

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»

ВЫСШАЯ ШКОЛА ТЕХНОЛОГИИ И ЭНЕРГЕТИКИ

Н.Л. Леонова

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ**

**Санкт-Петербург
2020**

УДК 681.3(075)

Компьютерное моделирование: методические указания по выполнению курсовой работы/
сост. Н.Л. Леонова; ВШТЭ СПбГУПТД. - СПб., 2020. - 28 с.

В методических указаниях представлены материалы для подготовки и написания курсовой работы по дисциплине «Компьютерное моделирование». Рассмотрены основные требования к оформлению, даны задания на курсовую работу и представлены примеры решения задач по темам курсовой работы.

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», но также могут быть полезны в процессе изучения дисциплин «Численные методы», «Вычислительная математика».

Рецензент:

доцент кафедры «Прикладная математика и информатика»
ВШТЭ СПбГУПТД, канд. техн. наук П.Е. Антонюк.

© Высшая школа технологии
и энергетики СПбГУПТД, 2020
© Леонова Н.Л., 2020

Редактор и корректор Н.П. Новикова

Техн. редактор Л.Я. Титова

Темплан 2020 г., поз. 71

Подп. к печати 12.08.2020.

Формат 60x84/16.

Бумага тип. № 1.

Печать офсетная.

2,0 уч.-изд. л.; 2,0 печ. л.

ЭИ.

Изд. № 71.

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД, 198095, СПб.,

ул. Ивана Черных, 4.

Содержание

1.Этапы разработки программного обеспечения	4
2.Постановка задачи	4
3.Анализ, формальная постановка задачи и выбор метода решения	5
4.Разработка алгоритмов решения задачи.....	6
5.Реализация.....	7
6.Тестирование разработанных программных модулей.....	8
7.Структура и правила оформления курсовой работы	8
7.1. СОДЕРЖАНИЕ.....	9
7.2. ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ, УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, СИМВОЛОВ, ЕДИНИЦ И ТЕРМИНОВ	9
7.3. ВВЕДЕНИЕ	9
7.4. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	9
7.5. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАБОТЫ	10
7.6. ШРИФТ, ОТСТУПЫ, ИНТЕРВАЛЫ.....	10
7.7. ЗАГОЛОВКИ	11
7.8. НУМЕРАЦИЯ	11
7.9. ИЛЛЮСТРАЦИИ	12
7.8 ТАБЛИЦЫ	13
7.9. ФОРМУЛЫ	13
7.10. ССЫЛКИ	14
8.Задания на курсовую работу	14
8.1. ЗАДАЧА 1. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО ДЛИНЕ ПОДВЕСКИ ПАРОПЕРЕГРЕВАТЕЛЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО КОТЛА	14
8.1.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ	14
8.1.2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧИ I В СРЕДЕ MATHCAD	16
8.2. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ	21
8.2.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ:	21
8.2.2. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ В СРЕДЕ MATHCAD	21
9.Индивидуальные задания к задачам курсовой работы	26
Задача 8.1.	26
Задача 8.2.	27

1. Этапы разработки программного обеспечения

В процессе разработки программ с использованием процедурного подхода можно выделить следующие этапы:

- **Постановка задачи** - определение требований к программному продукту.

- **Анализ** - осуществление формальной постановки задачи и определение методов ее решения.

- **Проектирование** - разработка структуры программного продукта, выбор структур для хранения данных, построение и оценка алгоритмов подпрограмм и определение особенностей взаимодействия программы с вычислительной средой (другими программами, операционной системой и техническими средствами).

- **Реализация** - составление программы на выбранном языке программирования, ее тестирование и отладка.

В соответствии с перечисленными этапами разработки программы, пояснительная записка к курсовой работе должна содержать следующие разделы:

1. Постановка задачи.
2. Анализ, формальная постановка и выбор метода решения задачи.
3. Разработка алгоритмов решения задачи.
4. Тексты и описание программных модулей.
5. Тестирование разработанных программных модулей.

2. Постановка задачи

Процесс создания нового программного обеспечения начинают с постановки задачи, в процессе которой определяют требования к программному продукту.

Прежде всего устанавливают набор выполняемых функций, а также перечень и характеристики исходных данных. Для числовых данных может задаваться точность, для текстовых - возможно, размер текста, способ

кодировки и т. п. Затем определяют перечень результатов, их характеристики и способы представления (в виде таблиц, диаграмм, графиков и т. п.). Кроме того, уточняют среду функционирования программного продукта: конкретную комплектацию и параметры технических средств, версию используемой операционной системы и, возможно, версии и параметры другого установленного программного обеспечения, с которым предстоит взаимодействовать будущему программному продукту.

Рекомендуется в раздел «Постановка задачи» включить следующие подразделы:

1. Область применения. Здесь приводится назначение программы, формируются требования к входным данным – форма задания исходных данных (функций для вычислений, диапазон изменения параметров, погрешности вычислений, ограничения, например, отсутствие разрывов, наличие только одного экстремума и т.п.).

2. Требования к интерфейсу пользователя. В этой части следует определить, какие данные, в какой последовательности должны быть введены для организации диалога с пользователем. Перечисляются виды и формы представления результатов работы программы.

3. Отдельно перечисляются возможные сообщения и реакция программы на ошибки ввода и вычислений. Приводятся тексты сообщений при возникновении ошибок.

3. Анализ, формальная постановка задачи и выбор метода решения

На данном этапе по результатам анализа условия задачи выбирают математические абстракции, адекватно, т.е. с требуемой точностью и полнотой, представляющие исходные данные и результаты, строят модель задачи и определяют метод преобразования исходных данных в результат (метод решения задачи).

