

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ РАСТИТЕЛЬНЫХ ПОЛИМЕРОВ”

В.Н. Леонтьев

**АНАЛИЗ СИСТЕМ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

Часть I

Учебно-методическое пособие

**Санкт-Петербург
2014**

УДК 676-5(075)
ББК

Леонтьев В.Н. Анализ систем автоматического управления /СПбГТУРП.- СПб., 2014. - с.

В настоящем пособии рассмотрены вопросы анализа систем автоматического управления.

Пособие предназначено для студентов очной формы обучения по направлению 220400.62 «Управление в технических системах» при изучении дисциплины «Теория автоматического управления», а также может быть полезно студентам любой формы обучения, занимающимся решением задач анализа систем автоматического управления.

Рецензенты:

заведующий кафедрой автоматизации процессов химической промышленности Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета), д-р техн. наук Русинов Л.А.

заведующий кафедрой автоматизации процессов и производств СПбГТУРП, канд. техн. наук Суриков В.Н.

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом университета в качестве учебно-методического пособия.

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия.

© Санкт-Петербургский государственный
технологический университет растительных
полимеров, 2014
© Леонтьев В.Н., 2014

ВВЕДЕНИЕ

Основой жизни человеческого общества на протяжении тысячелетий всегда был труд – для организации мира человека в интересах его жизни и развития.

Для того чтобы выжить, а затем совершенствоваться, человек, слабый по своим энергетическим возможностям, должен был воспользоваться вспомогательными средствами – орудиями труда. Способность изобретать, создавать, а затем управлять орудиями труда выделила человека из всех других существ на земле. По мере совершенствования орудия труда позволяли увеличивать возможности человека, эффективность его деятельности. Они снижали утомляемость человека и давали возможность разрешать многие сложные задачи, которые он перед собой ставил. Таким образом, совершенствуя на протяжении своей истории орудия труда, человечество к настоящему времени пришло к такому их развитию, когда человек оказывается заменен орудиями труда во многих отраслях своей деятельности. На сегодня уровень развития техники во многом связывается с понятием автоматизации.

Процесс автоматизации заключается в замене человека машинами при выполнении различного рода производственных задач. Можно говорить о частичной или полной автоматизации относительно конкретной решаемой задачи. Так, например, водяное колесо заменило человека и дало ему возможность использовать энергию воды для приведения в действие различных технических устройств. В этом случае можно было бы говорить о полной автоматизации. Однако с точки зрения процесса получения готовой продукции, например, муки, где требовалось осуществить доставку зерна на мельницу, его погрузку, выгрузку и подачу в жернов, наблюдение за процессом помола и управление им и т.д., можно говорить лишь о частичной автоматизации.

В настоящее время, если бы мы представили себе полностью автоматизированное предприятие, на котором без участия человека производятся все транспортные операции, протекают технологические процессы, решаются задачи по управлению как отдельными агрегатами, так и производством в целом, вырабатывается и распределяется энергия, то, очевидно, что образ такого предприятия – это образ пусть и недалекого, но будущего.

Однако уже на сегодняшний день можно говорить о существенном высвобождении человека от однообразных и утомительных операций, о замене его на опасных для его здоровья производствах. Ограниченные возможности человеческого организма с применением средств автоматизации перестают быть тормозом для роста производительности труда.

Наряду с разработкой и внедрением новых технологий автоматизация является одним из способов усовершенствования производства, повышающего его эффективность с точки зрения производительности, качества продукции и т.п. Вместе с тем, задачи, которые ставит перед собой человечество на ближайшее будущее, например по освоению космоса и богатств Мирового океана, по работе с радиоактивными веществами могут быть решены только с использованием автоматов, т.е. таких технических устройств, машин и агрегатов, которые могут работать самостоятельно, без постоянного вмешательства человека.

1. ЗАДАЧИ В ОБЛАСТИ АВТОМАТИЗАЦИИ

Основные сферы трудовой деятельности человечества:

Энергетика: топливная, газовая, по производству электроэнергии, ядерная промышленность.

Промышленности с площадями и мобильными установками: горнодобывающая, строительная, сельскохозяйственная.

Промышленности с фабриками и заводами: металлургическая, машиностроительная, оптическая, электротехническая, электронная, деревообрабатывающая, теплоэнергетическая, полиграфическая, химическая, пищевая, по изготовлению резин и пластмасс.

Промышленности по обслуживанию: транспортная, (шоссе, железные дороги, водные пути, воздух), финансовая (банки и страхование), сбыт, оборудование, здравоохранение.

Несмотря на большое разнообразие трудовой деятельности человечества, можно говорить об основных трудовых процессах, где человек частично или полностью заменяется автоматами.

К таким процессам относятся: *транспортный, энергетический, технологический, логический процесс (процесс мышления).*

Многообразие процессов в разных отраслях промышленности привело к большому количеству профессий. Опыт использования средств автоматизации в отдельных отраслях обобщается, делается достоянием всех остальных. Этот опыт организуется в науке, называемой «Теория автоматического управления и регулирования». Результаты, полученные на основании изучения основных принципов функционирования и построения автоматических систем, используются в настоящее время практически во всех сферах трудовой деятельности человека.

Рассматривая любое производство, можно выделить операции по транспортировке сырья и его обработке с помощью системы машин.

Под системой машин понимается машина - двигатель, передаточный механизм и рабочая машина.

Обработка сырья производится с помощью *рабочей машины*, которая приводится в движение через передаточный механизм машиной - двигателем.

Машина - двигатель потребляет энергию природы, преобразуя ее в тот или иной вид энергии, используемой рабочей машиной для совершения

работы. Так, паровая машина преобразует энергию топлива в энергию пара, электрический двигатель - электрическую энергию, полученную на гидро- и атомных электростанциях - в механическую работу; двигатель внутреннего сгорания - энергию топлива (бензина, мазута) в механическую работу по перемещению транспортных средств.

Передающий механизм служит для передачи энергии от двигателя к рабочей машине. С этой целью используются механические, электрические и гидравлические передачи.

Рабочие машины, в свою очередь, можно разделить на машины циклического и непрерывного действия.

Поточная линия на автомобильном заводе, где каждая операция выполняется автоматом, - пример циклического производства. Токарный станок с числовым программным управлением также пример циклической рабочей машины. Отличительной способностью таких автоматических устройств является работа по заранее заданной программе, реализуемой, например, с помощью перфокарт. Исходный продукт в виде заготовок транспортируется с помощью, например, ленточных транспортеров, а роботы - манипуляторы берут заготовки с транспортеров и подносят их к шпинделю станка, в котором заготовки автоматически закрепляются. Далее происходит обработка заготовки. Полученное изделие снимается тем же манипулятором и переносится на конвейер готовой продукции.

К рабочей машине непрерывного действия можно отнести, например, бумагоделательную машину (БДМ). Транспортировка исходного продукта - бумажной массы, полученной на предыдущих стадиях обработки древесины, происходит по трубам с помощью насосов. Поступая в напорный ящик БДМ, масса из него выливается на движущуюся сетку, где происходит удаление воды. Затем сформировавшееся бумажное полотно поступает в прессовую часть, где происходит его механическое обезвоживание. После этого полотно поступает в сушильную часть БДМ,

состоящую из вращающихся цилиндров, нагреваемых поступающим в них паром. При выходе из сушильной части просушенное полотно наматывается на вал.

К машинам непрерывного действия относятся машины для уборки урожая в сельскохозяйственном производстве, прессы, смесители, промышленные мешалки, транспортеры и т.п. Для этих машин автоматизация их работы обеспечивается не программным управлением, а автоматическим регулированием, смысл которого будет пояснен далее.

Рассмотренные примеры показывают, что автоматические рабочие машины – это машины, автоматизированные по загрузке исходного сырья, автоматизированные в управлении рабочими процессами и удалению готового продукта. Оператор должен периодически контролировать работу машин и при возникающих неполадках предпринимать шаги по устранению неисправностей.

Важной задачей при производстве продукции является *контроль ее качества*. При изготовлении деталей на металлорежущих станках всегда задаются допуски на их размеры. Операция контроля позволяет выявить брак, который может появиться, например, из-за износа оборудования. Автоматизация контроля может быть выполнена с помощью специальных устройств, сигнализирующих о браке. Уменьшение времени на обнаружение брака позволяет повысить оперативность в устранении его причин и, таким образом, повысить эффективность производства в целом.

В современной технике автоматический контроль сводится либо просто к фиксации того, удовлетворяет ли изделие требованиям или нет, либо к автоматическому регулированию (так *control* - в переводе с английского означает надзор, контроль, проверка, регулирование). В первом случае констатация факта - брак или изделие, удовлетворяющее требованиям, во втором предпринимаются действия, чтобы избежать брака уже на стадии отклонения параметров от установленных допусков.

В случае автоматического регулирования действия оператора по устранению причин, приведших к браку, выполняются специальными техническими устройствами, использующими информацию о качестве продукции. Так, например, при получении бумаги на БДМ специальными измерительными приборами на выходе (на накате) измеряются такие показатели качества полотна, как его влажность, толщина, масса одного квадратного метра и др. Требования к этим показателям задаются на основании требований ГОСТа к каждому виду бумаги с определенными допусками. В процессе производства отклонение влажности бумаги от требуемого значения, вызванное различными внешними по отношению к БДМ причинами, фиксируется измерителем влажности. Данный измеритель вырабатывает электрический сигнал, соответствующий измеряемой влажности полотна. Далее автоматическое управляющее устройство на основе этого сигнала оценивает отклонение получаемой влажности от требуемого значения и вырабатывает электрический сигнал определенной величины, поступающий на электрический двигатель, вал которого через механическую передачу связан с заслонкой на паровом трубопроводе. При увеличении влажности выше требуемого значения заслонка приоткрывается, увеличивается количество пара, поступающего в сушильные цилиндры, температура их возрастает и как результат - влажность полотна убывает, приходя к требуемому значению.

Важно отметить, что в рассматриваемом случае автоматическое управляющее устройство берет на себя функции оператора в решении задачи, в какую сторону и насколько приоткрывать или прикрывать заслонку.

Иначе говоря, автоматическое управляющее устройство автоматизирует труд оператора, приспособлявая работу БДМ к изменяющимся внешним условиям.

Другим классом задач, решаемых в настоящее время с помощью средств автоматики, являются так называемые *задачи оптимизации*, которые могут заключаться в достижении максимальной производительности оборудования при минимальных удельных затратах энергии и сырья на единицу продукции. Для решения таких задач требуются более “умные” автоматические устройства, в качестве которых используются управляющие вычислительные машины (контроллеры), способные выполнять разнообразные логические операции.

Следующий уровень автоматизации связан с *автоматизацией управления работой цеха*. Любой цех - это совокупность различных станков и агрегатов, работа которых должна быть согласована для получения максимального эффекта от их функционирования. Иначе возможна ситуация, как в басне Крылова с лебедем, раком и щукой. В этом случае с помощью информационных систем производится сбор данных о работе агрегатов, качестве продукции и планирование работы производства.

Для предприятия в целом задачи, которые могут решаться с применением средств автоматизации,- это анализ полученного заводом производственного задания, планирование производства, расхода материалов и энергии, отчетность. В этом случае, когда автоматизируется весь комплекс производственных процессов, включая транспортные операции и различные организационные мероприятия, говорят о *комплексной автоматизации*. Как показала практика внедрения автоматизации в ключевые отрасли промышленности, эффективность производства повышается.

2. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ СРЕДСТВ АВТОМАТИЗАЦИИ

Почему же автоматические устройства нашли широкое применение лишь в последние десятилетия существования человеческого общества? Движущим источником любой системы машин является двигатель. Если не

считать водяное колесо (300 г. до н.э.) и ветряные мельницы (718 г.), первым достаточно совершенным двигателем была паровая машина, созданная Томасом Севери (1698 г.) и Томасом Ньюкоменом (1705 г.). Именно паровая машина сыграла большую роль в развитии машинного производства со специализацией и разделением труда - производства, называемого мануфактурным (XV-XVI вв.). Важной особенностью паровой машины была ее универсальность с точки зрения использования ее для приведения в действие различных рабочих машин: прядильных, ткацких, металлообрабатывающих и т.д.

Большую роль в совершенствовании паровых машин сыграли изобретенный русским теплотехником И.И. Ползуновым в 1763 г. универсальный тепловой двигатель и паровая машина, изобретенная Джеймсом Уаттом (1784 г.). Здесь впервые были заложены принципы построения устройств автоматического регулирования производственных процессов. В двигателе Ползунова для приведения в движение “огнедышащей машины”- паровоза использовалась энергия пара, получаемого в котле при нагревании в нем воды. Поддержание определенного уровня воды без участия человека обеспечивало, во-первых, безаварийную работу котла и, во-вторых, его высокую производительность по пару. В силу того, что как количество, так и качество топлива, идущего на подогрев котла, не могло быть строго постоянным, а также из-за того, что при различных режимах движения паровоза требовалось различное количество пара, уровень воды в котле сам по себе не мог оставаться постоянным и для его поддержания требовалось увеличить или уменьшить поступление воды в котел.



Рис.2.1. Регулятор И.И.Ползунова

Режим ручного управления в этом случае становился неэффективным, так как любая невнимательность оператора приводила к неравномерности движения машины и даже к взрыву котла. Возникла необходимость создать какое-либо приспособление, которое заменяло бы оператора.

Изобретение Ползунова гениально в своей простоте (рис.2.1): поплавки, перемещение которого однозначно связано с изменением уровня, соединяется с одним из плеч рычага, а другое плечо сочленено с заслонкой на питающем трубопроводе. Такая конструкция позволяет решать как логические задачи (увеличить или уменьшить расход воды в котел на определенную величину в зависимости от изменения уровня воды), так и задачи по перемещению заслонки с использованием преимуществ рычага. При этом вода в котле поддерживается на определенном уровне с небольшими относительно этого уровня отклонениями.

Паровая машина Д. Уатта (рис.2.2) с использованием шарового регулятора (“уравнителя хода” машины) обеспечивала вращение нагрузки (например, шпинделя станка с заготовкой) с постоянной скоростью, что дало возможность поддерживать определенный режим резания и,

следовательно, определенное качество поверхности детали, а также приводило к повышению долговечности работы режущего инструмента. Положение шаров, как следует на рис. 2.2, соответствует скорости вращения вала машины. К возможным причинам, приводящим к изменению скорости вращения вала, можно отнести изменение давления пара в питающем трубопроводе и изменение усилия резания из-за неравномерности формы заготовки и, следовательно, величины обрабатываемого слоя, а также из-за износа режущего инструмента, что приводит к изменению момента нагрузки на валу.

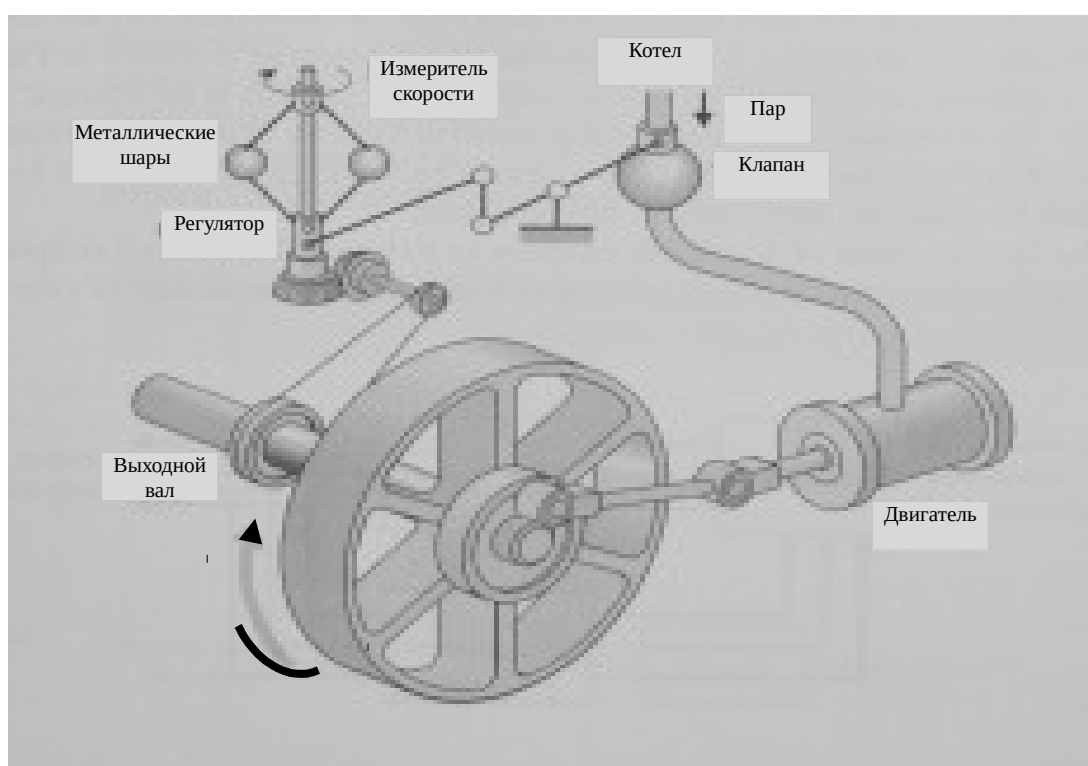


Рис.2.2. Регулятор Уатта

Важно отметить, что Уатт, будучи искусным механиком, столкнулся с серьезной задачей: для совершенства конструкции машины необходимо было повысить герметичность между ее поршнем и цилиндром. Эту задачу решил Вилкинсон, создавший совершенный по тем временам расточной станок. Таким образом, появилась система машин, объединявшая паровую машину-двигатель и рабочую машину-станок. До этого времени станки

вращались или от ноги, или вручную, причем обработке подлежали в основном заготовки из дерева. Хороший станок, являющийся в настоящее время основой машиностроения, не существовал бы без парового двигателя, в то время как и двигатель мог бы перестать существовать из-за отсутствия удовлетворительного станка.

