' ===== Кнопка Пуск =====

Private Sub StartBtn_Click()

With Application

'-- Пуск итераций --

.Calculation = xlCalculationManual

.Iteration = True

Range("Start").Value = 1

.MaxIterations = Range("N").Value

ActiveSheet.Calculate

End With

End Sub

' ===== Кнопка НУ =====

Private Sub StopBtn_Click()

With Application

'-- Стоп итераций --

.Calculation = xlCalculationManual

.Iteration = True

Range("Start").Value = 0

.MaxIterations = 1

ActiveSheet.Calculate

End With

End Sub

В заключение заметим, что приведенная табличная модель легко модифицируется и расширяется (по размеру хромосом и количеству особей в популяции), а предложенная табличная техника моделирования ГА может быть с успехом применена для решения других, более сложных оптимизационных задач.

РАБОТА № 5. ТАБЛИЧНАЯ ИМИТАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА В MS EXCEL

В настоящее время активно развивается моделирование интеллектуальной деятельности человека. Это обширная область исследований, позволившая создать множество эффективных компьютерных программ для различных сфер человеческой деятельности.

Клеточные автоматы (КА) интересны тем, что позволяют изучать системы с достаточно сложным поведением. Среда, которую представляют собой КА, обладает большими возможностями для моделирования совокупности взаимосвязанных однородных объектов. КА находят свое применение в моделировании физических процессов в физике частиц и ядерной физике, моделировании движения потоков жидкости, взаимодействующих клеточных систем в биологии и медицине и т.д.

Генетические и эволюционные алгоритмы являются одним из активно развивающихся и перспективных направлений в искусственном интеллекте. С их помощью могут быть найдены решения многих сложных задач в различных областях, например, при разработке программного обеспечения, в системах искусственного интеллекта, оптимизации, искусственных нейронных сетях и других отраслях знаний.

Эволюция подразумевает постоянный процесс оптимизации, в котором биологический вид, развиваясь и изменяясь, пытается лучшим образом приспособиться к окружающей среде.

Генетические и эволюционные алгоритмы (ГА и ЭА) представляют собой специфические программные процедуры, основанные на механизмах естественного отбора, мутации и наследования, благодаря которым в процессе смены поколений выживают лучшие, наиболее приспособленные особи.

Искусственные нейронные сети (ИНС) представляют собой совокупность взаимосвязанных между собой нейронов и разрабатываются по принципу организации и функционирования биологических нейронных сетей. ИНС являются универсальными структурами, позволяющими реализовать любой вычислительный алгоритм.

Возможность обучения — одно из главных преимуществ нейронных сетей (НС) перед традиционными алгоритмами. Обучение НС заключается в нахождении

коэффициентов синаптических связей между нейронами. В процессе обучения НС способна выявлять сложные зависимости между входными данными и выходными, а также выполнять обобщение. Это значит, что в случае успешного обучения нейронная сеть может вернуть верный результат на основании данных, которые отсутствовали в обучающей выборке, а также неполных или «зашумленных», частично искаженных данных.

ИНС находят широкое применение в практике принятия управленческих решений. Сочетая в себе способность компьютера к обработке чисел и способность мозга к обобщению и распознаванию, нейросетевой подход позволяет обрабатывать огромное количество факторов, сложным образом связанных между собой. В сложных практических задачах обученная нейронная сеть выступает как эксперт, обладающий большим опытом и способный с большой вероятностью дать правильный ответ на поставленный вопрос.

Характерной особенностью моделируемых алгоритмов является то, что все они опираются на метод простых итераций, где в клеточных автоматах один цикл итераций означает смену одного поколения популяции клеток, в генетических алгоритмах – цикл скрещивания, мутации и отбора, в ИНС – обучение нейронной сети на одном учебном образце. По этой причине все эти алгоритмы потребовали использования электронных таблиц в режиме множественного пересчета ЭТ, т.е. разработки нестандартных итерационных табличных моделей.

Клеточные автоматы (КА), впервые введенные Дж. фон Нейманом и К. Цусе в середине прошлого века, нашли применение для распараллеливания вычислительных процессов, наглядной демонстрации явлений самоорганизации в нелинейных системах с локальными взаимодействиями, генерации красивых геометрических узоров, моделирования физических и химических явлений и процессов. В последние годы появилось множество работ по практическому использованию нечетких клеточных автоматов и решеток связанных отображений для моделирования пространственно – временной динамики непрерывных систем и процессов различной природы (социальных, экономических, биологических, экологических и др.), как детерминированных, так и стохастических.