В этот раздел целесообразно включить два подраздела:

- ✓ Математическое описание возможных методов решения задачи, их ограничений и сравнительный анализ.
- ✓ Детальное описание заданного метода, иллюстрация (если это возможно) на графике принципа его реализации, словесное описание последовательности действий, необходимых для получения результата, пример ручного счета для тестовой задачи.

Определив методы решения, следует для некоторых вариантов исходных данных вручную или на калькуляторе подсчитать ожидаемые результаты. Эти данные в дальнейшем будут использованы при тестировании программы. Кроме того, выполнение операций вручную позволяет точно уяснить последовательность действий, что упростит разработку алгоритмов.

Целесообразно также продумать, для каких сочетаний исходных данных результат не существует или не может быть получен данным методом, что тоже необходимо учесть при разработке программы.

4. Разработка алгоритмов решения задачи

Принято различать логическое и физическое проектирование. Логическое проектирование не учитывает особенностей среды, в которой будет выполняться программа (технические и программные средства компьютера). При выполнении физического проектирования все эти параметры должны быть учтены.

Логическое проектирование при процедурном подходе предполагает детальную проработку последовательности действий будущей программы. Его начинают с определения структуры будущего программного продукта: отдельная программа или программная система, состоящая из нескольких взаимосвязанных программ. Затем переходят к разработке алгоритмов программ.

Алгоритм - формально описанная последовательность действий, которые необходимо выполнить для получения требуемого результата.

Различают последовательности действий (вычислений) линейной, разветвленной и циклической структуры.

Процессы вычислений циклической структуры, в свою очередь, можно разделить на три группы:

1. циклические процессы, для которых количество повторений известно – *счетные циклы, или циклы с заданным количеством повторений*;
2. циклические процессы, завершающиеся по достижении или нарушении некоторых условий – *итерационные циклы*;
3. циклические процессы, из которых возможны два варианта выхода: выход по завершении процесса или досрочный выход по какому-либо дополнительному условию – *поисковые циклы*.

Формальное описание алгоритмов осуществляют с использованием схем алгоритмов и псевдокодов. На изображение схем алгоритмов существует ГОСТ 19.701-90, согласно которому каждой группе действий ставится в соответствие блок особой формы.

Для создания блок-схем алгоритмов удобно использовать программу **Microsoft Office Visio** или её аналоги.

При разработке алгоритма каждое действие обозначают соответствующим блоком, показывая их последовательность линиями со стрелками на конце. Для простоты чтения схемы желательно, чтобы линия входила в блок сверху, а выходила снизу. Если линии идут не слева направо и не сверху вниз, то стрелка в конце линии обязательна, в противном случае ее можно не ставить.

5. Реализация

Разработанные алгоритмы реализуют, составляя по ним текст программы с использованием конкретного языка программирования. Язык может быть определен в техническом задании, а может выбираться, исходя из особенностей конкретной разработки.

6. Тестирование разработанных программных модулей

Тестированием называют процесс выполнения программы при различных тестовых наборах данных с целью обнаружения ошибок. Правильный подбор тестовых данных – отдельная и достаточно сложная задача. Для поиска логических ошибок также можно использовать отладчик: по шагам отследить процесс получения результата. Однако полезно бывает выполнить программу вручную, фиксируя результаты выполнения команд на бумаге. При этом очень поможет пример расчета, выполненный вручную на этапе анализа и выбора методов.

Параллельно с процессом разработки программного продукта на всех этапах должно выполняться составление документации, как для выполнения следующего этапа, так и для последующего сопровождения и модификации.

7. Структура и правила оформления курсовой работы

Курсовая работа оформляется в виде пояснительной записки объемом 20-25 страниц машинописного текста, включая иллюстрации, рисунки, таблицы и тексты программ.

Пояснительная записка к курсовой работе должна содержать следующие обязательные разделы:

1. Титульный лист.
2. Задание на курсовую работу.
3. Содержание.
4. Перечень сокращений, условных обозначений, символов, единиц и терминов.
5. Введение.
6. Постановка задачи.
7. Анализ, формальная постановка и выбор метода решения задачи.
8. Разработка алгоритмов решения задачи.
9. Тексты и описание программных модулей.

10. Тестирование разработанных программных модулей.

11. Библиографический список.

При необходимости перечисленные разделы могут быть дополнены другими разделами:

7.1. СОДЕРЖАНИЕ

Включает введение, наименование всех разделов, подразделов, пунктов (если они имеют наименование) и заключение с указанием номеров страниц, с которых начинаются эти элементы пояснительной записки. Каждый заголовок записывают с новой строки, причем перед нумеруемыми частями пояснительной записки ставят их номера.

7.2. ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ, УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, СИМВОЛОВ, ЕДИНИЦ И ТЕРМИНОВ

Принятые в пояснительной записке малораспространенные сокращения, условные обозначения, символы, единицы и специфические термины должны быть представлены в виде отдельного списка.

Если сокращения, условные обозначения, символы, единицы и специфические термины повторяются в пояснительной записке менее трех раз, отдельный список не составляют, а расшифровку дают непосредственно в тексте пояснительной записки при первом упоминании.

Перечень должен располагаться столбцом. Слева в порядке использования приводят сокращения, условные обозначения, символы, единицы и термины, справа – их детальную расшифровку.

7.3. ВВЕДЕНИЕ

Во введении нужно кратко охарактеризовать возможные области использования разрабатываемых программ применительно к направлению обучения студента. Перечислить задачи, решаемые в работе.

7.4. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Список должен содержать сведения об источниках, использованных при составлении пояснительной записки. В список следует включать все

виды использованной литературы: монографии, учебники, справочники, журналы, статьи, диссертации, техническую документацию, описания программных продуктов, стандарты, технические условия, авторские свидетельства и патенты, каталоги и т.п.

Список следует располагать в порядке появления ссылок на источники в тексте пояснительной записки и нумеровать арабскими цифрами с точкой.