Понятно, что автоматизация, являясь завершающим этапом развития техники в настоящее время, не могла возникнуть на “ровном месте”. Требовалось существенное развитие самих машин, чтобы реальностью стала задача создания автоматических устройств.

Из истории известно о существовании автоматов и до регуляторов Ползунова и Уатта. Это и вздергивающие ловушки для поимки животных, и автоматические устройства Древней Греции и Рима, использовавшиеся жрецами в культовых целях, и механические игрушки Западной Европы, созданные в Средние века, - прообраз сегодняшних роботов, и т.д. Главной особенностью всех этих автоматов была запланированность действий без учета необходимости приспособления к изменениям окружающей среды. Ранние автоматы – это автоматизм действий, но не автоматическое регулирование. Это обстоятельство важно учесть, чтобы понять высказанную мысль о том, что автоматическое регулирование начинается именно с работ И.И. Ползунова и Д. Уатта.

Из механизмов, сыгравших большую роль в развитии техники и, следовательно, автоматизации, следует особо отметить часы. Идея водяных часов относится к IX веку до н.э. Однако для нас наиболее интересными являются механические часы, поскольку основные их элементы (шестерни, червячные и зубчатые передачи, кулачки) легли в основу как современных станков, так и систем регулирования. Известно, что первыми проектами таких часов были проекты Гюйгенса и Галилея (XVII век) (рис.2.3).

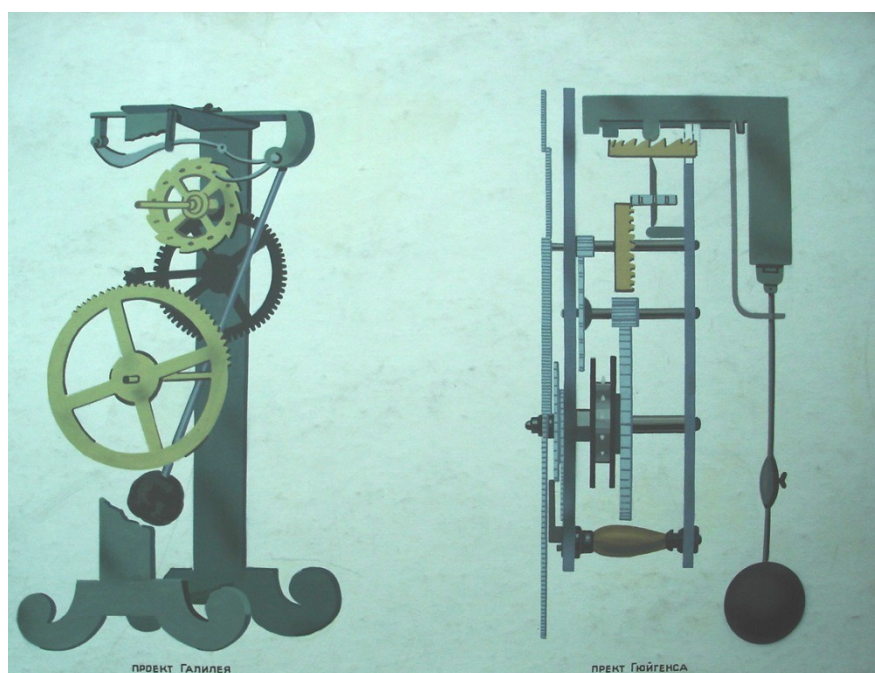


Рис. 2.3. Часы с маятником: а - проект Галилея и б - проект Гюйгенса.

Как уже отмечалось, задача замены человека, принимающего решения по управлению, может осуществляться с помощью ЭВМ. В этой связи следует отметить первую машину, облегчавшую счет,- машину Паскаля - прообраз современных ЭВМ.

Кратко остановимся на достижениях техники XIX-XX веков.

1860 г.- француз Ленуар создает двигатель внутреннего сгорания.

1884-1885 гг.- Даймлер и Бенц изобретают четырехтактный бензиновый двигатель.

1897 г.- немецкий инженер Дизель создает высокоэкономичный двигатель, названный его именем.

Эти изобретения положили начало решению задач автоматизации по транспортировке.

1889 г.- шведский инженер Лаваль строит первую паровую турбину.

1892 г.- бельгиец Грамм создает электрический двигатель и генератор. Машина Грамма позволила решить важную задачу - передачу энергии на расстояние. Старая система машин с появлением электродвигателя и генератора усложнилась. Между первичным двигателем, черпающим энергию из природы, и рабочей машиной появилось звено выработки и

передачи вторичной энергии - *электрической*. Это звено включает в себя генератор, сеть и вторичные двигатели (электрические). Важной особенностью двигателя явилось то, что он может быть встроен в любую машину - становятся ненужными приводные ремни и трансмиссионные валы. Вместе с работа двигателя может быть программируема. Внедрение электроэнергии во все технические процессы производства создало невиданные возможности для перехода к автоматическим системам, автоматическим станкам, линиям.

Следующей важной вехой в развитии техники явился атомный реактор, созданный итальянским ученым Энрико Ферми в 1942 г. Вслед за его созданием в СССР в 1954 г. была пущена первая в мире атомная электростанция. Важно отметить, что использование автоматики в атомной энергетике не только желаемое, а необходимое условие работы оборудования. Быстрота протекающих в атомном реакторе процессов, а также радиоактивная опасность для операторов - основные причины такой необходимости.

Подводя итог сказанному, можно заключить, что *развитие автоматизации было бы невозможно без создания совершенной системы машин, которая явилась основным источником автоматизации.*

Следует указать и на развитие средств *автоматического контроля*, необходимых для функционирования систем регулирования. Приборы, используемые для непрерывного измерения физических величин, характеризующих технологические процессы (температуры, давления, скорости вращения валов, влажности, концентрации и т.д.), имеют сравнительно недавнюю историю. Их использование в системах регулирования связано с развитием электрической и особенно электронной промышленности. С развитием электронной промышленности связано и создание совершенных регуляторов - устройств, выполняющих логические операции и заменяющих оператора в его умственной деятельности.

Важнейшим видом регуляторов в настоящее время являются вычислительные машины, а их разновидностью, используемой в процессах регулирования, - микропроцессоры и контроллеры. Управляющие вычислительные машины позволяют регулировать одновременно несколько параметров технологического процесса, при этом с их помощью могут решаться задачи по оптимизации ведения процесса, информационные задачи по обработке сведений о ходе процесса и т.п.

3. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Вернемся к вопросам создания первых автоматических регуляторов И.И. Ползунова и Д. Уатта. Центробежный регулятор вошел в технику настолько широко, что уже в первой четверти XIX века было известно множество примеров его использования в паровых машинах. Однако, как показала практика, работа регулятора не всегда отвечала требованиям. Простое перенесение одного и того же по параметрам регулятора на различные по параметрам паровые машины привело к различным результатам, вплоть до неудовлетворительной их работы. Если знать, что регулятор - это устройство, выполняющее логические операции и заменяющее оператора в его умственном труде по управлению процессами, то такое простое копирование и не могло иметь другого результата. Аналогичный случай имеет место, например, тогда, когда водитель грузового автомобиля пересаживается на легковой автомобиль. Если его решения и действия остаются прежними, то понятно, что аварийная ситуация неизбежна, так как менее инерционная легковая машина гораздо больше будет реагировать на изменение подачи бензина и на положение руля, чем грузовой автомобиль. Итак, возникло препятствие в использовании центробежного регулятора, связанное со сложностью выбора его параметров. То, что известно сейчас, было далеко не очевидным: регулятор следовало всякий раз подбирать по параметрам с

учетом параметров паровой машины. В этом смысле регулятор и машина представляли собой единое целое - систему.

Возникновение теории автоматического регулирования связано с именем профессора Петербургского практического института Ивана Алексеевича Вышнеградского, который рассмотрел совместно динамику системы регулятор-машина и изучил влияние регулятора на процессы в системе (1876 г.). Здесь же следует указать и на работы Дж. К. Максвелла, который также рассмотрел регулятор и машину как единое целое (1868 г.)

Практическим результатом работ И.А. Вышнеградского и Дж. К. Максвелла стала возможность рассчитать регулятор в каждом конкретном случае. Дальнейшее развитие теории автоматического регулирования связывается с именами Стодолы, Николая Егоровича Жуковского, Александра Михайловича Ляпунова и других русских и зарубежных ученых. К середине XX века автоматика проникает практически во все области техники. В этой связи в рамках теории автоматического регулирования происходит накопление и систематизация опыта исследования и проектирования различных по физической природе и назначению систем. Вместе с тем совершенствование математических методов позволяет, по выражению Анри Пуанкаре, “ экономить мысль и время ”, делая процесс их проектирования более эффективным и целенаправленным.

Чтобы понять дальнейшие рассуждения, зададимся вопросом, в чем заключается развитие человеческого общества и созданной им техники? Один из ответов на этот вопрос следующий: развитие - это возрастание степени организованности окружающего мира. Развитие человеческого общества от рода до государства - это развитие различного рода институтов: государства, системы власти и управления, системы законов и т.д., а в сфере развития техники - это эволюция орудий труда от орудий каменного века до ЭВМ. Если поначалу развитие техники было связано с

получением, передачей, преобразованием и использованием различных видов энергии, а функции управления машинами оставались за человеком, то с появлением мощных источников энергии, роль мускульной силы человека в управлении оборудованием понижалась. Однако, значение функций, выполняемых человеческим мозгом, повышалось. Автоматизация явилась тем шагом в развитии техники, когда стала происходить замена человека в его функциях контроля и управления. *Автоматические управляющие устройства стали новыми средствами организации уже организованной материи: станков, технологического оборудования.*

В свою очередь, различные технические средства организовывались в фабрики, заводы, отрасли промышленности. Вопросы организации сложных технических комплексов свелись к вопросам управления трудовыми и материальными ресурсами, т.е. коллективами людей и парками станков и машин. Задача повышения эффективности такого управления – объективная задача, стоящая перед обществом на определенном этапе его развития. Для ее решения нужно было понять законы управления. Если прежде при создании технических устройств следовало открыть законы неживой природы: законы сохранения материи, энергии и др., то в данном случае пришлось обратиться к познанию живой материи. Причина такого подхода в том, что именно живые системы поддерживают (регулируют) свое состояние за счет механизмов упорядочивания (управления) потребляемой энергии. Вместе с тем сам человек - такая живая система, которая способна решать задачи управления.

В биологии, физиологии, психологии и других науках было накоплено много примеров саморегуляции живых систем.

Одним из таких примеров является система терморегуляции организма человека.

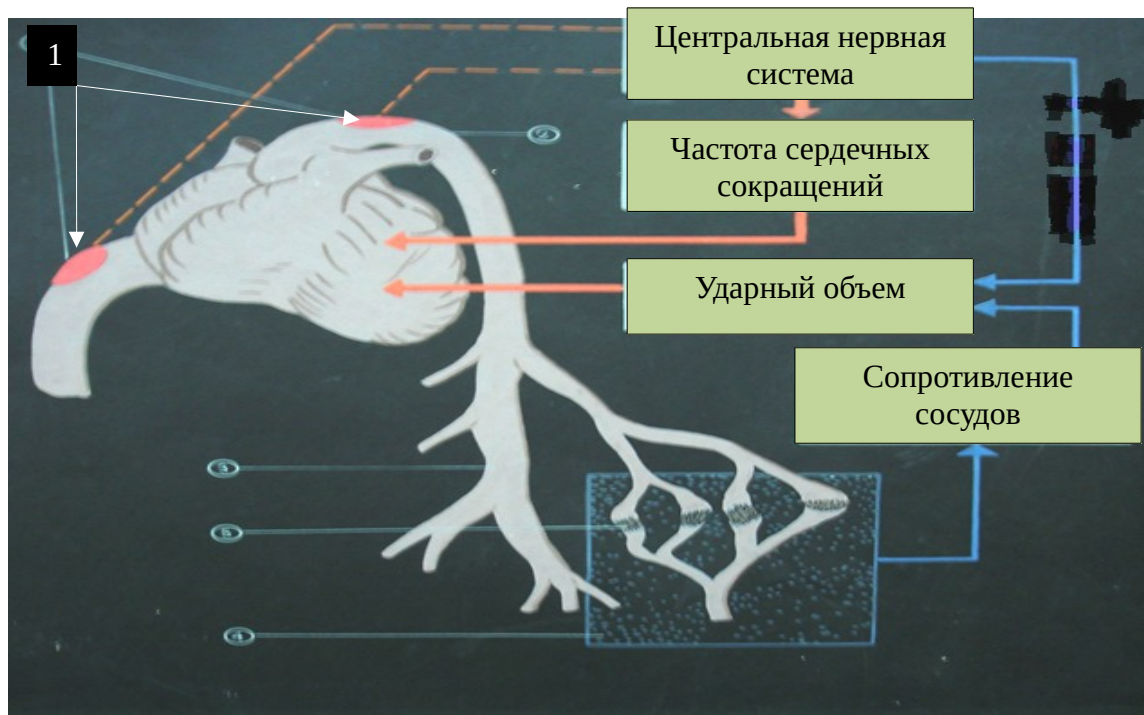


Рис.3.1. Система управления кровообращением:

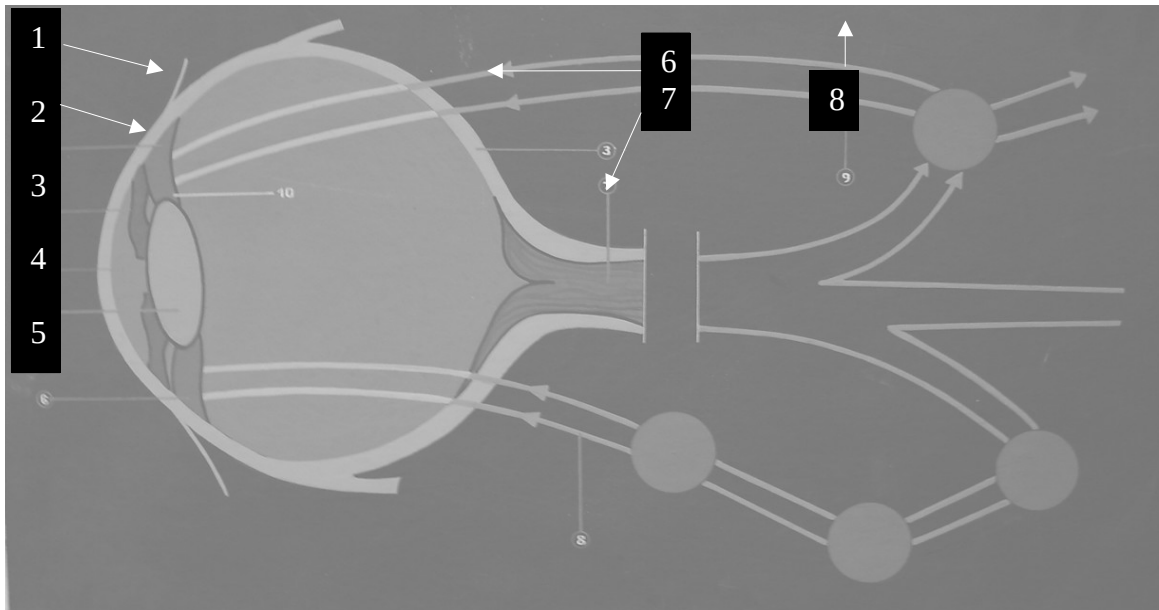
1- барорецепторы – сложное образование, состоящее из нервных окончаний «чувствительных, нейронов», которые обеспечивают измерение величины артериального давления.