В той или иной мере общим недостатком существующих компьютерных программ моделирования КА являются закрытость программного кода и сложность расширения функциональных возможностей этих программ. В этом смысле имитационное табличное моделирование КА, базирующееся на принципе «программирование без программирования», несомненно, является

привлекательным и перспективным, требует от разработчика меньше компетенций, предоставляет ему большую свободу действий, быстрее приводит к конечному результату.

Для демонстрации возможности табличной реализации КА рассмотрим два знаменитых клеточных автомата: компьютерную игру «Жизнь» Конуэя и «Муравья» Лэнгтона, - а также табличное моделирование спиральных автоволн.

Компьютерная игра «Жизнь» Конуэя разыгрывается на двумерной решетке клеток, каждая из которых может находиться в двух состояниях:

- ✓ 1 (живая) или 0 (мертвая). Состояния всех клеток меняются синхронно по шагам. На каждом следующем шаге новое состояние клетки определяется текущим состоянием ее окружения по правилам:
- ✓ клетка, имеющая ровно три живых соседа из восьми, оживает (рождение);
- ✓ живая клетка, имеющая два или три живых соседа, не изменяет своего состояния (выживание);
- ✓ во всех остальных случаях клетка умирает (гибель от одиночества или перенаселения).

Создадим более общую табличную модель семейства клеточных автоматов «Жизнь».

Рис. 21. Пользовательский интерфейс имитационной табличной модели семейства КА «Жизнь».

Табличная модель семейства КА «Жизнь» состоит из закрепленной области пользовательского интерфейса в интервале ячеек R1C1:R6C53 (рис.21) и пяти двумерных массивов клеток размером 50x50 ячеек для хранения информации о состоянии клеточного автомата (для краткости будем называть эти массивы полями клеток):

- ✓ R8C3:R57C52 – поле клеток Начальное состояние КА, предназначено для задания детерминированного начального состояния клеточного автомата;
- ✓ R59C3:R108C52 - поле клеток Инициализация КА, при сброшенном флаге Хаос содержимое этого поля является копией поля клеток R8C3:R57C52, при установленном флаге Хаос его ячейки заполняются нулями и единицами случайным образом с заданной вероятностью жизни;

- ✓ R110C3:R159C52 - поле клеток Текущее состояние КА, в каждой итерации определяет текущее состояние клеток автомата: 1 – живая клетка, 0 – мертвая клетка;
- ✓ R161C3:R210C52 – вспомогательное поле клеток Состояние окружения, в клетках этого поля рассчитывается число живых клеток, окружающих каждую клетку поля клеток R110C3:R159C52. Если установлен флаг Центр, то помимо состояния восьми ближайших соседей (окружение Мура) учитывается также состояние центральной клетки;
- ✓ R212C3:R261C52 - поле клеток Копия состояния КА, является копией поля клеток R110C3:R159C52.

Пользовательский интерфейс модели (рис.21) включает:

- ✓ таблицу переходов КА в интервале ячеек R2C6:R4C15;
- ✓ управляющие флаги Хаос и Центр и связанные с ними ячейки R1C17, R3C17;
- ✓ зависимые от R1C17, R3C17 ячейки R2C17, R4C17, в которых по формулам $[R2C17] := \text{ЕСЛИ}(R1C17; 1; 0)$ и $[R4C17] := \text{ЕСЛИ}(R3C17; 1; 0)$ логические значения ИСТИНА и ЛОЖЬ флагов Хаос и Центр преобразуются в числовые значения 1 и 0;
- ✓ управляющие кнопки Пуск и НУ, с которыми ассоциированы универсальные макросы StartBtn_Click() и InitBtn_Click();
- ✓ входные ячейки Вероятность жизни R2C23 и Число итераций R2C50;
- ✓ ячейка Флаг ручного включения итераций R3C50, устанавливается и сбрасывается программно с помощью макросов StartBtn_Click() и InitBtn_Click();
- ✓ ячейка Счетчик числа итераций R4C50, используется для динамического счета числа выполненных итераций по формуле $[R4C50] := \text{ЕСЛИ}(\text{Start} = 1; R4C50+1; 0)$.
- ✓ Значения ячеек полей клеток R59C3:R108C52, R110C3:R159C52, R161C3:R210C52 и R212C3:R261C52 рассчитываются по формулам:

$[R59C3:R108C52] = \text{ЕСЛИ}(R2C17=1; \text{ЕСЛИ}(\text{СЛЧИ}() < R2C23; 1; 0); R[-51]C)$