7.5. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАБОТЫ

Пояснительная записка должна быть написана грамотным языком без грамматических, орфографических и семантических ошибок. Текст не должен допускать различных толкований, не следует употреблять для одного и того же понятия различные термины.

Страницы текста пояснительной записки и включенные в записку иллюстрации, таблицы и распечатки с ПК должны соответствовать формату А4. Допускается представлять иллюстрации, таблицы и распечатки с ПК на листах формата А3.

7.6. ШРИФТ, ОТСТУПЫ, ИНТЕРВАЛЫ

Пояснительная записка должна быть выполнена машинописным способом или с применением печатающих и графических устройств вывода ПК на одной стороне листа белой бумаги через полтора интервала, шрифтом Times New Roman, кегль 14.

Текст курсовой работы представляется, соблюдая следующие размеры полей: левое - не менее 30 мм, правое - не менее 10 мм, верхнее - не менее 15 мм, нижнее - не менее 20 мм. Рамки вычерчивать не надо.

Вне зависимости от способа выполнения курсовой работы качество напечатанного текста и оформления иллюстраций, таблиц, распечаток с ПК должно удовлетворять требованию их четкого воспроизведения.

Вписывать в отпечатанный текст записки отдельные слова, формулы, знаки допускается только черными чернилами или пастой, при этом

плотность вписанного текста должна быть максимально приближена к плотности основного изображения.

7.7. ЗАГОЛОВКИ

Наименования структурных элементов «СОДЕРЖАНИЕ», «ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ, УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, СИМВОЛОВ, ЕДИНИЦ И ТЕРМИНОВ», «ВВЕДЕНИЕ», «ЗАКЛЮЧЕНИЕ», «БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК» служат заголовками структурных элементов пояснительной записки.

Заголовки структурных элементов курсовой работы и ее разделов следует располагать в середине строки без точки в конце и печатать прописными буквами, не подчеркивая.

Заголовки подразделов и пунктов следует начинать с абзацного отступа и печатать с прописной буквы, не подчеркивая, без точки в конце.

Если заголовок включает несколько предложений, их разделяют точками. Переносы слов в заголовках не допускаются.

Расстояние между заголовками структурных элементов и разделов пояснительной записки и текстом должно быть не менее 3-4 интервалов.

Пункты и подпункты разделов общетехнического характера следует начинать печатать с абзацного отступа.

7.8. НУМЕРАЦИЯ

Страницы курсовой работы следует нумеровать арабскими цифрами, соблюдая сквозную нумерацию по всему тексту записки. Номер страницы проставляют снизу посередине без точки в конце и без дефисов по краям.

Титульный лист включают в общую нумерацию страниц записки. Номер страницы на титульном листе не проставляют.

Иллюстрации и таблицы, расположенные на отдельных листах, и распечатки с ПК включают в общую нумерацию страниц пояснительной записки. Иллюстрации, таблицы и распечатки с ПК на листе формата А3 учитывают как одну страницу.

Разделы, подразделы, пункты и подпункты следует нумеровать арабскими цифрами. Подразделы пояснительной записки должны иметь порядковую нумерацию и обозначаться арабскими цифрами с точкой, например, 1.1., 1.2., 1.3. и т. д.

Пункты должны иметь порядковую нумерацию в пределах подраздела. Номер пункта включает номера раздела, подраздела и пункта, разделенные точкой, например: 1.1.1., 1.1.2., 1.1.3. и т.д.

Номер подпункта включает номера раздела, подраздела, пункта и порядковый номер подпункта, разделенные точкой, например: 1.1.1.1., 1.1.1.2., 1.1.1.3. и т.д.

Если раздел или подраздел имеет только один пункт или пункт имеет один подпункт, то нумеровать этот пункт (подпункт) не следует.

7.9. ИЛЛЮСТРАЦИИ

Иллюстрации – это образная информация, которая дополняет вербальную информацию пояснительной записки. Основные требования к иллюстрациям – наглядность, образность, семантическая значимость.

Иллюстрации (чертежи, графики, схемы, диаграммы, фотоснимки) следует располагать в курсовой работе непосредственно после текста, в котором они упоминаются впервые, или на следующей странице. На все иллюстрации должны быть даны ссылки в записке.

Чертежи, графики, диаграммы, схемы, помещаемые в записке, должны соответствовать требованиям государственных стандартов ЕСКД.

Иллюстрации должны иметь название. При необходимости под иллюстрацией помещают поясняющие данные (подрисуночный текст).

Иллюстрация обозначается словом «Рис.», которое помещают после поясняющих данных.

Иллюстрации следует нумеровать арабскими цифрами порядковой нумерацией в пределах всей записки, например, «Рис. 1. Блок-схема алгоритма».

Если в записке только одна иллюстрация, ее нумеровать не следует и слово «Рис.» под ней не пишут.

Иллюстрацию следует выполнять на одной странице. Если иллюстрация не умещается на одной странице, можно переносить ее на другие страницы, при этом название иллюстрации помещают на первой странице, поясняющие данные – к каждой странице и под ними указывают «Рис..., лист...».

7.8. ТАБЛИЦЫ

Цифровой материал должен оформляться в виде таблиц. Таблицу следует располагать в курсовой работе непосредственно после текста, в котором она упоминается впервые, или на следующей странице. На все таблицы должны быть ссылки в записке.

Таблицы следует нумеровать арабскими цифрами порядковой нумерацией в пределах всей работы. Номер следует размещать в правом верхнем углу над заголовком таблицы после слова «Таблица».

7.9. ФОРМУЛЫ

Формулы в пояснительной записке следует нумеровать порядковой нумерацией в пределах всей записки арабскими цифрами в круглых скобках в крайнем правом положении на строке. Если в пояснительной записке только одна формула или уравнение, их не нумеруют.