В ней поддержание температуры тела $36,5^{\circ}\text{C}$ осуществляется за счет управления процессом “ сжигания энергии ”, заключенной в потребляемой человеком пище, несмотря на изменение температуры окружения, осуществление человеком движений.

Частота пульса, содержание кислорода, сахара в крови – также регулируемые параметры человеческого организма (рис. 3.1).

Другой пример саморегуляции - система зрения, которая может быть описана следующим образом.

Величина зрачка (рис.3.2) меняется в зависимости от освещения сетчатки глаза так, чтобы эта освещенность оставалась постоянной, несмотря на изменение силы света при взгляде на различные по освещенности предметы. Этим достигается хорошее видение как в сумерках, так и при ярком солнце, т.е. приспособление глаза к изменяющимся условиям.



9

Рис.3.2 Система управления величиной зрачка глаза:

1- радиальная мышца, 2- радужная оболочка, 3 – отверстие (зрачок),
4 – хрусталик, 5 – кольцевая мышца, 6- сетчатка, 7 – зрительный
нерв, 8 – ресничный нерв, 9 – нервные волокна

Рассматривая выпуск заводом продукции (рис.3.3) в соответствии с плановым заданием, вновь сталкиваемся с задачей регулирования. Здесь она сводится к поддержанию определенной производительности предприятия, несмотря на колебания в количестве рабочей силы, сырья и т.п. Если учесть также технические системы автоматического регулирования, нашедшие применение на производстве, то можно сказать, что аналогия, отмеченная в приводимых примерах, становилась более очевидной. Несмотря на различие физической природы систем,

потребляемой ими энергии, достигаемых целей, просматривалась общность, скрытая в самом механизме управления.

Необходимо было понять, в чем заключается этот механизм, чтобы открыть закон построения систем управления.

Такой закон был открыт Н. Винером. В своей книге “ Кибернетика, или управление и связь в животном и машине ”, вышедшей в 1948 г., Винер назвал этот закон *принципом обратной связи*. Суть его на первый взгляд проста. Однако следует помнить, что каждый школьник знает закон Ньютона, но далеко не каждый может его вывести.

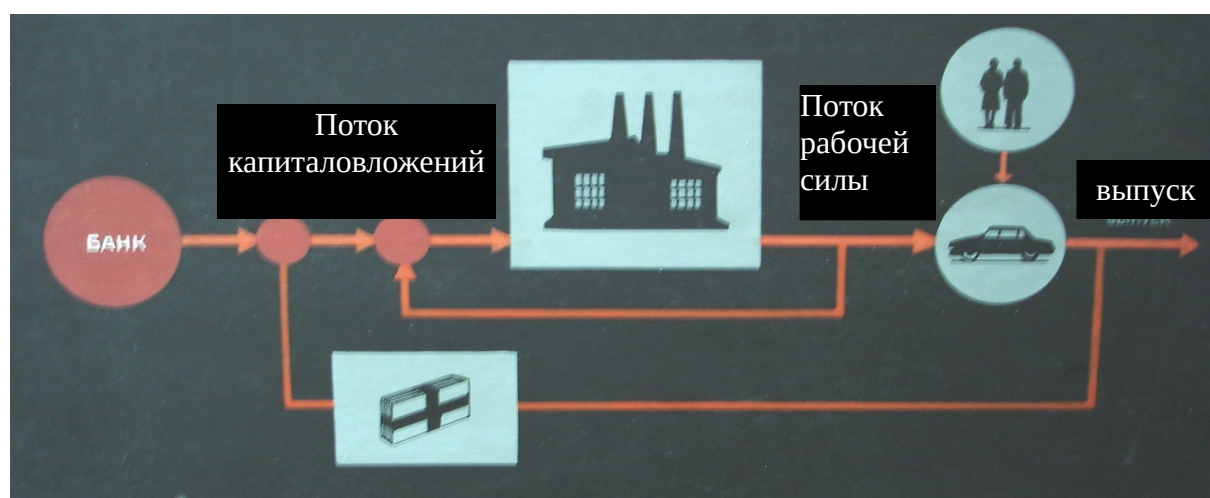


Рис.3.3. Система управления основными фондами предприятия

Рассмотрим пример управления водителем положением автомобиля на дороге (рис. 3.4). Какие задачи, с помощью чего и как решаются в данном случае? Перечислим последовательность операций процесса управления.

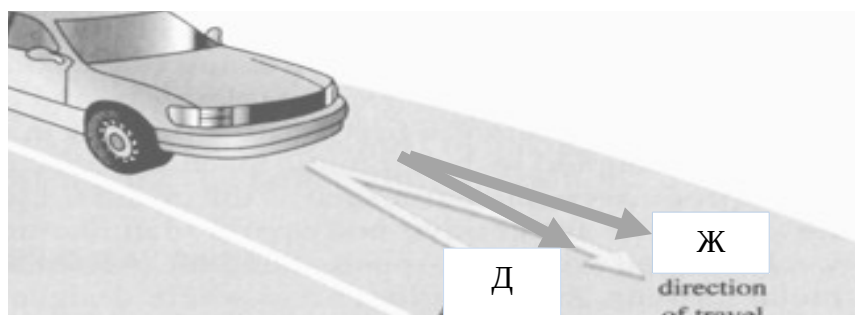


Рис.3.4 Управление положением автомобиля:

Ж – желаемое положение автомобиля на дороге, Д – действительное положение автомобиля

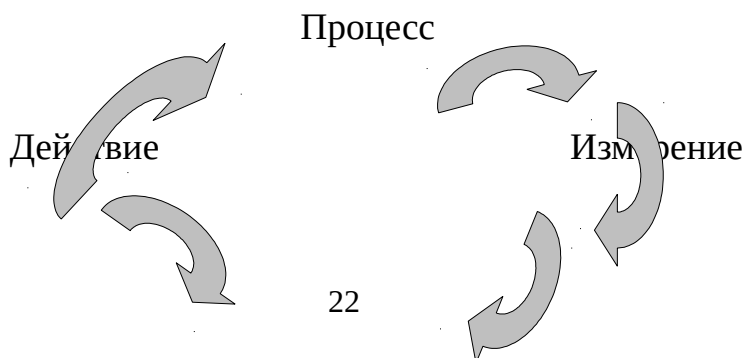
Она заключается в следующем:

- 1 - сведения о положении автомобиля на дороге, полученные с помощью глаз, поступают в мозг;
- 2 - в мозгу происходит оценка ситуации, заключающаяся в сравнении действительного положения с желаемым для оценки их расхождения;
- 3 - здесь же, в мозгу принимается решение о необходимых действиях по изменению положения руля (в какую сторону и насколько нужно повернуть руль);
- 4 - с помощью мускулов (исполнителей приказов мозга) производится поворот руля (регулирующего органа) на предполагаемый угол;
- 5 - автомобиль меняет свое положение в желаемую сторону;
- 6 - меняется ситуация на дороге, что заставляет вновь и вновь следовать пунктам 1,2 и т.д.

Таким образом, реализуется непрерывность процесса управления.

Схематично можно представить сказанное так, как показано на рис. 3.5.

Процесс управления представляется как процесс по замкнутому циклу (контуре). Разрыв контура приводит к невозможности решения задачи регулирования. Закройте, например, глаза шоферу... Термин “ обратная связь ” применяется здесь так, что информация о состоянии автомобиля, т.е. о процессе изменения его положения на дороге, *непрерывно* (снова и снова, обратно) используется для управления этим положением.



Сравнение

Принятие решения

Рис. 3.5. Последовательность процесса управления

В американской литературе это обстоятельство особо подчеркивается в названии систем управления: *feed back control systems* – (системы с обратной связью). По этому принципу построены системы регулирования Ползунова и Уатта, системы регулирования температуры тела и величины зрачка глаз, системы управления производством и т.д., т.е. любые самоорганизующиеся системы.

Реализация принципа обратной связи достигается путем строго определенной организации элементов в систему, как это показано на рис. 3.6.

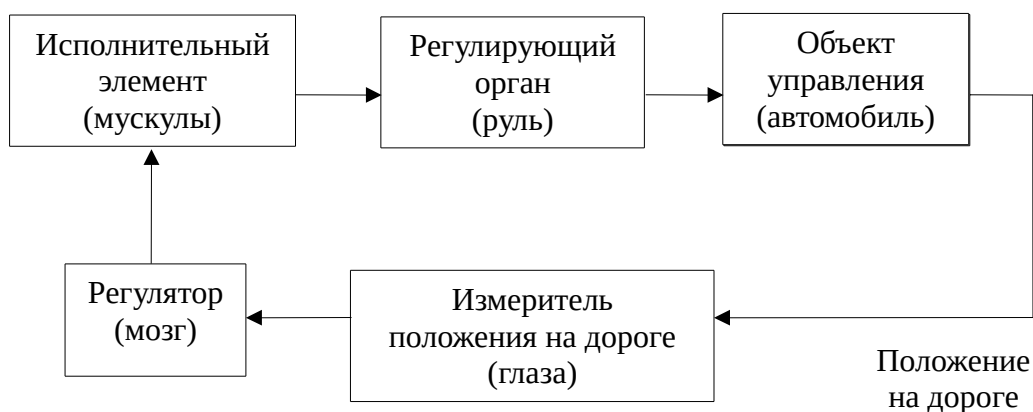


Рис. 3.6. Структура системы управления автомобилем

Последовательность элементов не может быть иной. Так «сделать, а потом подумать» случается с некоторыми людьми, но для систем это исключено.

Закон обратной связи устанавливает не только то, что управление рабочим процессом осуществляется на основании информации о параметрах этого процесса, но и то, какие элементы и в какой последовательности должны взаимодействовать между собой.

Одно из важных обобщений, сделанных Н.Винером, связано с понятием «информация». Прежде чем его рассмотреть, важно отметить ценность для наук обобщающих понятий. Ими являются, например, понятие силы и энергии. Развиваясь на протяжении веков, они обретали порой различный смысл. Однако в настоящее время, имея конкретные, трактуемые определения, эти обобщающие понятия используются практически во всех сферах человеческой деятельности.

Подобрать слово, отражающее смысл описываемого объекта исследования, значит связать разрозненные вещи одним организующим началом.

Таким понятием явилось понятие «информации».

В обыденной жизни мы понимаем, что с закрытыми глазами автомобилем не управляют (в отличии от управления лошадью, когда порой можно расслабиться). Ранее, при наличии только гужевого транспорта тяжело было дойти до понимания механизма управления, так как лошадь и сама могла довезти ездока до дома. Сегодня задача управления, на основе управления автомобилем понимается лучше.

Для управления объектом (в рассматриваемом случае автомобилем) нужно иметь об состоянии объекта конкретные сведения, быть информированным. Но этого мало.

Нужно правильно распорядится имеющейся информацией, т.е. правильно ее обработать и принять правильные решения по управлению. Иначе произойдет авария.

Взгляд на один и тот же объект исследования может быть разным у различных специалистов. Так, теплоэнергетик, проектируя оборудование для получения энергии, будет рассматривать процессы с точки зрения получения наибольшего коэффициента полезного действия.

Специалист по системам управления за основу рассмотрения процессов управления должен принять «информационный взгляд» на процессы в системах управления.

В чем он заключается?

Прежде всего, в том, что процессы управления – процессы циркуляции информации. Образно говоря, информация – «кровь» систем.

Передача информации в нашем сознании тесно связана с радио-, телевизионными -, телеграфными сигналами.

Отсюда каждый элемент системы рассматривается как передатчик информации от предыдущего элемента к последующему, т.е. каждый элемент принимает входной сигнал и формирует выходной сигнал для следующего элемента системы.

Что можно сделать с информацией в процессе передачи? Исказить, задержать.

Следует понимать, что для этого существуют объективные причины. Во-первых, требуется время для того, чтобы сигнал достиг потребителя (отсюда задержка информации, сигнала). Во-вторых, на полезный сигнал могут накладываться шумы, делая его плохо различимым (дождь, снег делают видимость дороги хуже).

Информация, принятая с опозданием и искаженная, может оказаться уже ненужной и, будучи неправильно понятой, привести к неправильным решениям.

Первый шаг в понимании работы системы – составление ее блок-схемы, на которой каждый из элементов изображается блоком с входным и выходным сигналами.

В качестве выходного рассматривается параметр, характеризующий процесс, реализуемый элементом и отражающий его назначение. Так для автомобиля это положение на дороге (в сантиметрах). Входным же принимается сигнал - параметр от предыдущего элемента, являющийся

причиной, влияющей на результат работы рассматриваемого элемента. В случае с автомобилем это угол поворота руля (в градусах). Пример графического представления автомобиля в виде блока показан на рис.3.7.



Рис.3.7. Пример графического представления объекта управления – автомобиля

В настоящее время кибернетика рассматривается как наука об управлении, передаче и переработке информации в технических и нетехнических системах (живых организмах и др.).

Все сказанное о кибернетике имеет непосредственное отношение к теории автоматического регулирования, которая вместе с теорией информации составляет основу науки, называемой «техническая кибернетика». Важный этап в теории автоматического управления заключается в применении методов кибернетики в задачах исследования и проектирования технических автоматических систем регулирования (АСР). В этом видится большая перспектива, поскольку опыт исследования сложных динамических систем, обобщений в кибернетике, может позволить повысить эффективность решения задач в теории автоматического регулирования.

4. ОСНОВНЫЕ ПУТИ СОЗДАНИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Одним из путей создания АСР является экспериментальный путь - метод «проб и ошибок». Таким путем шли И. И. Ползунов, Д. Уатт и их ближайшие последователи. Выбор элементов систем и их параметров производится в этом случае непосредственным изменением их конструкции,

размеров и т.д. Влияние произведенных изменений на работу системы всякий раз анализируется и делается заключение о степени такого влияния. Когда выполненные переделки улучшают работу системы, стремятся произвести последующие изменения в том же направлении, пока не получат требуемого качества функционирования АСР. Поскольку для создания систем экспериментальным путем необходимо всякий раз изготавливать новые механизмы или переделывать уже имеющиеся, затраты на разработку в этом случае могут быть значительны, а сам процесс отладки систем на современном оборудовании часто небезопасен. Представьте себе, что было бы, если бы эксперименты велись на системах управления атомным реактором...

Другим путем создания АСР является использование моделей, т.е. копий реальных элементов. Модели бывают словесные, физические, математические и т.д.

Словесные модели – это те наши представления о системах, о процессах в них происходящих, которые составляют предмет наших размышлений при решении задач проектирования. Мы мыслим образами, иначе – моделями. Они позволяют, используя имеющийся опыт, делать заключения о качественной стороне изучаемых явлений процессов и дают возможность предвидеть последствия принимаемых решений. Вспомним пример

Ф. Энгельса об архитекторе и пчеле. Именно способность мыслить образами позволяет архитектору, в отличие от пчелы, представить себе здание, его детали, еще не построив его. Однако качественных представлений не достаточно, когда речь идет конкретно о размерах, формах, прочности конструкции и т.д. Здесь требуется строгий количественный расчет.

Физические модели – уменьшенные копии реальных объектов – позволяют в некоторой степени ответить на вопрос, какие по размерам, массе, прочности и другим параметрам должны быть выполнены элементы.

Сложная задача в данном случае связана с масштабированием, т.е. перенесением сведений, полученных с помощью физических моделей, на реальные объекты. Далеко не всегда такое масштабирование дает надежные результаты, хотя и позволяет многое предвидеть.

Детские игрушки – пример таких моделей.

Другой пример – моделирование дамбы в Санкт-Петербурге. Задача заключалась в решении вопроса, где в дамбе делать проходы для стока воды и для прохода кораблей. В случае неудачного решения имели бы застойные зоны с гниением, что нарушало бы экологическую ситуацию в городе. Вместе с тем стоял вопрос и о проходе рыбы по веками проложенным ею путям и т.п. Для решения вопросов был задействован бассейн в судостроительном институте имени А.Н.Крылова, смоделирован рельеф дна залива. По воде пускались кораблики и изучались различные варианты расположения проходов. Решить подобную задачу с привлечением математических методов не получалось ввиду ее сложности.

Аэродинамические трубы применялись для изучения поведения моделей самолетов. Проблема масштабирования результатов исследований, т.е. перенесения результатов на реальные самолеты была связана с тем, что изменение линейного размера – длины самолета, приводило не к пропорциональному, а к квадратичному изменению его поперечного сечения.