$[R110C3:R159C52] = \text{ЕСЛИ}(\text{Start}=1; \text{ЕСЛИ}(\text{И}(\text{СМЕЩ}(R2C5; 2; R[51]C + 1) = 1; R[102]C = 0); 1; \text{ЕСЛИ}(\text{СМЕЩ}(R2C5; 1; R[51]C + 1) = 1; R[102]C; 0)); R[-51]C)$

$[R161C3] = \text{СУММ}(R[-51]C:R[-50]C[1]; R[-51]C[49]:R[-50]C[49]; R[-2]C:R[-2]C[1]; R[-2]C[49]) + (R4C17-1) * R[-51]C$

$[R161C4: R161C51] = \text{СУММ}(R[-51]C[-1]:R[-50]C[1]; R[-2]C[-1]: R[-2]C[1]) + (R4C17-1) * R[-51]C$

$[R161C52] = \text{CYMM}(R[-51]C[-1]:R[-50]C; R[-51]C[-49]:R[-50]C[-49];$
 $R[-2]C[-49]; R[-2]C[-1]:R[-2]C) + (R4C17-1) * R[-51]C$
 $[R162C52: R209C52] = \text{CYMM}(R[-52]C[-1]:R[-50]C; R[-52]C[-49]:$
 $R[-50]C[-49]) + (R4C17-1) * R[-51]C$
 $[R162C3: R209C3] = \text{CYMM}(R[-52]C:R[-50]C[1]; R[-52]C[49]:$
 $R[-50]C[49]) + (R4C17-1) * R[-51]C$
 $[R162C4: R209C51] = \text{CYMM}(R[-52]C[-1]:R[-50]C[1]) + (R4C17-1) *$
 $R[-51]C$
 $[R210C3] = \text{CYMM}(R[-52]C:R[-51]C[1]; R[-100]C:R[-100]C[1];$
 $R[-100]C[49]; R[-52]C[49]:R[-51]C[49]) + (R4C17-1) * R[-51]C$
 $[R210C4: R210C51] = \text{CYMM}(R[-52]C[-1]:R[-51]C[1]; R[-100]C[-1]:R[-100]C[1]) +$
 $(R4C17-1) * R[-51]C$
 $[R210C52] = \text{CYMM}(R[-52]C[-1]:R[-51]C; R[-52]C[-49]:R[-51]C[-49]; R[-100]C[-1]:R[-$
 $100]C; R[-100]C[-49]) + (R4C17-1) * R[-51]C$
 $[R212C3: R261C52] = R[-102]C$

Отметим, что в модели используются симметричные граничные условия (противоположные границы полей клеток сшиваются, образуя двумерный тор), поэтому после операции копирования формул требуется скорректировать ссылки в граничных ячейках поля клеток Состояние окружения.

Визуализация работы КА осуществляется посредством инструмента условного форматирования. Для этого нужно выделить поле клеток Текущее состояние КА, и с помощью команды меню Формат/Условное форматирование указать, чтобы клетки со значением 1 заливались черным цветом, а со значением 0 - белым.

Следует отметить, что упомянутая программа excel позволяет моделировать 13 различных семейств КА. Быстродействие табличной модели можно в несколько раз увеличить, скрыв визуализацию работы КА на время выполнения итераций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы.- М.: Горячая линия - Телеком, 2006. — 452 с.
2. Аникин В.И., Аникина О.В. Моделирование и визуализация информационной структуры алгоритмов в Microsoft Excel //Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах, 2013. №1. - с. 21-28.
3. В.И. Аникин, О.В. Аникина, П.Ф. Зибров. Технологии имитационного табличного моделирования численных алгоритмов: монография /— Тольятти: ТГУ: 2011. — 150 с.
4. В.И. Аникин, О.В. Аникина, Е.М. Звездилина О возможности табличной реализации генетических алгоритмов в Microsoft Excel/ Синергетика природных, технических и социально-экономических систем: сб. статей V Международной научно-технической конференции (май-ноябрь 2008 года). — Тольятти: Изд-во ПВГУ, 2008. — С.78-84
5. В.И. Аникин, А.А. Тураева О возможности обучения искусственной нейронной сети Кохонена с помощью клеточного автомата / Вектор науки ТГУ, 2011. № 3(17). — С. 22-24
6. Мухин О.И. Он-лайн курс «Моделирование систем» /электронный ресурс/ код доступа: <http://stratum.ac.ru/education/textbooks/modelir/contents.html>