Пояснение значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой в той же последовательности, в которой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента следует давать с новой строки. Первую строку пояснения начинают со слова «где» без двоеточия.

Уравнения и формулы следует выделять из текста в отдельную строку. Выше и ниже каждой формулы или уравнения должно быть оставлено не менее одной свободной строки. Если уравнение не умещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знаков

плюс (+), минус (-), умножения (х), деления (:) или других математических знаков.

7.10. Ссылки

Ссылки на литературу следует указывать порядковым номером по библиографическому списку, выделенным прямыми угловыми скобками, например, [1]. Наряду с общим списком допускается приводить ссылки на литературу в подстрочном примечании.

Ссылки на разделы, подразделы, пункты, подпункты, иллюстрации, таблицы, формулы, уравнения, перечисления, приложения следует указывать их порядковым номером, например: «... в разд. 4», «... в пп. 2.3.4.1, перечисление 3», «... по формуле (3)», «... в уравнении (2)», «... на рис. 8», «... в Приложении 6». Если в пояснительной записке одна иллюстрация, одна таблица, одна формула, одно уравнение, одно приложение, следует при ссылках писать «на рисунке», «в таблице», «по формуле», «в уравнении», «в Приложении».

8. Задания на курсовую работу

8.1. Задача 1. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

**РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО ДЛИНЕ ПОДВЕСКИ ПАРОПЕРЕГРЕВАТЕЛЯ
ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО КОТЛА**

8.1.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Построить математическую модель, разработать алгоритм решения, составить программу решения. С помощью программы рассчитать заданный элемент теплоэнергетического оборудования.

Условие задачи

Подвеска пароперегревателя энергетического котла расположена вертикально в поворотном газоходе и представляет собой стержень длиной $L(m) = l$, выполненный из стали марки Ст... Верхний конец подвески крепится к каркасу котла и расположен за пределами обмуровки в воздушном пространстве котельного цеха. Нижний конец подвески

крепится к трубам пароперегревателя для их поддержки и находится в потоке уходящих из топки котла дымовых газов. Котел находится в рабочем (горячем) состоянии, и в определенный момент времени температура известна в указанных точках подвески, считая от верхнего торца. Подобрать по исходным данным неизвестные коэффициенты функционального закона начального распределения температуры по длине подвески и на основании полученных результатов определить перераспределение температуры через заданные промежутки времени τ , если при аварийном останове котла значение температуры нижнего торца $T_n = t_n$ °С подвески скачкообразно доходит до температуры, равной температуре верхнего торца подвески $T_0 = t_0$ °С. Рассчитать распределение температуры по длине подвески в заданные промежутки времени.

Что необходимо сделать:

1. Рассчитать распределение температуры по длине подвески в начальный момент времени.
2. Аппроксимировать полученное распределение температуры по длине подвески функцией, предложенной в задании.
3. Неизвестные коэффициенты аппроксимации найти по методу наименьших квадратов и с помощью одной из встроенных функций MathCad.
4. Построить график результатов аппроксимации и сделать выводы.
5. Аппроксимировать полученное распределение температуры по длине подвески наиболее подходящей функцией, предложенной в Excel.
6. Построить график результатов аппроксимации в Excel и сделать выводы.
7. Рассчитать распределение температуры по длине подвески в заданные промежутки времени.
8. Построить поле температур по длине подвески в фиксированные моменты времени.

8.1.2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧИ I В СРЕДЕ MATHCAD

Исходные данные:

Длина подвески – 3,25 м

Нач. температура – 57,5 °C

Кон. температура – 725 °C

Ст.15

$$\lambda = 7682$$

$$c = 0,682$$

Вычислить распределение температуры по длине подвески через

$$t_1 = 27,5 \text{ с}$$

$$t_2 = 22,5 \text{ мин}$$

$$t_3 = 9 \text{ ч}$$

$$t_4 = 25,5 \text{ ч.}$$

Будем аппроксимировать полученные данные функцией

$$a \cdot k_1 \cdot x + b \cdot k_2 \cdot \exp(c \cdot k_3 \cdot x),$$

где $k_1 := 13$, $k_2 := 1$, $k_3 := 1$.

Скорректируем исходные данные с помощью функции

$$w(z) := 57.5 \cdot e^z + 13 \cdot z,$$

где $z := 0, 0.325 \dots 3.25$

$$\underline{\underline{L}} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 2.5 \\ 3 \\ 3.25 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{T}} := \begin{pmatrix} 57.5 \\ 80 \\ 120 \\ 180 \\ 270 \\ 400 \\ 600 \\ 725 \end{pmatrix}$$

Отобразим полученные данные и приближающую функцию графически (рис. 8.1 и рис. 8.2):