Математические модели несут в себе сведения о процессах, записанные с помощью знаков и правил математики. Таковыми являются, например, все известные физические законы. Полученные на основе многочисленных экспериментов, они отражают в себе выявленные закономерности. Использование уже известных законов при проектировании систем позволяет пользоваться «готовыми» результатами и таким образом экономить средства и время, т.е. повышать производительность труда проектировщика. Большим преимуществом математических моделей является возможность не только качественного, но и количественного изучения процессов. Вместе с

тем использование математических методов и приемов позволяет эффективно решать задачи отыскания наилучших технических решений.

Можно сказать, что использование математических методов исследования есть вопрос научной организации труда проектировщиков АСР. Однако не нужно забывать, что математические модели лишь копии реальных объектов. То, насколько близко они соответствуют таким объектам, зависит от правильности учета при математическом описании всех существенных сторон изучаемых процессов.

Рассмотренные пути создания технических устройств с использованием моделей применяются и при проектировании АСР. В конечном итоге критерием правильности моделей и результатов исследований, полученных с их помощью, всегда служит близость работы реального оборудования результатам моделирования.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие пути создания АСР существуют?
2. В чем заключается преимущество и недостатки известных путей создания АСР?
3. Возможно ли использование какого-либо из известных путей создания АСР без привлечения других?

5. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Техническое устройство, рабочий процесс которого подлежит управлению, называется объектом управления (ОУ). Любое транспортное средство (самолет, машина, пароход и т.д.) является объектом управления. В этом случае рабочий процесс – это перемещение такого аппарата, а управление перемещением сводится к управлению скоростью движения, положением в пространстве и т.д.

К объектам управления относятся также любые технологические агрегаты, в которых протекают тепловые процессы, химические реакции, происходит смешение компонентов или разделение на фракции и т.д.

В одном случае рабочий процесс совершается объектом, в другом - в объекте.

Управление может осуществляться как оператором (ручное производство), так и с помощью технических устройств, без участия человека (автоматическое управление).

Ручное управление – совокупность решений и действий оператора, направленных на осуществление желаемого протекания рабочего процесса объекта управления.

Автоматическое управление – совокупность операций, реализуемых техническими устройствами, направленная на осуществление желаемого протекания рабочего процесса объекта управления. Такие технические устройства составляют автоматическое управляющее устройство (АУУ), выполняющее функции оператора при замене ручного управления на автоматическое. К числу этих устройств относятся чувствительный элемент (ЧЭ), преобразователь (Пр), задающее устройство (ЗУ), сравнивающее устройство (СУ), регулятор (Рег), исполнительный механизм (ИМ) и регулирующий орган (РО) (рис.5.1).

Чувствительный элемент – устройство воспринимающее изменение физической величины (У), характеризующей процесс, и преобразующее ее, в общем случае, в другую физическую величину, часто электрическую, которая поступает на преобразователь.

Преобразователь – устройство, преобразующее полученную с ЧЭ величину в другую физическую величину, например, механическую в электрическую, удобную для передачи и сравнения с сигналом, сформированным задающим устройством.

Чувствительный элемент и преобразователь составляют вместе устройство, называемое *датчиком*.

Задающее устройство – элемент АСР, с помощью которого оператор «дает» системе задание ($g(t)$) изменять регулируемую величину ОУ по какому-либо закону или случайным образом или поддерживать ее определенное значение.

Сравнивающее устройство - элемент системы, сопоставляющий сведения о действительном значении регулируемой величины и ее заданным значением.

Результатом работы СУ является разность указанных сигналов, называемая рассогласованием (E). Величина рассогласования соответствует величине ошибки регулирования (X), которая представляет собой разницу между действительным и требуемым значениями регулируемой величины.

Регулятор – устройство, реализующее закон регулирования, т.е. устройство, реализующее совокупность операций по переработке информации о рабочем процессе для приведения в действие исполнительного механизма, воздействующего на регулируемый орган с целью получения требуемого протекания рабочего процесса.

Исполнительный механизм служит для изменения состояния регулирующего органа по сигналам (V) регулятора.

Регулирующий орган - элемент системы, действия которого оказывают непосредственное влияние на рабочий процесс, иначе говоря, на регулируемую величину.

Рассмотренные элементы (рис.5.1) в общем случае являются обязательными при создании любой АСР. Однако в частных случаях они могут отсутствовать как самостоятельные устройства. При этом функции нескольких таких устройств может выполнять один элемент.

На рис. 5.1 пунктирными линиями показаны регулируемая величина рабочего процесса (Y), ее требуемое значение ($Y_{\text{треб}}$) и ошибка

регулирования (X). Это величины, понятные оператору, но не понятные системе. Система оперирует с сигналом рассогласования $\varepsilon(t)$, имеющем природу, например, электрического сигнала, соответствующим ошибке регулирования X .

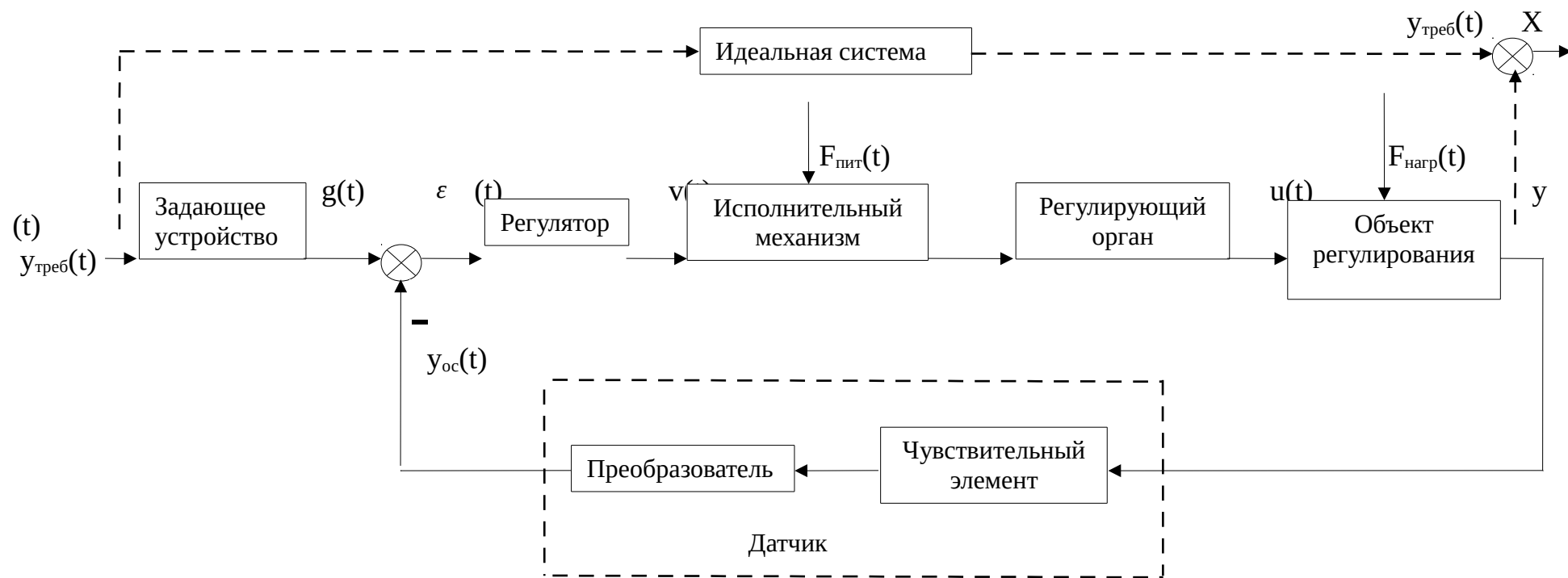


Рис.5.1 Блок –схема одноконтурной автоматической системы регулирования

Здесь $y_{\text{треб}}(t)$ –требуемое значение регулируемой величины, задаваемое оператором;

$y(t)$ - действительное значение регулируемой величины;

X – ошибка регулирования, $X(t) = y_{\text{треб}}(t) - y(t)$;

$\varepsilon(t)$ – сигнал рассогласования $\varepsilon(t) = g(t) - y_{\text{ос}}(t)$, где $y_{\text{ос}}(t)$ - сигнал отрицательной обратной связи;

$g(t)$ -задающее воздействие;

$u(t)$ – управляющее воздействие; $v(t)$ – сигнал с регулятора;

$F_{\text{пит}}(t)$ –возмущение по питанию;

$F_{\text{нагр}}(t)$ – возмущение по нагрузке.

Рабочий процесс характеризуется определенными свойствами, интересующими потребителя. При этом несущественные свойства не принимаются во внимание, от них абстрагируются.

В случае систем автоматического управления каждый элемент рассматривается с точки зрения его назначения. При этом существенными считаются те свойства, которые определяют собой поведение элемента (системы) и характеризуют его состояние. Таким образом, под состоянием системы в некоторый момент времени понимается множество существенных свойств ее элементов и системы в целом, которыми она обладает в процессе функционирования.

Состояние системы характеризуется так называемыми параметрами состояния.

Свойства систем и их элементов характеризуются параметрами состояния процессов и параметрами состояния элементов (системы).

Параметры состояния процессов - это физические величины, описывающие процессы (давление, температура, концентрация, электрический ток, напряжение, плотность, массовый расход и т.п.).

Параметры состояния элементов (системы) - это физические величины, характеризующие количества вещества в системе (в элементах системы). Такими являются, например, объем, масса, момент инерции, электрическое сопротивление, емкость, индуктивность и т.п.

В реальных условиях работа системы может нарушаться либо из-за изменения ее собственных свойств, например в результате старения элементов, либо из-за внешних причин (окружения систем), называемых возмущающими воздействиями ($F(t)$). К таким внешним причинам относятся изменения питания системы $F_{\text{пит}}(t)$ и изменение ее нагрузки $F_{\text{нагр}}(t)$.

Поясним введенные понятия.

Возмущающие воздействия по питанию $F_{\text{пит}}(t)$.

Для того чтобы управлять, приходится использовать дополнительные источники энергии, необходимые для работы регулятора, исполнительного механизма и т.п. Возможные колебания энергии, отдаваемой такими источниками, связаны обычно с тем, что они одновременно снабжают энергией и других потребителей. Так, например, в обыденной жизни приходится встречаться с тем, что напряжение в электрической сети, как и давление воды в трубопроводе, колеблется в различное время суток. Подобные колебания сказываются на работе элементов, а, следовательно, и самой системы.

Возмущающие воздействия по нагрузке $F_{\text{нагр}}(t)$.

Под нагрузкой следует понимать потребителя результатов рабочего процесса системы. Пусть объект управления, например, двигатель постоянного тока, вращает нагрузку – шпиндель станка с закрепленной в нем деталью. При изменении глубины резания момент сопротивления резанию меняется, что приводит к изменению числа оборотов двигателя. По отношению к АСР изменение момента сопротивления резанию – это внешнее возмущающее воздействие. Оно относится к возмущениям по нагрузке.

Итак, все материальные тела и источники энергии, находящиеся вне рассматриваемой системы, принято называть окружением или внешней средой. Для того чтобы определить конкретные физические свойства окружения, вводится понятие состояния окружения. Под состоянием окружения в некоторый момент времени понимается множество существенных свойств окружения в этот момент. Охарактеризовать свойства окружения - значит определить те физические величины, которые характеризуют возмущающие воздействия. В рассмотренных примерах это изменение питающего напряжения в вольтах, изменение момента сопротивления резанию в кг·м.

Рассмотренные виды влияния окружения на ведение рабочих процессов - это постоянные источники нежелательных отклонений регулируемых

величин систем от их требуемых значений. Устранять возникающие по их вине эти отклонения регулируемых величин, не допускать того, чтобы ошибка регулирования выходила за допустимые пределы - одна из задач любой системы.

Другая задача – добиваться соответствия регулируемой величины ее требуемому значению, задаваемому оператором, с ошибкой, не более заданной.

Иными словами можно сказать, что работая, любая система приспособливается (адаптируется) к изменяющимся условиям окружения, решая поставленную перед ней оператором задачу.

Вопросы для самоконтроля

Какие основные элементы АСР известны и каковы их функции?

Какие основные сигналы действуют на АСР?

Что понимается под состоянием системы и окружения и какими параметрами они характеризуются?

6. КЛАССИФИКАЦИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Системы автоматического регулирования делятся на группы (классы) в зависимости от назначения, характера изменения сигналов, уравнений, которыми описывается их работа, в зависимости от того, используется или нет энергия от внешних источников для регулирования и т.д.

По назначению АСР делятся на системы

- стабилизации,
- программные и
- следящие (или АСР дистанционного управления).

Задачей систем стабилизации является вывод на заданное оператором значение регулируемой величины и удержание этого значения с ошибкой не более допустимой, несмотря на действие возмущений.

Для таких систем задающее воздействие постоянно, т.е. $g(t)=const$.

Если объект регулирования – оборудование для производства разнообразной по параметрам продукции, тогда одной из задач таких систем является изменение регулируемой величины в соответствии с каждым новым задающим воздействием. Так, например, на прокатном стане требуется получать железные листы разной толщины. В этом случае задача сводится к тому, что оператор в зависимости от сорта стали меняет величину задающего воздействия. В этом случае задача системы заключается в переводе оборудования на режим, соответствующий требуемой толщине листа.

При производстве бумаги на бумагоделательной машине задача заключается в переводе систем регулирования с режима производства бумаг одного сорта на другой, что требует изменения значений влажности, поверхностной плотности, зольности бумажного полотна, скорости его прохождения через бумагоделательную машину и т.п.

На рис. 6.1 показан пример системы регулирования числа оборотов двигателя постоянного тока.

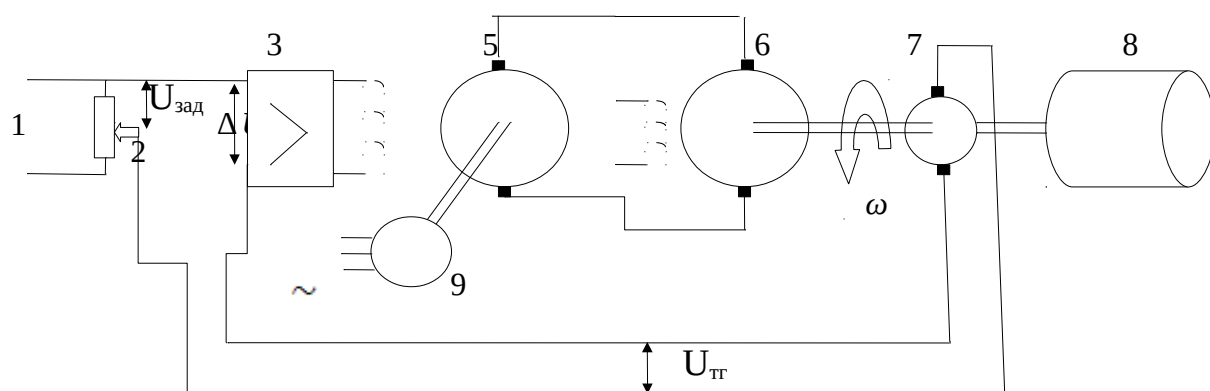


Рис. 6.1. АСР числа оборотов двигателя:

1 – потенциометр; 2 – движок потенциометра 1; 3 – усилитель; 4 – обмотка возбуждения генератора; 5 – генератор; 6 – электродвигатель; 7 – тахогенератор; 8 – нагрузка; 9 – вспомогательный двигатель

При определённом положении движка потенциометра 2, выставленного оператором и служащего задающим устройством, напряжение $U_{\text{зад}}$ сравнивается с напряжением, поступающим с тахогенератора $U_{\text{тг}}$, установленным на валу двигателя. Это напряжение пропорционально числу оборотов ω , развиваемым двигателем 6. Таким образом, тахометр служит в системе датчиком. При равенстве напряжений их разность, поступающая на усилитель, равна 0. Если оператор изменит положение движка 2 (даст новое задание), то ситуация, подобная предыдущей, возникнет при другом напряжении $U_{\text{тг}}$, т.е. при другом значении ω , и т.д. Если потенциометр 1 проградуировать в соответствии с числом оборотов ω , то для задания АСР требуемого значения скорости вращения двигателя оператору необходимо выставлять движок 2 в соответствующее положение.