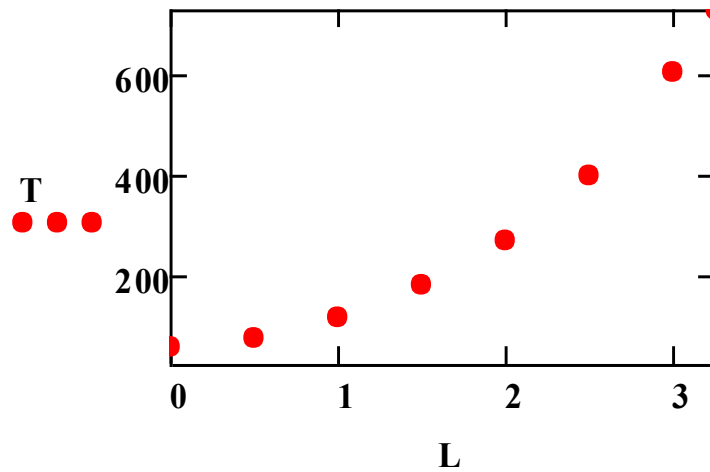


Рис. 8.1. Распределение экспериментальных данных

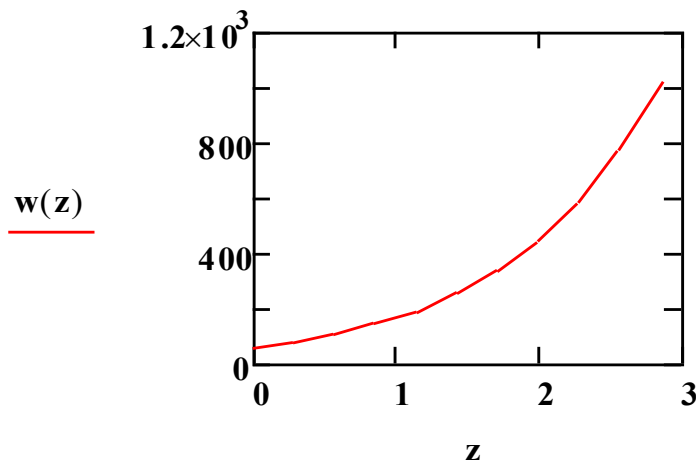


Рис. 8.2. Определение вида приближающей функции

$$w(z) := 57.5 \cdot e^z + 13 \cdot z$$

Способ 1. Подбор приближающей функции методом наименьших квадратов с помощью встроенной функции *genfit*

Функция ***genfit*** (*X*, *Y*, *vs*, *F*) вычисляет параметры заданной функции *f*, определенной в *F* и наилучшим образом описывающей данные в *X*, *Y*. Вектор *vs* содержит начальные приближения параметров. *F* - вектор-функция, первый компонент которой есть функция *f*, а остальные - частные производные *f* по искомым параметрам.

Вычисляем частные производные по переменным:

$$F(x, a, b, c) := a \cdot k1 \cdot x + b \cdot k2 \cdot \exp(c \cdot k3 \cdot x)$$

$$\frac{d}{da}F(x, a, b, c) \rightarrow 13 \cdot x$$

$$\frac{d}{db}F(x, a, b, c) \rightarrow e^{c \cdot x}$$

$$\frac{d}{dc}F(x, a, b, c) \rightarrow b \cdot x \cdot e^{c \cdot x}$$

Составим вектор-функцию:

$$Z(x, a, b, c) := \begin{pmatrix} a \cdot k1 \cdot x + b \cdot k2 \cdot \exp(c \cdot k3 \cdot x) \\ 13 \cdot x \\ 1.0 \cdot e^{1.0 \cdot c \cdot x} \\ b \cdot x \cdot e^{1.0 \cdot c \cdot x} \end{pmatrix}$$

$$VS := \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad - \text{начальные приближения.}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} := \text{genfit}(X, Y, VS, Z) = \begin{pmatrix} -0.135 \\ 55.831 \\ 0.792 \end{pmatrix}$$

Построим график полученного решения (рис. 8.3):

$$f(x) := a \cdot k1 \cdot x + b \cdot k2 \cdot \exp(c \cdot k3 \cdot x)$$

$$x := 0, 0.325 \dots 3.25$$

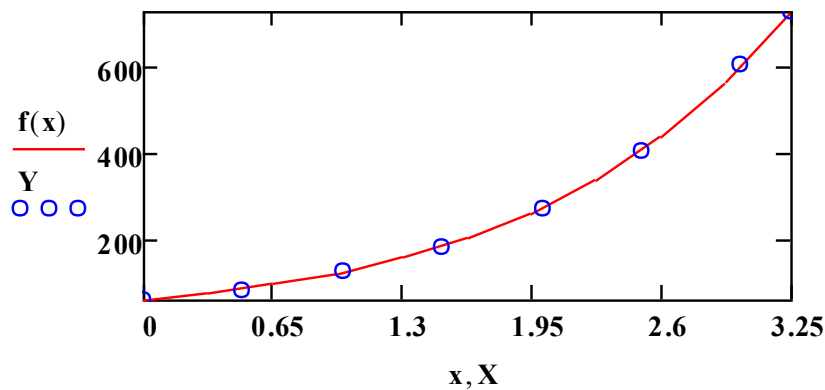


Рис. 8.3. Результат аппроксимации с помощью функции genfit

Способ 2. Метод наименьших квадратов и решение полученной системы уравнений с помощью блока Give-Minerr

Функция *Minerr* использует тот же самый алгоритм, что и функция *Find*. Различие состоит в следующем. Если в результате поиска решения не может быть получено дальнейшее уточнение текущего приближения к решению, *Minerr* возвращает это приближение. Функция *Find*, в отличие от функции *Minerr*, возвращает в этом случае сообщение об ошибке “решение не найдено”.

Метод наименьших квадратов:

ORIGIN= 0

i := 0..7

Составим функцию, вычисляющую сумму квадратов отклонений ординат экспериментальных данных от приближающей функции.

$$SSE(a, b, c) := \sum_i (Y_i - F(X_i, a, b, c))^2$$

Giver

$$\frac{d}{da} SSE(a, b, c) = 0$$

$$\frac{d}{db} SSE(a, b, c) = 0$$

$$\frac{d}{dc} SSE(a, b, c) = 0$$

$$\text{Minerr}(a, b, c) = \begin{pmatrix} -0.135 \\ 55.831 \\ 0.792 \end{pmatrix}$$