В том случае, когда при изменении нагрузки 8 на валу двигателя 6 число оборотов двигателя изменится, появится ΔU не равное нулю. Сигнал ΔU , усиленный усилителем 3, приведет к изменению тока в обмотке возбуждения 4 генератора 5. Это в свою очередь вызовет изменение тока в якоре электродвигателя в сторону значения, при котором число оборотов будет возвращаться к заданной величине. Таким образом, будет происходить процесс стабилизации скорости вращения электродвигателя.

Задачей программных систем является изменение регулируемой величины по определенной программе с заданной точностью, несмотря на действующие на АСР возмущения. В этом случае $g(t) = F(t)$, где $F(t)$ – известная функция времени.

Так, в ряде технологических процессов может потребоваться менять температуру получаемого продукта во времени по определенной программе.

Для технической реализации таких систем требуется более сложное задающее устройство и, как правило, более сложный регулятор. Если рассмотреть предыдущий пример, то для перемещения движка 2 по определенной программе можно воспользоваться кулачковым механизмом.

При этом профиль кулачка должен соответствовать требуемому закону изменения регулируемой величины ω .

Задачей следящих систем является изменение регулируемой величины в соответствии с изменяющимся по заранее неизвестному закону заданию, т.е. $g(t) = \eta(t)$, где $\eta(t)$ – заранее неизвестная функция времени.

Первым примером таких систем явились системы управления зенитным огнем, созданные в Англии во время войны 1941-1945 годов для стрельбы по фашистским самолета и ракетам ФАУ. Задача наводчика сводилась лишь к наведению визира на самолет. Система разворачивала платформу, на которой стояла зенитная установка, и меняла вертикальное положение орудия с помощью электрических двигателей. При маневрах самолетов, следя за целью, задание по положению орудия приходилось менять случайным образом.

В зависимости от характера изменения сигналов в АСР они делятся на *непрерывные и дискретные*. Системы И.И.Ползунова и Д.Уатта являются непрерывными АСР. В том случае, когда в системе присутствует, например, вычислительная машина, выполняющая функции управляющего устройства (контроллера), АСР относится к дискретным. Сигналы поступают в машину через определённый интервал времени (период опроса), где над ними производятся логические и арифметические операции, а затем, также через определенное время, полученные результаты в виде сигналов выводятся из машины и поступают на исполнительные механизмы. В силу такой специфики работы управляющей вычислительной машины сигналы в системе носят дискретный характер.

Математические модели процессов в элементах АСР могут представлять собой *нелинейные или линейные уравнения*. В зависимости от этого системы делятся, соответственно, на нелинейные и линейные АСР.

При решении с помощью систем задач управления могут использоваться вспомогательные источники энергии, как это имеет место,

например, в системе регулирования числа оборотов двигателя. В том случае, когда для управления используется энергия самого процесса (например, в системе И.И.Ползунова), АСР носят название *систем прямого регулирования*, в отличие от систем *косвенного регулирования* в предыдущем случае.

7. МЕТОД АНАЛОГИИ КАК МОЩНОЕ СРЕДСТВО ИССЛЕДОВАНИЯ АСР

Метод аналогии является одним из методов человеческого мышления. Он заключается в перенесении знаний, полученных при наблюдении и оперировании с одними объектами или явлениями на другие объекты или явления. Источником аналогии является мир, в котором мы живём. Отражением этого свойства мира является мышление по аналогии, мышление метафорами. Уже ребёнок, говоря, что дерево так же высоко, как дом, мыслит по аналогии, метафорически. Мышление по аналогии – это обобщение, основанное на выявлении одинаковости каких – либо качеств, свойств объектов или явлений при кажущемся их различии. В этом смысле метод аналогии является одним из главных методов открытия общих законов природы. Данный метод является основой всех наук, в том числе и теории автоматического управления и математики, служащей задачам исследования АСР, и позволяет существенно упростить исследования.

Рассмотрим те положительные качества метода аналогии, которые повышают эффективность решения задач проектирования систем.

Возьмём в качестве примера простую механическую систему, состоящую из груза массой M , пружины с жесткостью C и демпфера, имеющего коэффициент демпфирования K , обусловленный вязкостью жидкости (рис.7.1).

Показанная система может представлять собой схематическое изображение весов или машины. Так для машины M – ее масса, C - жесткость

рессор, K – коэффициент, характеризующий вязкость жидкости амортизаторов.

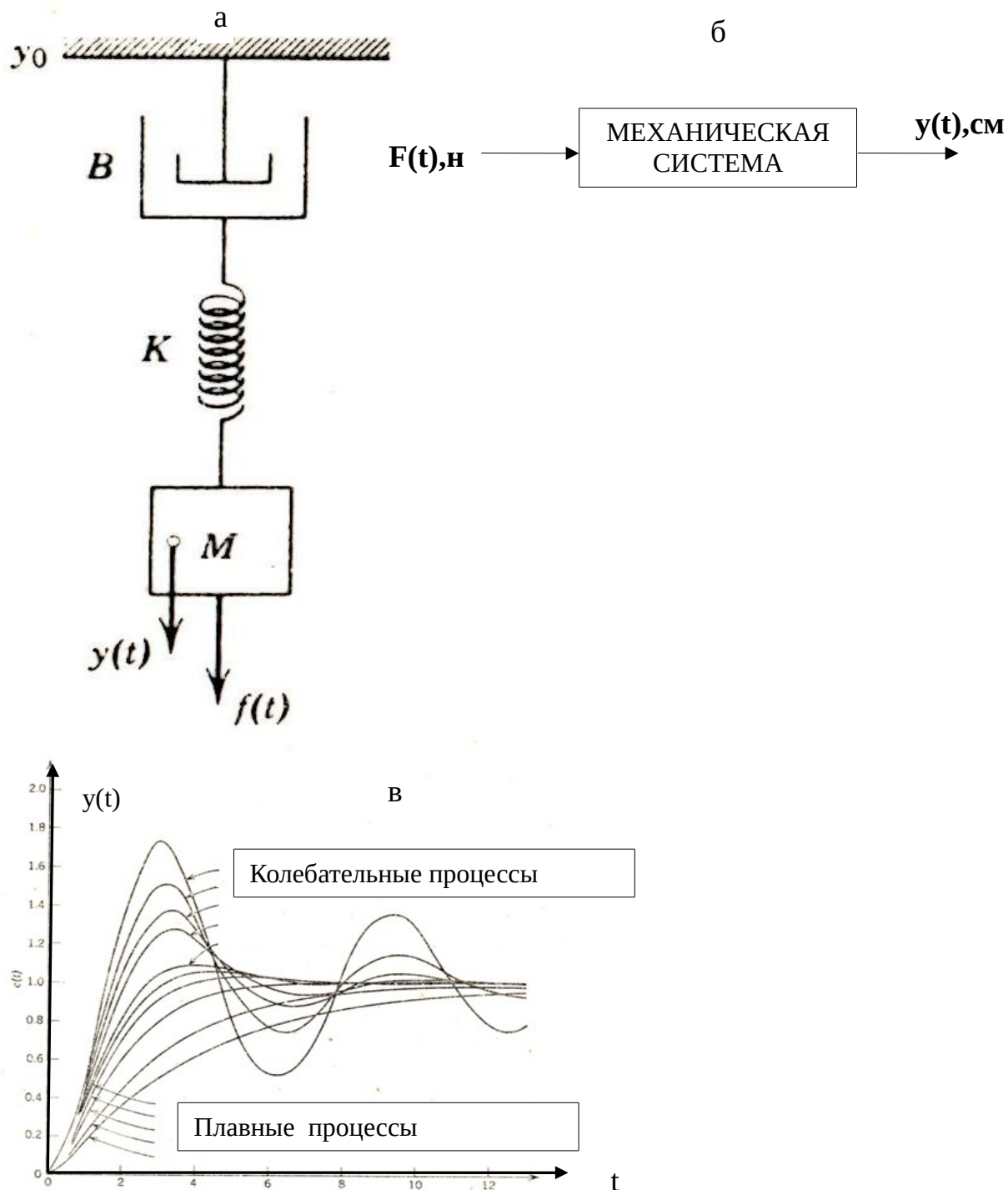


Рис.7.1. а) Система «масса-пружина-демпфер», б) блок- схема системы, в) процессы системы при разных параметрах M , K и C

Задача заключается в выборе таких значений K и C , при которых процесс взвешивания или процесс качания машины после наезда на преграду

заканчивается за минимально короткое время и происходит плавно, без колебаний. Если первое требование понятно, то второе вытекает из желания уменьшить износ механических частей весов или машины и таким образом повысить надежность их работы, а для машины - сделать езду комфортной.

При решении задачи экспериментальным путём необходимо было бы изготовить различные пружины, взять разные по вязкости жидкости для демпферов. Задача выбора элементов в этом случае заключалась бы в использовании метода проб и ошибок, т.е. в изучении протекания процесса взвешивания при различных сочетаниях параметров M , K и C .

Математический (аналитический) метод исследования и выбора данных параметров системы начинается с получения модели системы, т.е. с получения её уравнения. Поскольку исследованию подлежит перемещение массы M во времени, следовательно, в качестве параметра, характеризующего состояние рабочего процесса (взвешивания), следует взять перемещение $y(t)$. В качестве параметра состояния окружения принимаем силу F , действующую на систему. Таким образом, входным сигналом системы принимаем F (причина), а выходным – Y (следствие). В соответствии с этим представлением рисуем блок – схему системы (рис.7.1.б).

Перед получением уравнения перемещения массы примем основные допущения, которые позволят абстрагироваться от несущественных сторон процесса.

Движение системы происходит в диапазоне упругих деформаций пружины, когда справедлив закон Гука.

Сопротивлением воздуха движению массы M по сравнению с сопротивлением жидкости демпфера пренебрегаем.

Трением поршня демпфера о его стенки пренебрегаем.

Правильность принятых предложений может быть установлена при дальнейшем сравнении результатов аналитического решения с практическими данными, полученными на реально выполненной системе.

Если расхождение будет велико, то необходимо при проектировании выявить причину такого расхождения и учесть её при записи уравнения системы в дальнейших исследованиях.

Получим модель системы, пользуясь законом Ньютона (сила действия равна сумме сил противодействия). В результате будем иметь

$$F_{ин}(t) + F_{\partial}(t) + F_{пр}(t) = F(t) \quad (7.1)$$

Здесь $F_{ин}(t)$ – сила инерции массы M ; $F_{\partial}(t)$ – сила демпфирования; $F_{пр}(t)$ – сила сопротивления пружины.

Раскроем смысл слагаемых, пользуясь известными законами:

$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + K \frac{dy(t)}{dt} + Cy(t) = F(t) \quad (7.2)$$

M , K и C – коэффициенты уравнения (7.2), т.е. параметры системы, характеризующие её собственные свойства (экстенсивные характеристики системы). Решение дифференциального уравнения (7.2) ищем как сумму двух решений – частного решения неоднородного уравнения (7.2) с правой частью и общего решения (7.2) без правой части. При таком подходе реализуется метод представления сложного через составляющие его простые части. Первое решение определяется характером действующей (вынуждающей) силы (Y_B), а второе – собственными свойствами (параметрами) системы (Y_{Π}):

$$Y(t) = Y_B(t) + Y_{\Pi}(t). \quad (7.3)$$

Здесь $Y_B(t)$ – вынужденная, а $Y_{\Pi}(t)$ – переходная составляющая решения $Y(t)$.

В данном случае при $F(t) = F_0 = \text{const}$ решение $Y_B(t)$ представляется в виде $Y_B(t) = Y_F = \text{const}$. При постоянно действующей силе масса M с течением времени стремится к определенному положению Y_F , называемому установившимся значением Y . Для нахождения $Y_F = \text{const}$ подставим его в уравнение (7.2). Тогда получим

$$0 + 0 + CY_F = F_0,$$

откуда

$$Y_B(t) = Y_F = F_0 / C. \quad (7.4)$$

Для нахождения $Y_{\Pi}(t)$ воспользуемся характеристическим уравнением системы

$$Mp^2 + Kp + C = 0, \quad (7.5)$$

найдем его корни
$$P_{1,2} = \frac{-K \pm \sqrt{K^2 - 4MC}}{2M} \quad (7.6)$$

и запишем решения $Y_{\Pi}(t)$ для случаев различных корней:

$$Y_{\Pi}(t) = \begin{cases} C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} & \text{при } K^2 > 4MC \\ C e^{\alpha t} \sin(\beta t + \varphi) & \text{при } K^2 < 4MC, \text{ здесь } \alpha = -\frac{K}{2M}, \beta = \frac{\sqrt{K^2 - 4MC}}{2M} \\ (C_1 + C_2 t) e^{p_1 t} & \text{при } K^2 = 4MC, p_1 = p_2 = -\frac{K}{2M} \end{cases} \quad (7.7)$$

Здесь C_1, C_2, C и φ - постоянные, которые находятся из начальных условий. Величины α, β - соответственно вещественная и мнимая части комплексных корней.

Полезно заметить, что характер изменения $Y_{\Pi}(t)$ определяется корнями характеристического уравнения (откуда и название уравнения). Данные корни в свою очередь связаны с коэффициентами характеристического и исходного дифференциального уравнений M, K и C , в которых находят отражение собственные свойства системы. Так как проектирование весов сводится к выбору M, K и C , то для получения требуемого вида $Y(t)$ необходимо оперировать с $Y_{\Pi}(t)$.

Рассмотрим решение задачи качественно. Из уравнения (7.6) следует, что движение весов без колебаний можно получить при условии $K^2 > 4mc$ и $K^2 = 4mc$. Таким образом, если воспользоваться данными условиями при выборе M, K и C , задача будет существенно упрощена, так как число

возможных переборов уменьшится за счет исключения случаев, когда $K^2 < 4MC$.

Следующий этап заключается в количественном решении задачи. Для этого, подставляя в уравнение (7.5) различные значения M , K и C , путём, например, метода проб и ошибок, ищем такие их значения, при которых выполняются поставленные требования.

Рассмотрим другой пример RLC – цепи (рис.7.2). запишем уравнение динамики данной цепи (это уравнение можно получить на основе законов электротехники)

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} q(t) = U(t) \quad (7.8)$$

Здесь L , R и C – соответственно значения индуктивности, сопротивления и ёмкости; q – количество электричества, $U(t)$ – напряжение, подаваемое на цепь.

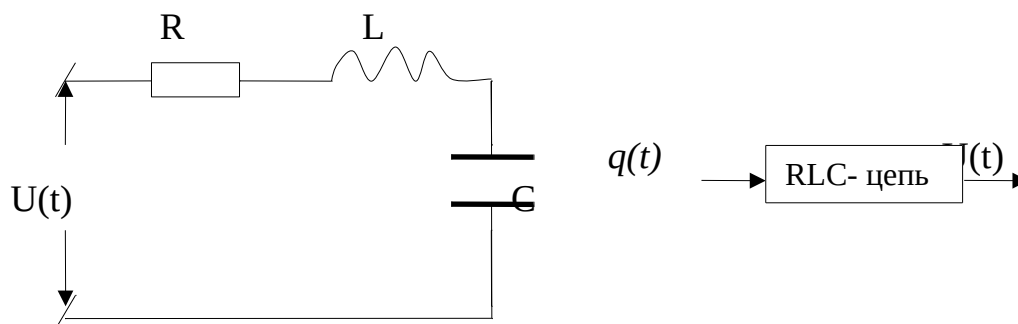


Рис.7.2. RLC – цепь

Как и в предыдущем случае, имеем дифференциальное уравнение второго порядка с коэффициентами – параметрами цепи R , L и C . Для решения как уравнения (7.2), так и для уравнения (7.8), пользуемся сведениями решения дифференциального уравнения вида (7.9)

$$a_0 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_2 x(t) = f(t), \quad (7.9)$$

которые известны из математики.

Так, по образованному выражению А.Пуанкаре, «математика проявляет себя как искусство называть одним и тем же именем разные вещи».

Какое же отношение имеет это свойство аналогии, находящее отражение в математике, для решения задач теории автоматического управления?

При автоматизации приходится иметь дело с различными по физической природе объектами и процессами (механическими, гидравлическими, пневматическими, электрическими и т.д.). Аналогичность характера количественных изменений параметров состояний этих процессов находит отражение в математическом описании – моделях таких процессов, что позволяет воспользоваться теорией решения дифференциальных уравнений. Вместе с тем результаты, полученные в процессе разработки какой-либо одной системы, могут быть перенесены и на другую по физической природе систему.

В дальнейшем, пользуясь методом аналогии, существенно упростим вопросы проектирования АСР, сведя исследование множества различных по физической природе систем к исследованию одной абстрактной АСР, математическая модель которой представляет собой уравнение, имеющее в общем случае вид

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = \\ = b_0 \frac{d^m g(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} g(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dg(t)}{dt} + b_m g(t) + \\ + c_0 \frac{d^k f(t)}{dt^k} + c_1 \frac{d^{k-1} f(t)}{dt^{k-1}} + \dots + c_{k-1} \frac{df(t)}{dt} + c_k f(t). \end{aligned} \quad (7.10)$$

Здесь $y(t)$, $f(t)$ и $g(t)$ – соответственно регулируемая величина, возмущающее и задающее воздействия;

$a_0, a_1, \dots, a_n$ – коэффициенты, характеризующие собственные свойства АСР;

$b_0, b_1, \dots, b_m; c_0, \dots, c_k$ – коэффициенты, связанные с воздействиями на систему.

Все результаты исследования данной модели по методу аналогии можно распространить на любую АСР, наполнив их конкретным физическим содержанием.

Таким образом, рассмотренный метод аналогии позволяет экономить мысль и время проектировщика систем, т.е. повысить производительность его труда.

Важно запомнить, что решение задач проектирования и расчета систем заключается в выборе элементов систем и их параметров, при которых достигается требуемое протекание процессов управления.

Выбор связан с выбором коэффициентов уравнений, описывающих процессы, а суждения о результатах такого выбора делаются на основе решения этих дифференциальных уравнений и получения решения в виде функции $y(t)$, которая в каждом конкретном случае представляет собой или температуру жидкости или обороты двигателя или любую другую физическую величину, подлежащую регулированию.

Вопросы для самоконтроля

1. Что понимается под методом аналогии?
2. Что даёт сознательное применение метода аналогии при исследовании АСР?
3. В чём заключается качественное и количественное исследование математических моделей АСР?

8. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ АСР

При проектировании АСР с использованием аналитических методов каждый из её элементов должен быть представлен в виде соответствующей

математической модели. Поскольку интерес представляют процессы управления, протекающие во времени, такие модели имеют вид дифференциальных уравнений, т.е. временных зависимостей выходных сигналов элементов от их входных сигналов. Такие зависимости могут быть получены как на основании эксперимента, так и путём использования основных физических законов. Заметим, что и сами законы физики были получены в своё время на основании большого числа опытов и размышлений над ними. Таким образом, когда имеется возможность воспользоваться готовыми результатами (известными физическими законами), это необходимо делать, поскольку тем самым сокращается время на исследование и экономятся средства на эксперименты. Это как раз тот случай, когда, как говорят, «не следует изобретать велосипед».

Рассмотрим аналитический метод получения модели на примере двигателя постоянного тока, когда управление осуществляется током якоря (рис.8.1). Примем, что гистерезис и скачки напряжения на щётках не оказывают существенного влияния на работу двигателя. При этом двигатель работает в режиме, близком к номинальному, т.е. вращает нагрузку с определенной постоянной скоростью.

Для того чтобы выделить основные входные и выходные сигналы, необходимо знать назначение двигателя в системе. Так, например, оттого, будет ли двигатель использоваться для вращения шпинделя станка с определённой скоростью или для поворота какой-либо платформы на требуемый угол, в качестве выходной величины следует принимать соответственно скорость вращения или угол поворота вала двигателя.

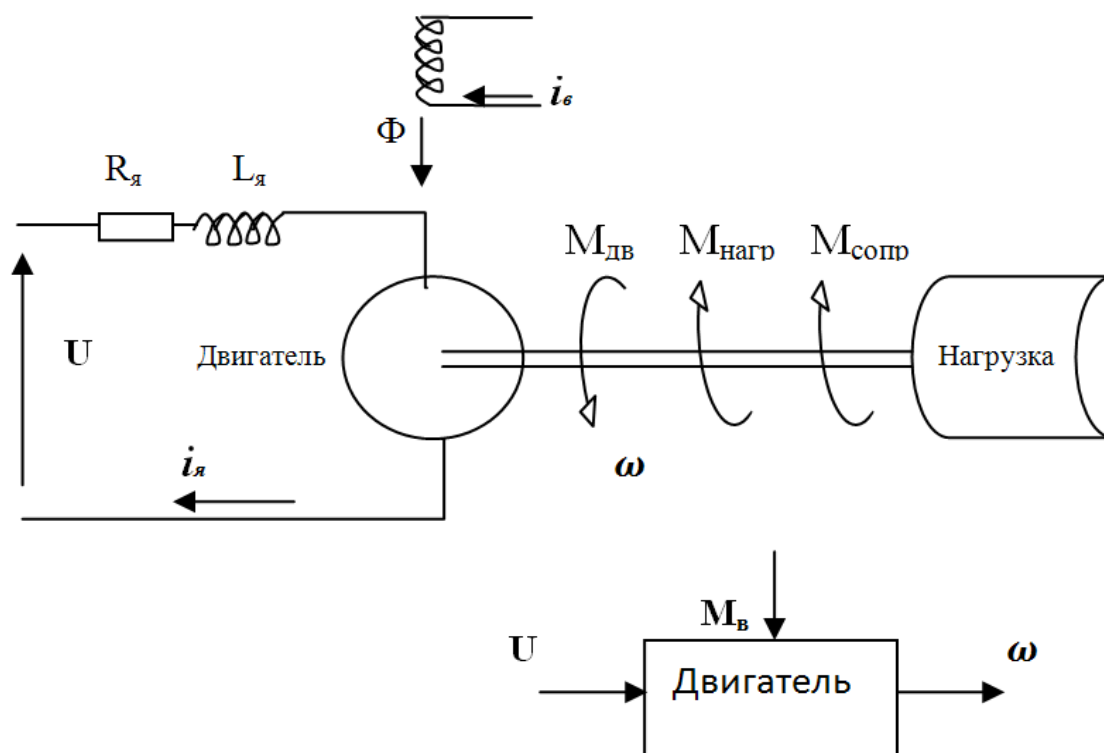


Рис.8.1. Двигатель постоянного тока

Рассмотрим двигатель, используемый для вращения шпинделя станка при обработке закреплённой в нём заготовки. По требованиям технологии обработки необходимо обеспечить определённую скорость вращения заготовки ω . В качестве управляющего входного сигнала в соответствии с рис.8.1 примем напряжение цепи якоря U , а в качестве возмущающего – момент сопротивления резанию M_B , поскольку он меняется по не зависящим от объекта регулирования причинам. Это изменение происходит или из-за износа резца, или из-за неравномерного снятия слоя металла с заготовки. Если принять колебания напряжения в сети как незначительные, возмущение по питанию можно не рассматривать.

Таким образом, уравнение, которое следует получить, должно представлять собой математическую зависимость
$$\omega = \omega(U, M_B)$$
.

Следует заметить, что, имея дело с необходимостью математического описания элементов систем, имеющих разную физическую природу, нет необходимости «изобретать велосипед». По каждому объекту следует

обращаться к соответствующей литературе, знакомясь с математическими описаниями реализуемых данных объектом физических процессов.

Такие описания получают на основе законов сохранения материи, энергии и частных наук, таких, например как электротехника, гидравлика и т.п.

В случаях, когда таких описаний не существует из-за сложности процессов, проводится так называемый «активный эксперимент», основанный на методе «черного ящика». При этом входной сигнал меняется ступенчато. Выходной сигнал элемента регистрируется и далее, на основании этих двух сигналов находится математическое описание зависимости выходного сигнала от входного.

Почему применяется эпитет «черный». Вспомним собаку академика И. П. Павлова. Входной сигнал – лампочка зажигается, выходной сигнал – слюна собаки. Что происходит в ее теле, мозгах – не описано математически («дело темное, черное»). Но реакция конкретна, что позволяет делать конкретные выводы о физиологии пищеварения, не проводя бесполезного препарирования мозга.

В данном случае имеем одну из не часто встречающихся возможностей воспользоваться сведениями из электротехники.

Магнитный поток двигателя Φ пропорционален току обмотки возбуждения $i_{\text{в}}$

$$\Phi = k_{\text{в}} i_{\text{в}}, \quad (8.1)$$

где $k_{\text{в}}$ – коэффициент пропорциональности.

Момент, развиваемый двигателем, равен

$$M_{\text{дв}} = k_1 \Phi i_{\text{я}} = k_1 k_{\text{в}} i_{\text{в}} i_{\text{я}}, \quad (8.2)$$

где $i_{\text{я}}$ – ток в цепи якоря, k_1 – коэффициент пропорциональности.

Поскольку при управлении током якоря $i_{\text{я}} = \text{const}$, запишем

$$M_{\text{дв}} = (k_1 k_{\text{в}} i_{\text{я}}) i_{\text{я}} = k_{\text{дв}} i_{\text{я}}. \quad (8.3)$$

Ток якоря связан с напряжением U зависимостью

$$U = R_{\text{я}} i_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt} + E, \quad (8.4)$$

где $R_{\text{я}}, L_{\text{я}}$ – соответственно сопротивление и индуктивность якорной цепи; E – противоЭДС, пропорциональная скорости двигателя:

$$E = k_{\partial} \omega. \quad (8.5)$$

Из условия равновесия моментов на валу запишем

$$M_{\partial \text{в}} - M_{\text{в}} = M_{\text{нагр}}. \quad (8.6)$$

Здесь момент нагрузки вращающегося инерционного тела находится как

$$M_{\text{нагр}} = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega, \quad (8.7)$$

где J – приведённый момент инерции двигателя; f – коэффициент, зависящий от толщины снимаемого слоя металла и скорости продольной подачи; $M_{\text{в}}$ – момент сопротивления резанию. Его изменение – возмущение для системы, вызванное неравномерностью диаметра обрабатываемой заготовки или износом резца.

Запишем систему уравнений, описывающих работу двигателя:

$$M_{\text{нагр}} = k_{\partial} i_{\text{я}} - M_{\text{в}}, \quad (8.8)$$

$$M_{\text{нагр}} = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega, \quad (8.9)$$

$$U = R_{\text{я}} i_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt} + k_{\partial} \omega. \quad (8.10)$$

Для получения зависимости скорости вращения от питающего напряжения и возмущающего момента сопротивления резанию $\omega = \omega(U, M_{\text{в}})$ необходимо

исключить промежуточные переменные $M_{\text{нагр}}, i_{\text{я}}$. Тогда будем иметь

$$R_{\text{я}} J \frac{d^2 \omega}{dt^2} + (R_{\text{я}} i_{\text{я}} + L_{\text{я}} f) \frac{d\omega}{dt} + (R_{\text{я}} f + k_{\partial} k_{\partial}) \omega = k_{\partial} U - L_{\text{я}} \frac{dM_{\text{в}}}{dt} - R_{\text{я}} M_{\text{в}}. \quad (8.11)$$

Полученное уравнение представляет собой линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Линейным оно получилось именно из-за того, что в качестве режима работы был рассмотрен режим вращения ротора с постоянной скоростью при её изменении в достаточно узких пределах. В этом случае, например, закон Ома, использованный в уравнении (8.10), имел бы вид: $U = R_{\text{я}} i_{\text{я}}$. В общем, это не верно, так как $R_{\text{я}}$ меняется и особенно сильно при больших токах, что не позволяет говорить о линейности закона Ома в широком диапазоне изменения тока. Таким образом, если бы математическая модель двигателя получилась для всех возможных режимов его работы, то такая модель представляла бы собой нелинейное дифференциальное уравнение.

Рассмотрим другой пример: бак, используемый для поддержания в нём уровня воды (рис.8.2). Это необходимо для создания и поддержания у потребителей постоянного напора воды.

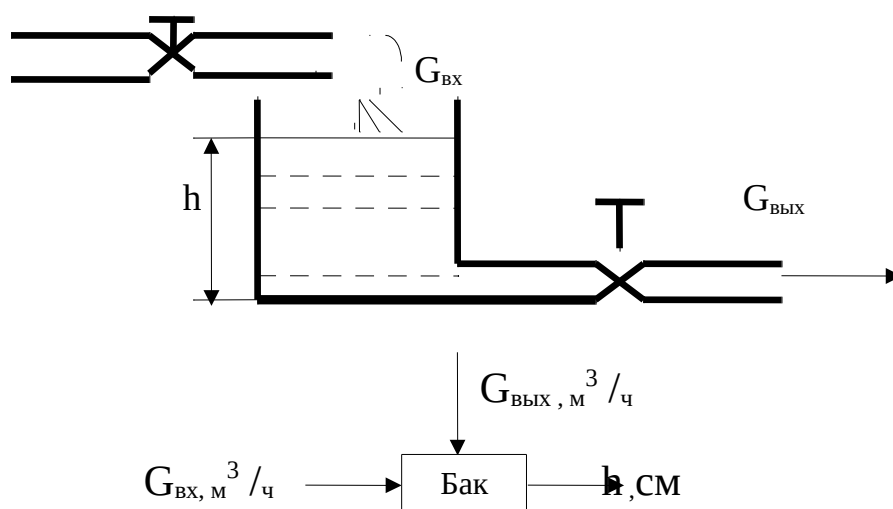


Рис.8.2. Бак для системы поддержания уровня воды

Поскольку интерес представляет уровень h воды в баке, то он и будет выходной величиной. Причины, приводящие к изменению h , – это изменения расхода воды на входе $G_{\text{вх}}$ и изменение расхода воды на выходе из бака $G_{\text{вых}}$ (следует заметить, что на блок схеме $G_{\text{вых}}$ - **входной** сигнал, не смотря на то,

что это расход воды на **выходе** из бака). Так как $G_{\text{вых}}$ – входной сигнал, изменяющийся по желанию потребителя, то он является возмущающим воздействием. Входной сигнал $G_{\text{вх}}$ может изменяться оператором или в АСР с помощью исполнительного механизма, и, таким образом, $G_{\text{вх}}$ представляет собой управляющее воздействие.

Для получения уравнения, связывающего h с $G_{\text{вх}}$ и $G_{\text{вых}}$, воспользуемся уравнением материального баланса.

$$\frac{dM}{dt} = G_{\text{вх}} - G_{\text{вых}}, \quad (8.12)$$

где M – количество воды в баке.

Так как $M = shp$, где s – площадь поперечного сечения бака ($s = \text{const}$), P – удельный вес воды, а по законам гидравлики

$$G_{\text{вых}} = k\sqrt{h}, \quad (8.13)$$

где k – коэффициент, учитывающий сужение, форму выходного отверстия и т.п., то с учётом уравнений (8.12) и (8.13) запишем

$$Sp \frac{dh(t)}{dt} = G_{\text{вх}}(t) - k\sqrt{h}.$$

Перенесем выходную величину h в левую часть уравнения, а входную – управляющий сигнал – расход воды на входе, в правую часть уравнения получим

$$Sp \frac{dh(t)}{dt} + k\sqrt{h} = G_{\text{вх}}(t) \quad (8.14)$$

Уравнение – нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка, решить которое аналитически невозможно.

Вопросы для самоконтроля

1. Зачем нужны математические модели элементов систем?
2. На основе чего могут быть получены математические модели элементов систем?

3. Как определяется какой из сигналов следует считать входным сигналом, а какой выходным сигналом элемента системы?

9. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ

При аналитическом получении моделей элементов в большинстве случаев приходится иметь дело с нелинейными дифференциальными уравнениями. Решать их можно численными методами с использованием вычислительных машин. Однако сами решения представляют собой лишь частные случаи, в то время как при решении линейных дифференциальных уравнений, пользуясь хорошо разработанной теорией, получаем аналитические решения, отражающие общность и обобщимость для всех возможных случаев. С помощью аналитических решений возможны, как уже указывалось, не только количественные, но и качественные исследования моделей. Из сказанного следует, что продуктивность труда исследователя можно было бы существенно повысить, если бы удалось заменить с достаточной для практики точностью нелинейные уравнения соответствующими линейными уравнениями. Процесс такой замены носит название линеаризации.

Когда линеаризация возможна? Это далеко не праздный вопрос. Ведь если при замене нелинейного уравнения полученное линейное уравнение будет существенно отличаться от исходного нелинейного, ценность дальнейших исследований может быть сведена к нулю.

Рассмотрим в качестве примера маятник, показанный на рис.9.1. Уравнение момента для рассматриваемого маятника будет

$$M = mgl \sin \theta, \quad (9.1)$$

где m – масса; g – ускорение свободного падения; ℓ – длина маятника, θ – угол отклонения от равновесного состояния, при котором $\theta = 0$.

Нелинейная зависимость $M = M(\varphi)$ показана на рис.9.1,б.