Расчет распределения температур по длине подвески в разные моменты времени

ORIGIN= 1

n := 1..20

Промежутки времени:

t₁ := 27.5

$$t_2 := 22.5 \cdot 60$$

$$t_3 := 9 \cdot 3600$$

$$t_4 := 25.5 \cdot 3600$$

Коэффициент теплопроводности:

$$a := \frac{\lambda \cdot 10^{-3}}{\rho \cdot C}$$

$$a = 8.169 \times 10^{-6}$$

В результате разложения функции начальной температуры в интеграл Фурье для стержня конечной длины с постоянными температурами на концах можно использовать решение в виде:

$$T11(t, x) := T1 + (T2 - T1) \cdot \frac{x}{L} + \frac{2}{\pi} \cdot \sum_n \left[(-1)^n \cdot \frac{T2 - T1}{n} \cdot \exp \left[- \left(\pi \cdot \frac{n}{L} \right) \cdot a \cdot t \right] \cdot \sin \left(\pi \cdot \frac{n}{L} \cdot x \right) \right] \dots$$

$$+ \frac{2}{L} \cdot \sum_n \left[\exp \left[- \left(\pi \cdot \frac{n}{L} \right) \cdot a \cdot t \right] \cdot \sin \left(\pi \cdot \frac{n}{L} \cdot x \right) \cdot \int_0^L f(x) \cdot \sin \left(\pi \cdot \frac{n}{L} \cdot x \right) dx \right]$$

$$T12(t, x) := \text{if}(T11(t, x) > 57.5, T11(t, x), 57.5)$$

$$T12(t_1, x) =$$

57.5
123.652
146.826
174.507
209.767
255.222
313.985
389.961
488.012
613.441
725

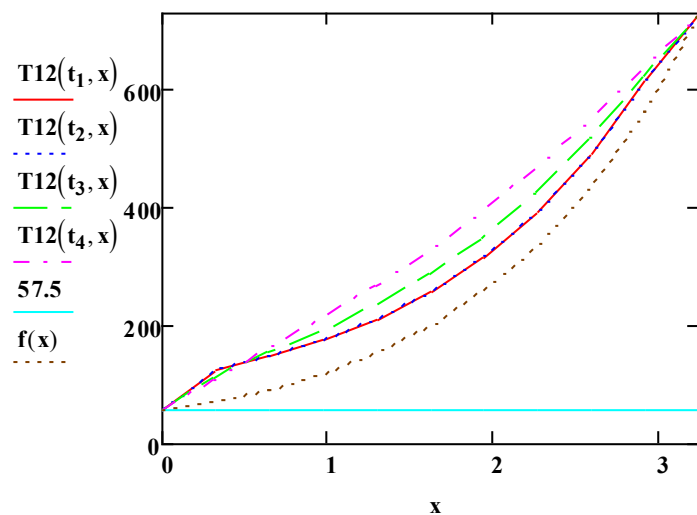


Рис. 8.4. Распределение температуры по длине подвески в разные промежутки времени

8.2. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ

8.2.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ:

Построить математическую модель, разработать алгоритм, составить программу и рассчитать заданный элемент теплоэнергетического оборудования.

Формулировка задачи:

Топка энергетического котла изнутри экранирована газоплотными вертикальными панелями. Панель экрана представляет собой ряд параллельно расположенных экранных труб, соединенных между собой по образующим с помощью сварки стальными плоскими проставками (полосами), и имеет форму прямоугольника шириной b и высотой h . Питательная вода параллельными потоками подается в трубы на нижней границе экранной панели. Вследствие высоких значений коэффициентов теплоотдачи со стороны воды, можно принимать температуру стенки экранной панели равной температуре воды. В режиме устойчивого процесса горения в топочном объеме котла, вследствие неравномерного распределения температуры факела, температура воды на нижней границе экранной панели распределена по закону $t_0 = f_1(x)$. По мере продвижения воды вверх по трубам температура воды увеличивается и на верхней границе панели изменяется по закону $t_1 = f_2(x)$. При этом изменения (увеличение) температуры стенки на левой и правой сторонах экранной панели тождественны и описываются уравнениями $t_3 = f_4(y)$, $t_2 = f_3(y)$.

Определить распределение температуры по поверхности экранной панели в установившемся состоянии.

8.2.2. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ В СРЕДЕ MATHCAD

Введем обозначения:

n – число разбиений сетки, $n:=4$

h – высота граничной области в форме прямоугольника, $h:=3.5$

b – ширина граничной области, $b:=3.5$

Предельное значение температуры по горизонтальной границе

$$t_{0,4}:=110, t_{4,4}:=200$$

i – номер строки сетки $i:=0..4$, $x_j := \frac{b}{4} \cdot j$

j – номер столбца сетки $j:=0..4$, $y_i := \frac{h}{4} \cdot i$

Законы распределения температуры по границам панели:

на нижней части панели: $t_0=f_1(x)=a_1 \cdot x+4$;

на верхней части панели: $t_1=f_2(x)=a_2 \cdot x+4$;

справа панели: $t_2=f_3(x)=a_3 \cdot x^2+b_3$;