Предположим, что рассматривается не абстрактный маятник, а маятник настенных часов. В этом случае можно говорить о том, что рабочий диапазон изменения угла θ приблизительно составляет $[-15^\circ, +15^\circ]$. Как следует из рис.9.1,б, на данном диапазоне нелинейная в целом зависимость $M = M(\theta)$ может быть рассмотрена как линейная в окрестности так называемой рабочей точки $\theta = 0$, $M = 0$.

При этом уравнение (9.1) можно свести к виду

$$M \approx mg\ell\theta \approx k \theta, \quad \text{где } k = mg\ell. \quad (9.2)$$

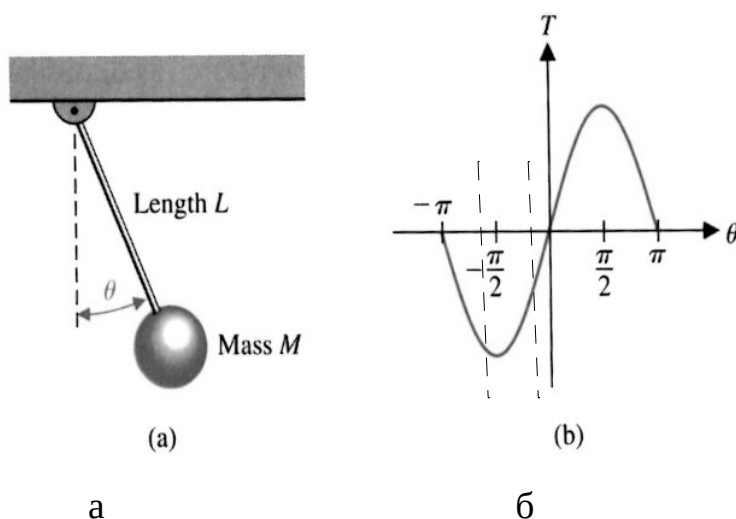


Рис.9.1. Маятник

Таким образом, учёт конкретных условий работы исследуемого объекта является основой для начала линеаризации.

Различают *графическую* и *аналитическую* линеаризацию. Первая используется чаще тогда, когда на основании проведённых экспериментов получены графические зависимости интересующих величин. Так, например, пусть имеется полученная таким образом графическая зависимость для клапана (рис.9.2).

Пусть известно, что в среднем в процессе работы клапана $y = y_0 = 60\%$, а диапазон изменения y равен $[50\%, 70\%]$, рабочая точка А $[60\%, 3 \text{ м}^3/\text{ч}]$. Графическая линеаризация заключается в замене кривой касательной, проведённой к данной кривой в рабочей точке А (рис.9.2). Как видно из примера, наибольшая погрешность при такой замене возникает на границах рабочего интервала.

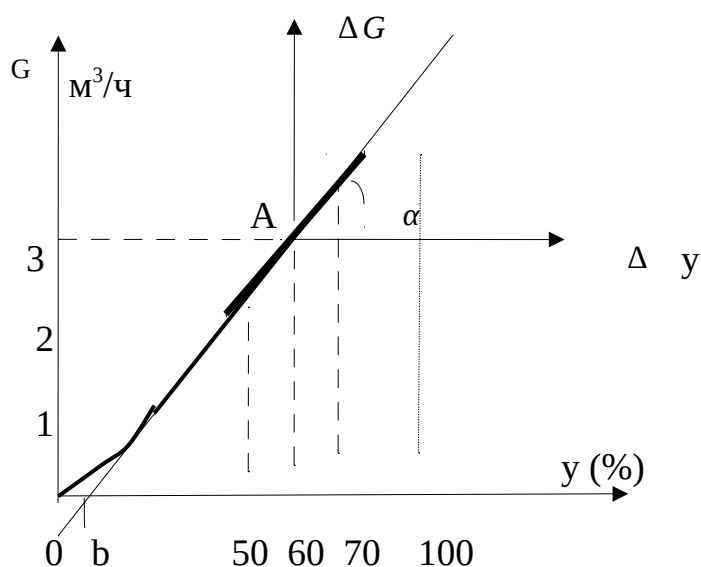


Рис. 9.2. Характеристика клапана

Здесь G – расход жидкости, $\text{м}^3/\text{ч}$, а y – степень открытия клапана, %

Математическое уравнение прямой, не проходящей через начало координат, будет иметь вид

$$G = ky + b,$$

(9.3)

где $k = \operatorname{tg} \alpha$, α и b указаны на рис.9.2.

Рассмотрим задачу несколько по-иному. Примем точку А за начало отсчёта, поскольку при работе клапана именно относительно неё происходит изменение y и G . При таком рассмотрении целесообразно ввести и новую систему координат с началом в точке А.

В новой система координат по оси абсцисс будет откладываться величина $\Delta y = y - y_0$, а по оси ординат - $\Delta G = G - G_0$, т.е. отклонения величин y и G относительно их номинальных значений y_0 и G_0 соответственно.

В новой системе координат уравнение касательной в отклонениях запишется как

$$\Delta G = k \Delta y, \quad (9.4)$$

Итак, имеем возможность получать уравнение касательной в двух видах: (9.3) и (9.4). Какой из них предпочесть с точки зрения удобства для исследования? Чтобы ответить на него решим насколько изменится расход, если степень открытия клапана изменится относительно y_0 на 5 %, на 10 % и т.п? Найти ответ проще во втором случае (9.4). Причем, определив ΔG , например, при $\Delta y = 5 \%$, величину ΔG , при $\Delta y = 10 \%$ находим простым умножением предыдущего результата на 2. Это свойство линейных пропорциональных уравнений носит название гомогенности (однородности). Оно позволяет инженеру быстро "прикинуть", к каким изменениям на выходе приведут те или иные изменения входного сигнала, что само по себе является одной из задач исследования.

Вместе с тем полезным оказывается еще одно свойство линейных пропорциональных уравнений – свойство суперпозиции или наложения.

Так, в случае сложного входного сигнала он может быть представлен суммой более простых в описании сигналов. Определив выходные сигналы на каждый из простых сигналов останется только просуммировать выходные сигналы и получить решение – выходной сигнал как реакцию на сложный входной сигнал.

С математической точки зрения это выглядит следующим образом

$$y=kx. \quad (9.5)$$

$$\text{Пусть} \quad x = x_1 + x_2 + \dots + x_n, \quad (9.6)$$

тогда

$$y = k (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = k x_1 + k x_2 + \dots + k x_n = y_1 + y_2 + \dots + y_n \quad (9.7)$$

Учитывая сказанное, в дальнейшем уравнения звеньев будем получать в отклонениях сигналов от их номинальных значений и в форме не просто линейной, а именно линейной пропорциональной.

Отметим одно из важных обоснований возможности линеаризации моделей элементов АСР. Оно заключается в том, что в силу специфики работы АСР как регулируемая величина, так и другие величины, характеризующие состояние системы, меняются в силу специфики работы систем в достаточно малых пределах: колебания регулируемой величины не допускаются более заданной величины ошибки регулирования т.д. Наряду с графическим, существует аналитический метод линеаризации, основанный на использовании разложения функций в ряд Тейлора. Аналитическая линеаризация проводится в том случае, когда имеется математическая модель (нелинейная) исследуемого звена.

В качестве примера рассмотрим следующую модель звена: $Y = ax^2$
Номинальные значения величин известны: $Y = Y_0$ и $x = x_0$.

Разложим исходную зависимость в окрестности рабочей точки в ряд Тейлора:

$$Y(x) = Y(x_0) + \left. \frac{1}{2!} \left(\frac{dy}{dx^2} \right) \right|_{x_0} \Delta x^2 + \dots \quad (9.8)$$

При малых отклонениях Δx пренебрегаем всеми членами разложения, начиная с третьего (при малом Δx , например, равном 0.1, Δx^2 будет равно 0,01, что с практической точки зрения существенно меньше). Тогда, переписывая уравнение (9.8), получим:

$$Y(x) \approx Y(x_0) + \frac{1}{2!} \left(\frac{dy}{dx} \right) \bigg|_{x_0} \Delta x \quad (9.9)$$

Так как $\left(\frac{dy}{dx} \right) \bigg|_{x_0} = 2ax_0$, можно записать

$$\Delta Y = 2a x_0 \Delta x = k \Delta x \quad (9.10)$$

Полученное линейное пропорциональное уравнение в отклонениях представляет собой модель элемента при изменениях x и y вблизи рабочей точки с координатами (x_0, y_0) . Как следует из уравнения (9.9), от выбора значения x_0 зависит величина коэффициента пропорциональности k и, следовательно, близость линейной модели к исходной нелинейной.

Пользуясь полученными моделями при расчетах систем, следует понимать, что результаты расчетов будут отличаться от реальности. Для этого необходимо сравнить расчетные данные с полученными данными работающей системы.

Если расхождения будут велики, следует вернуться к оценке правильности проведенной линеаризации.

Внимание. Поскольку процесс линеаризации зависимостей обязателен и его результат получается всегда в отклонениях величин от их номинальных значений, в дальнейшем для экономии чернил и времени знак Δ в уравнениях опускается.

Помнить о том, что дело приходится иметь с отклонениями от рабочих значений, а не с самими величинами - нужно постоянно.

10. МОДЕЛИ СИГНАЛОВ

Модели элементов и систем - это математическое описание связи входных и выходных сигналов. Процесс исследования работы элементов и систем с использованием их математических моделей носит название

моделирования. Моделирование можно проводить, пользуясь ручкой или компьютером. С компьютером, имея специализированные пакеты прикладных программ для расчета систем, проводить расчеты целесообразнее: выше производительность труда проектировщика, возможность быстрого перебора многих вариантов решения задачи проектирования систем, нулевая вероятность ошибок в расчетах и т.п.

Однако в любом случае следует понимать основные вещи. Расчет систем сводится к выбору элементов систем, их параметров, при которых системы будут справляться со стоящими перед ними задачами.

Подбирая параметры (коэффициенты уравнений) о результатах выбора можно делать выводы, имея картину изменения регулируемой величины во времени.

Обычно это графики изменения регулируемой величины во времени.

Для того, чтобы получить подобные результаты, необходимо определиться с входными сигналами. Так, для систем, различных по назначению, требуется рассматривать различные виды задающего воздействия. А моделируя работу систем при возмущениях, необходимо иметь представление о реальных возмущающих воздействиях, их характере и величинах.

Рассмотрим:

Во-первых, поведение любого объекта во времени зависит от действующего на него воздействия, от состояния самого объекта в момент начала действия воздействия и от собственных свойств.

Так, например, полет мяча будет зависеть от характера и силы удара по нему, от того, стоял или подлетал мяч к моменту удара (это, так называемые, начальные условия) и от его параметров (размера, веса).

Вычленив в последующем после удара полете мяча, что в этом полете обусловлено воздействием, что зависит от начальных условий, а что от собственных свойств не представляется возможным.

Однако узнать для одинаковых по форме, но разных по массе мячей о данной разнице можно по их полету. Начать нужно с того, чтобы оба находились в покое и ударить с одинаковой силой. Разница траекторий скажет о разнице свойств мячей, кто тяжелее.

То же касается и исследований свойств элементов и систем.

Так как основной целью расчетов является выбор параметров элементов, это вынуждает ограничить причины различного поведения объектов.

Первое из ограничений – это принятие начальных условий нулевыми.

Второе – один и тот же вид сигнала при исследовании элементов и систем.

Такие ограничения приводят к тому, что, сравнивая элементы систем, появляется возможность оценить разницу их свойств по реакциям на один и тот же входной сигнал при одних и тех же начальных условиях. Вместе с тем, подбирая элементы систем и их параметры, по полученным в результате моделирования картинам изменения регулируемой величины, можно делать вывод о пользе или нежелательности сделанных изменений.

Вторая проблема связана с необходимостью проводить расчеты с данными, соответствующими реальным условиям работы систем. Это значит, что на определенном этапе расчетов необходимо исследовать работу системы при реальных входных сигналах. Для этого нужно или иметь сведения о таких сигналах, либо, если это невозможно, приблизительно «прикинуть» какими они могут быть.

Последнее, что следует заметить, сигналы должны быть достаточно просты в математическом описании, чтобы не усложнять неоправданно расчеты.

Выигрыш от введения стандартных сигналов, называемых в дальнейшем «типовыми», несомненен.

Он позволяет

- Классифицировать элементы систем по их динамическим свойствам
- Связать эти свойства с свойствами систем
- Провести стандартизацию характеристик звеньев
- Стандартизировать оценку качества работы систем и т. п.

К таким так называемым типовым воздействиям относятся (рис. 10.1)

- Единичное ступенчатое воздействие
- Дельта - функция
- Линейно меняющийся во времени сигнал
- Сигнал, меняющийся по параболическому закону.

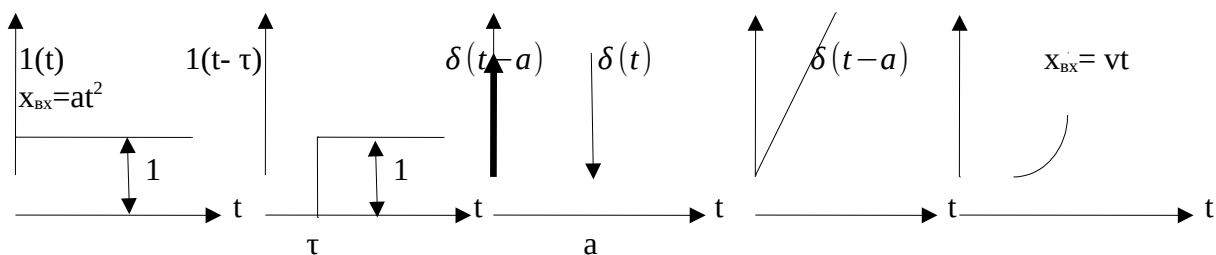


Рис.10.1. Типовые воздействия

Единичное ступенчатая функция (единичное ступенчатое воздействие) обладает следующими свойствами: ее вид – ступенька, а величина ступеньки равна единице (рис. 10.1):

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ 1 & \text{при } t \geq 0 \end{cases} \quad 1(t-\tau) = \begin{cases} 0 & \text{при } (t-\tau) < 0 \\ 1 & \text{при } (t-\tau) \geq 0 \end{cases} \quad (10.1)$$

Дельта- функция Дирака

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \neq 0 \\ \infty & \text{при } t = 0 \end{cases} \quad \delta(t-a) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \neq a \\ \infty & \text{при } t = a \end{cases} \quad (10.2)$$

Реализовать на практике сигнал равный бесконечности невозможно (как и многое в математике). Стоит отметить, что сам Дирак не вполне понимал

суть придуманной им функции. Но дальнейшее ее использование в расчетах, в написании формул показало, что польза от ее применения реальна. Одно из ее свойств можно трактовать как реальное: площадь под данной функцией равна 1. Так как площадь ассоциируется с понятием энергии можно сказать, что «энергия», заключенная в этой функции конечна.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1. (10.3)$$

Вместе с тем данная функция позволяет выделять в любой другой функции ее значение в конкретный момент времени

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t-a) dt = x(a), (10.4)$$

что позволяет корректно записывать некоторые математические выражения.

Например, $x(t) = \sin \omega t$.

$$\text{Для нее } \int_{-\infty}^{\infty} \sin \omega t \delta(t-a) dt = \sin \omega a (10.5)$$

налицо и сама функция и ее значение в конкретный момент времени.

К другим типовым сигналам относят

линейную функцию

$$x_{\text{вх}} = vt (10.6)$$

и параболическую функцию

$$x_{\text{вх}} = at^2 (10.7)$$

Несмотря на простоту рассмотренных функций, их можно использовать для решения сложных задач, рассматривая сложные по характеру сигналы как сумму типовых сигналов.

Рассмотрим пример. Бак, из которого снабжается водой поселок. Для обеспечения постоянного напора воды потребителю необходимо поддерживать постоянное значение уровня воды в баке.

Решая задачу проектирования системы регулирования уровня воды в баке, необходимо оценить, будет ли система должным образом поддерживать уровень воды при действии возмущений.

В качестве одного из возмущающих воздействий рассмотрим изменение расхода воды потребителем, которое влияет на уровень воды в баке. Информацию о расходе можно получить, используя расходомер.

Пусть, фиксируя данный расход за сутки, получили его график рис.10.2.