слева панели: $t_3=f_4(x)=a_4 \cdot x^2+b_4$

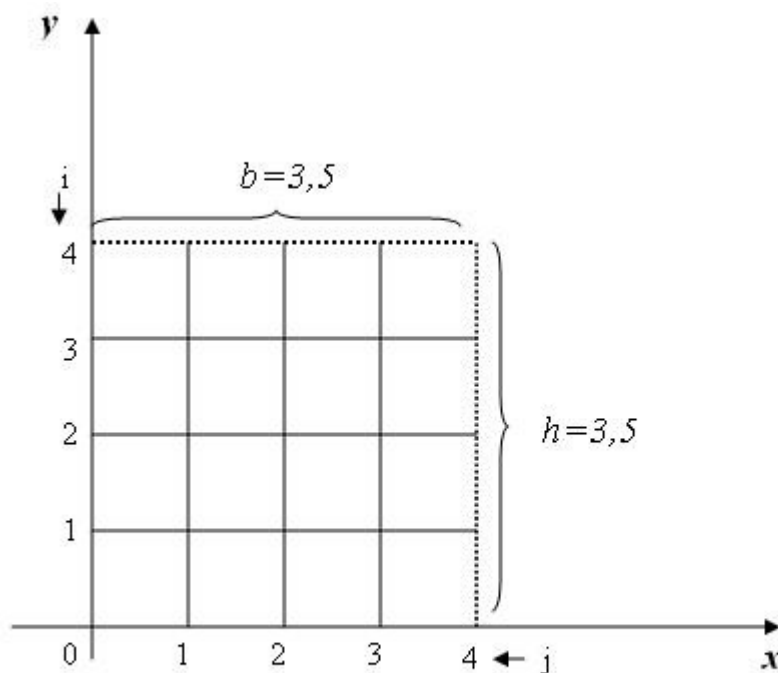


Рис. 8.5. Разбиение по методу сеток

Рассчитаем значения в узлах сетки (рис.8.5) на горизонтальных сторонах пластины:

$$F(t) := a_1 \cdot t + 4$$

$$F1(t) := a2 \cdot t + 4$$

Так как предельное значение температуры по горизонтальной границе $t_{0,4} := 110$, $t_{4,4} := 200$:

$$a1 \cdot b + 4 = t0$$

$$a1 := \frac{t0 - 4}{b}$$

$$a2 \cdot b + 4 = t1$$

$$a2 := \frac{t1 - 4}{b}$$

$$t_{4,j} := F(x_j)$$

$$t_{0,j} := F1(x_j)$$

$$x_j := \frac{b}{4} \cdot j$$

Результат по горизонтали: $t = \begin{pmatrix} 4 & 53 & 102 & 151 & 200 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 30.5 & 57 & 83.5 & 110 \end{pmatrix}$

Аналогично проводим расчет значений в узлах сетки (см. рис.8.5) по вертикальным сторонам:

$$y_i := \frac{h}{4} \cdot i$$

$$a3 \cdot 0 + b3 = t0$$

$$b3 = t0$$

$$a3 := \frac{t0 - t1}{h^2}$$

$$a3 \cdot h^2 + b3 = t0$$

$$F(t) := a3 \cdot t^2 + t1 \text{ - правая сторона;}$$

$$F1(t) := \frac{4 - 4}{h^2} \cdot t^2 + 4 \text{ - левая сторона}$$

$$t_{i,4} := F(y_i)$$

$$t_{i,0} := F1(y_i)$$

Результат по вертикали: $t = \begin{pmatrix} 4 & 53 & 102 & 151 & 200 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 194.375 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 177.5 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 149.375 \\ 4 & 30.5 & 57 & 83.5 & 110 \end{pmatrix}$

Для решения системы линейных уравнений и расчета значений во внутренних узлах сетки используем возможности программирования в среде MathCad:

```

S(n) :=
  eps ← 10-5
  T ← t
  for i ∈ 1..n-1
    for j ∈ 1..n-1
      Ti,j ← 0.25·(ti-1,j + ti+1,j + ti,j-1 + ti,j+1)
  for i ∈ 1..n-1
    for j ∈ 1..n-1
      while |Ti,j - ti,j| > eps
        for i ∈ 1..n-1
          for j ∈ 1..n-1
            ti,j ← Ti,j
            Ti,j ← 0.25·(ti-1,j + ti+1,j + ti,j-1 + ti,j+1)
  return T

```

Результат работы программы: $S(4) = \begin{pmatrix} 4 & 53 & 102 & 151 & 200 \\ 4 & 48.731 & 94.266 & 141.91 & 194.375 \\ 4 & 43.658 & 84.422 & 127.998 & 177.5 \\ 4 & 37.481 & 71.766 & 108.16 & 149.375 \\ 4 & 30.5 & 57 & 83.5 & 110 \end{pmatrix}$

Проверка полученного результата с помощью встроенной функции relax

$\text{relax}(a,b,c,d,e,F,V,R_{\text{jac}})$ - матрица решения дифференциального уравнения в частных производных на квадратной области, полученного с помощью алгоритма релаксации для метода сеток:

- ✓ a, b, c, d, e - квадратные матрицы коэффициентов разностной схемы, аппроксимирующей дифференциальное уравнение;
- ✓ F - квадратная матрица, задающая правую часть дифференциального уравнения;
- ✓ V - квадратная матрица граничных условий и начального приближения к решению;
- ✓ R_{jac} - параметр численного алгоритма (спектральный радиус итераций Якоби).

Параметр численного алгоритма характеризует скорость сходимости итераций. Он должен быть числом от 0 до 1. В матрице граничных условий v необходимо задать только граничные элементы, исходя из значений краевых условий по периметру расчетной области. Прочие (внутренние) элементы этой матрицы служат для задания начального приближения к решению.

Суть алгоритма релаксации сводится к тому, что в ходе итераций происходят проверка уравнений и соответствующая коррекция значений искомой функции в каждой точке. Если начальное приближение выбрано удачно, то можно надеяться, что алгоритм сойдется ("релаксирует") к правильному решению.

```

i := 0..4      b := a
j := 0..4      c := a
ai,j := 1      d := a
v := t1        e := -4·a
fi,j := 0

```

```

s := relax(a, b, c, d, e, f, v, .95)

```

Матрица решения: $s = \begin{pmatrix} 4 & 53 & 102 & 151 & 200 \\ 4 & 48.731 & 94.266 & 141.909 & 194.375 \\ 4 & 43.658 & 84.422 & 127.998 & 177.5 \\ 4 & 37.481 & 71.766 & 108.159 & 149.375 \\ 4 & 30.5 & 57 & 83.5 & 110 \end{pmatrix}$

9. Индивидуальные задания к задачам курсовой работы

Задача 8.1

№ задания	Длина стержня, м	Марка стали стержня	Закон распределения температуры по длине стержня $a \cdot k_1 \cdot x^2 + b \cdot k_2 \cdot \exp(c \cdot k_3 \cdot x)$			Темп-ра нижнего торца стержня	Темп-ра верхнего торца стержня	Значения фиксированного времени t1,t2,t3,t4			
			значения коэффициентов					1 сек	2 мин	3 час	4 час
			к1	к2	к3						
1	2,5	Ст.15	1	1	1	20	350	20	15	1,5	18
2	2,51	Ст.35	1,01	1,01	1,01	20,5	355	20,1	15,1	1,6	18,1
3	2,52	Ст.45	2	1	1	21	360	20,2	15,2	1,7	18,2
4	2,53	Ст.15	1,01	1,01	1,02	21,5	365	20,3	15,3	1,8	18,3
5	2,54	Ст.35	3	1	1	22	370	20,4	15,4	1,9	18,4
6	2,55	Ст.45	1,01	1,01	1,03	22,5	375	20,5	15,5	2	18,5
7	2,56	Ст.15	4	1	1	23	380	20,6	15,6	2,1	18,6
8	2,57	Ст.35	1,01	1,01	1,04	23,5	385	20,7	15,7	2,2	18,7
9	2,58	Ст.45	5	1	1	24	390	20,8	15,8	2,3	18,8
10	2,59	Ст.15	1,01	1,01	1,05	24,5	395	20,9	15,9	2,4	18,9
11	2,6	Ст.35	2	1	1	25	400	21	16	2,5	19
12	2,61	Ст.45	1	2	1	25,5	405	21,1	16,1	2,6	19,1
13	2,62	Ст.15	3	1	1	26	410	21,2	16,2	2,7	19,2
14	2,63	Ст.35	1,01	1,01	1,03	26,5	415	21,3	16,3	2,8	19,3
15	2,64	Ст.45	4	1	1	27	420	21,4	16,4	2,9	19,4

ЗАДАЧА 8.2

Таблица 1. Размеры и материал пластины

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
В, м	3,5	4,5	5,5	4,0	6,0	6,5	8,0	8,5	7,0	9,0
Н, м	3,5	4,5	5,5	4,0	6,0	6,5	8,0	8,5	7,0	9,0
Материал: котельная сталь	Ст20К	Ст22К	Ст20К	Ст22К	Ст20К	Ст22К	Ст20К	Ст22К	Ст20К	Ст22К

Таблица 2. Законы распределения температуры по границам панели

№ варианта	$t_0 = f_1(x)$ на нижней части панели	$t_1 = f_2(x)$ на верхней части панели	$t_2 = f_3(x)$ справа панели	$t_3 = f_4(x)$ слева панели
1	$a_1 \cdot k1 \cdot x + 4$	$a_2 \cdot k1 \cdot x + 4$	$a_3 \cdot k1 \cdot x^2 + b_3$	$a_4 \cdot k2 \cdot x^2 + b_4$
2	$a_1 \cdot k1 \cdot x^2 + 5$	$a_2 \cdot k1 \cdot x + 4$	$a_3 \cdot k1 \cdot x^2 + b_3$	$a_4 \cdot k2 \cdot x^2 + b_4$
3	$a_1 \cdot k1 \cdot x + 6$	$a_2 \cdot k1 \cdot x^2 + 4$	$a_3 \cdot k1 \cdot x^2 + b_3$	$a_4 \cdot k2 \cdot x + b_4$
4	$a_1 \cdot k1 \cdot x^2 + 8$	$a_2 \cdot k1 \cdot x + 4$	$a_3 \cdot k1 \cdot x + b_3$	$a_4 \cdot k2 \cdot x^2 + b_4$
5	$a_1 \cdot k1 \cdot x + 27$	$a_2 \cdot k1 \cdot x^2 + 4$	$a_3 \cdot k1 \cdot x^2 + b_3$	$a_4 \cdot k2 \cdot x + b_4$
6	$a_1 \cdot k1 \cdot x + 11$	$a_2 \cdot k1 \cdot x + 4$	$a_3 \cdot k1 \cdot x + b_3$	$a_4 \cdot k2 \cdot x^2 + b_4$
7	$a_1 \cdot k1 \cdot x^2 + 20$	$a_2 \cdot k1 \cdot x + 4$	$a_3 \cdot k1 \cdot x^2 + b_3$	$a_4 \cdot k2 \cdot x + b_4$
8	$a_1 \cdot k1 \cdot x^2 + 4$	$a_2 \cdot k1 \cdot x + 4$	$a_3 \cdot k1 \cdot x^2 + b_3$	$a_4 \cdot k2 \cdot x^2 + b_4$
9	$a_1 \cdot k1 \cdot x + 25$	$a_2 \cdot k1 \cdot x^2 + 40$	$a_3 \cdot k1 \cdot x + b_3$	$a_4 \cdot k2 \cdot x^2 + b_4$
10	$a_1 \cdot k1 \cdot x^2 + 1$	$a_2 \cdot k1 \cdot x + 4$	$a_3 \cdot k1 \cdot x + b_3$	$a_4 \cdot k2 \cdot x + b_4$

Таблица 3. Начальное и конечное значения температуры по длине стороны
панели

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_0	110	120	130	140	150	160	170	180	160	140
t_1	200	220	240	240	250	250	260	280	280	200

Таблица 4. Теплофизические свойства материалов

Материал	λ , Вт/(м °С)	C , кДж/(кг °С)	ρ , кг/м ³
Ст20К	35,0	0,645	7840
Ст22К	32,0	0,635	7880