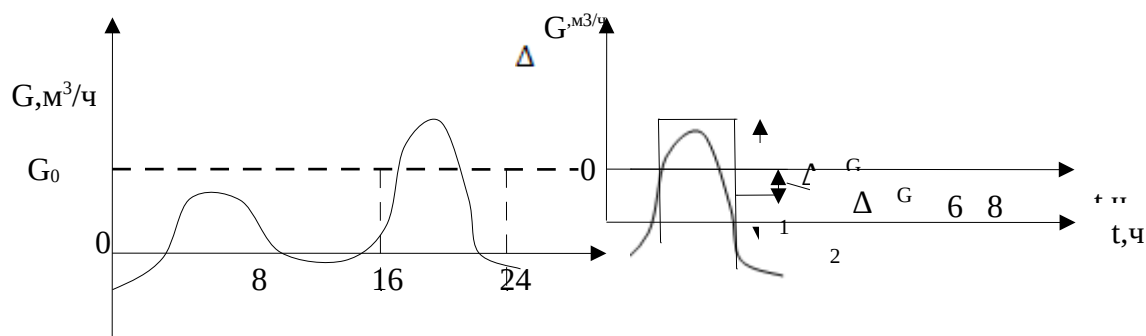


Рис.10.2. График изменения расхода воды из бака

График по одному дню вряд ли показателен. В будни будет фиксироваться одно, в выходные – другое изменение расхода. Весной и летом также будут отличия.

Из математики известно, что любая кривая может быть описана с различной степенью точности полиномом n -го порядка. Так полином 10-го порядка даст совпадение описания кривой в 10-ти точках. В промежутках совпадения не будет. Но, если оставить вопросы точности описания в стороне, сложность выражения повлечет и сложность расчетов.

Так ли потребно описывать весь график? Из приведенного графика можно сделать важный вывод о том, когда системе сложнее решить задачу поддержания требуемого значения уровня воды. Это временной интервал от 16 до 24 часов, поскольку на данном участке большие изменения в расходе воды будут приводить к необходимости приложения больших усилий и большей оперативности системы по удержанию требуемого значения уровня воды. Далее можно сделать вывод о том, что если проектируемая система на этом интервале справится с задачами, то на менее сложных участках она тем более справится. Данные рассуждения позволяют упростить задачу

получения математической модели, математического описания изменения расхода воды.

Следующий шаг – описать сложный сигнал через типовые сигналы, т.е. представить сложный сигнал в виде суммы простейших типовых сигналов, например, в виде ступенчатых функций

$$\Delta G_{\text{вых}}(t) = \Delta G_1 1(t) - (\Delta G_1 + \Delta G_2) 1(t-5) + \Delta G_2 1(t-7) \quad (10.8)$$

В этом случае нахождение выходного сигнала (уровня воды) осуществляется с использованием принципов суперпозиции и гомогенности:

вычислив $h(t)$ при $\Delta G_{\text{вых}}(t) = 1(t)$, находятся

$$h_1(t) = \Delta G_1 h(t),$$

$$h_2(t-5) = -(\Delta G_1 + \Delta G_2) h(t-5),$$

$$h_3(t-7) = \Delta G_2 h(t-7)$$

и затем, суммируя, находится изменение уровня

$$h_{\text{сумма}}(t) = h_1(t) + h_2(t-5) + h_3(t-7).$$

Достоинством ступенчатой функции является не только простота проводимых с ее помощью расчетов и их малая трудоемкость, но и простота ее реализации на действующих объектах. Так расход $\Delta G_{\text{вых}}(t)$ можно изменить скачком, приоткрыв заслонку на выходе из бака. Полученное изменение уровня можно сравнить с изменением уровня, рассчитанное на основании математической модели и сделать выводы о точности математического описания.

Остановимся далее на случае, когда реально выполненного элемента не существует, а даны лишь основные характеристики. Так, для бака можно представить, например, лишь максимально возможное значение $\Delta G_{\text{выхmax}}$.

Какую модель входного сигнала $\Delta G_{\text{вых}}(t)$ взять в этом случае? Одним из

возможных ответов будет следующий: $\Delta G_{\text{вых}}(t) = \Delta G_{\text{выхmax}} 1(t)$. Такое изменение расхода воды в действительности маловероятно и соответствовало бы для

АСР одному из наиболее тяжёлых режимов её работы: удержанию уровня воды при резком изменении расхода. Тем не менее, если при проектировании системы удастся обеспечить требуемое качество её функционирования, это гарантирует удовлетворительную работу системы при менее тяжёлых воздействиях.

Наряду с рассмотренными типовыми сигналами для расчёта систем используют также гармонический сигнал $X(t) = A \sin \omega t$. Его применение связано с методом Фурье, согласно которому любая функция $f(t)$ может быть представлена как совокупность простейших гармонических составляющих:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (10.9)$$

$$\text{где } e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t, \quad (10.10)$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (10.11)$$

Для линейных АСР задача определения их реакции на $f(t)$ сводится, по сути, к суммированию реакций на простейшие гармонические составляющие $f(t)$. Методы анализа систем, основанные на таком представлении сигналов, носят название частотных методов. Несколько иной подход заключается в исследовании АСР на так называемое синусоидальное воздействие. Смысл его состоит в следующем.

Пусть известны максимально возможная скорость $\dot{X}_{\max}$ и ускорение $\ddot{X}_{\max}$ входного сигнала $X(t)$.

Сформируем такой гармонический сигнал $X_y(t) = A_y \sin \omega_y t$, который имел бы

$$\dot{X}_y = \dot{X}_{\max} \text{ и } \ddot{X}_y = \ddot{X}_{\max}.$$

Итак, пусть

$$X_y(t) = A_y \sin \omega_y t \quad (10.12)$$

Продифференцируем $X_y(t)$ дважды:

$$\dot{X}_3(t) = A_3 \omega_3 \sin \omega_3 t, \quad (10.13)$$

$$\ddot{X}_3(t) = -A_3 \omega_3^2 \cos \omega_3 t. \quad (10.14)$$

Приравняем

$$A_3 \omega_3 = \dot{X}_{\max}, \quad (10.15)$$

$$A_3 \omega_3^2 = \ddot{X}_{\max}; \quad (10.16)$$

из уравнений (10.15) и (10.16) получим

$$A_3 = \frac{\dot{X}_{\max}^2}{\ddot{X}_{\max}} \text{ и } \omega_3 = \frac{\ddot{X}_{\max}}{\dot{X}_{\max}}. \quad (10.17)$$

Как следует из метода получения эквивалентного гармонического сигнала $X_3(t)$, он представляет собой наиболее сложное воздействие. Если удаётся рассчитать систему, удовлетворяющую требованиям к качеству её работы при $X_3(t)$, то, очевидно, что при воздействиях менее сложных её функционирование будет удовлетворительным.

11. ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА В ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Исследование АСР с помощью их математических моделей заключается в решении дифференциальных уравнений и анализе получаемых результатов. Процесс решения уравнений можно существенно упростить, если воспользоваться преобразованием Лапласа. Оно позволяет свести процесс решения дифференциального уравнения к решению алгебраического уравнения и к использованию вместо ряда операций стандартных таблиц. Применение преобразования Лапласа аналогично логарифмированию.

Так, если необходимо возвести число a в какую-либо степень n , то отыскание результата $x = a^n$ с помощью логарифмирования включает известные шаги:

$$n\lg a = \lg x, \quad (11.1)$$

$$x = \lg^{-1}(n\lg a), \quad (11.2)$$

которые выполняются с помощью таблиц логарифмов.

Таким образом сложная операция возведения в степень сводится к более простой – умножению, а при умножении «больших» (астрономических) цифр – к сложению их логарифмов, что существенно снижает риск ошибиться.

Сегодня при использовании вычислительной техники в расчетах вероятность ошибки сведена к нулю, но идея преобразований остается востребованной.

Так, в преобразовании Лапласа производится операция перехода от функций времени $f(t)$ (оригиналов) к функциям $F(p)$ (изображениям) комплексной переменной p по формуле

$$L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt, \quad (11.3)$$

где $L = \int_0^{\infty} e^{-pt} dt$ – символ прямого преобразования.

Данный переход выполняется на практике с помощью табл. 11.1. После определения неизвестного в пространстве изображений осуществляют с помощью табл.11.1 обратное преобразование и получают искомый результат. Символически обратное преобразование записывается следующим образом:

$$L^{-1}[F(p)] = \int_0^{\infty} F(p)e^{pt} dp = f(t). \quad (11.4)$$

Преобразование Лапласа относится к линейным преобразованиям и имеет следующие свойства:

$$L[f_1(t) + f_2(t) + \dots + f_n(t)] = F_1(p) + F_2(p) + \dots + F_n(p), \quad (11.5)$$

$$L[A * f(t)] = A * F(p), \quad (11.6)$$

$$L[f(t - \tau)] = e^{-p\tau} F(p), \quad (11.7)$$

$$L^{-1}[F_1(p)F_2(p)] = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau. \quad (11.8)$$

Рассмотрим на примере использование преобразования Лапласа. Пусть имеем дифференциальное уравнение, описывающее процессы в RC-цепи, показанной на рис. 11.1, а.

Получим уравнение цепи

$$iR + U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}}, \quad (11.9)$$

$$i = C \frac{dU_{\text{вых}}}{dt}, \quad (11.10)$$

$$RC \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} + U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \quad (11.11)$$

$$T \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} + U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}}, \quad (11.12)$$

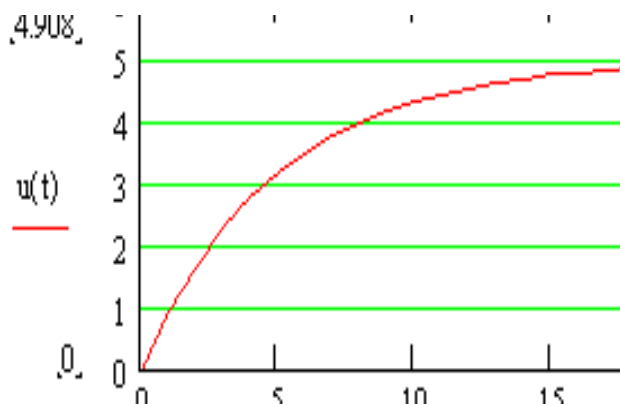
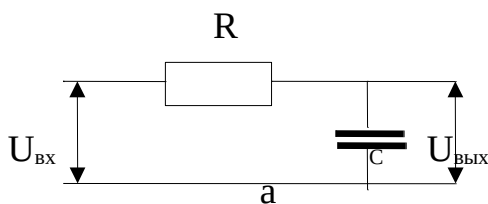
где $T = RC$, R – сопротивление, C – ёмкость, $U_{\text{вх}}$ и $U_{\text{вых}}$ – соответственно входное и выходное напряжение цепи.

Найти изменение $U_{\text{вых}}(t)$ при $U_{\text{вх}}(t) = U_{\text{вх}0} 1(t)$ и начальном условии $U_{\text{вых}}(0) = 0$.

Используя преобразование Лапласа, получим:

$$L\left[\frac{dU_{\text{вых}}}{dt}\right] = T(pU_{\text{вых}}(p) - U_{\text{вых}}(0)) \quad (11.13)$$

$$L[U_{\text{вых}}(t)] = U_{\text{вых}}(p), \quad (11.14)$$



$$L[U_{\text{вх}}(t)] = L[U_{\text{вх}0} 1(t)] = U_{\text{вх}0} L[1(t)] = U_{\text{вх}0} \frac{1}{p}, \quad (11.15)$$

$$Tp U_{\text{вых}}(p) + U_{\text{вых}}(p) = (Tp + 1) U_{\text{вых}}(p) = \frac{U_{\text{вх}0}}{p}. \quad (11.16)$$

Отсюда находим изображение неизвестной функции:

$$U_{\text{вых}}(p) = \frac{U_{\text{вх}0}}{p(Tp + 1)}. \quad (11.17)$$

Определим $U_{\text{вых}}(t)$ с помощью обратного преобразования

$$L^{-1}[U_{\text{вых}}(p)] = L^{-1}\left[\frac{U_{\text{вх}0}}{p(Tp + 1)}\right] = U_{\text{вх}0} L^{-1}\left[\frac{1}{p(Tp + 1)}\right]. \quad (11.18)$$

В табл. 11.1 имеем $F(p) = \frac{a}{p(p+a)}$. Приведём выражение $\frac{1}{p(Tp+1)}$ к табличному виду, разделив числитель на Т. Тогда получим:

$$L^{-1}[U_{\text{вых}}(p)] = U_{\text{вх}0} L^{-1}\left[\frac{1/T}{p(p + 1/T)}\right] = U_{\text{вх}0} \left(1 - e^{-\frac{1}{T}t}\right) \quad (11.19)$$

График $U_{\text{вых}}(t)$ для $U_{\text{вх}0} = 5$ и $T = 5$ представлен на рис.11.1,б.

Рассмотрим возможности применения при расчётах теоремы Лапласа о начальном и конечном значениях функции. Математическая запись их соответственно будет:

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} pF(p) \quad (11.20)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p) \quad (11.21)$$

Пользуясь данными теоремами, можно существенно сократить количество математических расчётов без отыскания выражения самой функции, если необходимо найти лишь значение искомой функции в начальный или конечный моменты времени.

Так, например, в случае RC-цепи значение $U_{\text{вых}}(t)$ по окончании в ней процессов можно найти с использованием выражения (11.19):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} U_{\text{вых}}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} U_{\text{вх}0} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) = U_{\text{вх}0}, \quad (11.22)$$

проделав предварительно все операции с применением преобразования Лапласа.

Однако ту же задачу с использованием предельной теоремы Лапласа о конечном значении можно решить быстрее, с большей возможностью не совершить ошибок при нахождении результата

$$\lim_{t \rightarrow \infty} U_{\text{вых}}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p U_{\text{вых}}(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p U_{\text{вх}0}}{p(Tp+1)} = U_{\text{вх}0} \quad (11.23)$$

При использовании обратного преобразования Лапласа возможны случаи, когда в таблицах нет требуемых функций. Тогда необходимо представить исходную функцию как совокупность простейших, имеющих в таблице 11.1.

Рассмотрим пример.

Имеем

$$U_{\text{вых}}(p) = \frac{U_{\text{вх}0}}{p(Tp+1)} \quad (11.24)$$

Разложим это выражение на простейшие:

$$\frac{U_{\text{вх}0}}{p(Tp+1)} = \frac{C_1}{p} + \frac{C_2}{Tp+1} \quad (11.25)$$

Этот метод носит название метода неопределённых коэффициентов. Коэффициенты C_1 и C_2 неизвестны. Найдём их значения, при которых правая часть выражения будет равна левой. Приводя правую часть уравнения (11.25) к общему знаменателю, получим, что равенство справедливо, когда равны и числители и знаменатели в левой и правой частях. Отсюда следует, что

$$U_{\text{вх}0} = C_1(Tp+1) + C_2p \quad (11.26)$$

Преобразование Лапласа Таблица 11.1.

$F(p)$	$f(t)$
$e^{-\kappa T p}$	$\delta(t - \kappa T)$
1	$\delta(t)$
$1/p$	$1(t)$
$1/p^2$	t
$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}
$\frac{1/(p+a)^2}{a}$	$t e^{-at}$
$\frac{p(p+a)}{a}$	$1 - e^{-at}$
$\frac{p^2(p+a)}{\omega_0}$	$t - \frac{1 - e^{-at}}{a}$
$\frac{p^2 + \omega_0^2}{p^2 + \omega_0^2}$	$\sin \omega_0 t$
$\frac{p}{p^2 + \omega_0^2}$	$\cos \omega_0 t$
$\frac{\omega_0^2}{p(p^2 + \omega_0^2)}$	$1 - \cos \omega_0 t$
$\frac{b-a}{(p+a)(p+b)}$	$e^{-at} - e^{-bt}$
$\frac{ab}{p(p+a)(p+b)}$	$1 + \frac{b}{a+b} e^{-at} - \frac{a}{a-b} e^{-bt}$

Приравнивая члены при одинаковых степенях p в левой и правой частях (11.26), получим:

$$\begin{cases} C_1 T + C_2 = 0 \\ C_1 = U_{\text{вх}0} \end{cases} \quad (11.27)$$

откуда $C_1 = U_{\text{вх}0}$ и $C_2 = -U_{\text{вх}0} T$.

С учётом найденных значений перепишем уравнение (11.25)

$$U_{\text{вых}}(p) = \frac{U_{\text{вх}0}}{p} - \frac{U_{\text{вх}0} T}{Tp+1} = U_{\text{вх}0} \left(\frac{1}{p} - \frac{T}{Tp+1} \right). \quad (11.28) \quad \text{Найдём искомую}$$

функцию, пользуясь таблицей Лапласа для каждого из слагаемых

$$U_{\text{вых}}(t) = U_{\text{вх}0} \quad L^{-1} \left[\frac{1}{p} - \frac{T}{Tp+1} \right] = U_{\text{вх}0} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right). \quad (11.29)$$

12. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ

При рассмотрении динамических процессов необходимо всегда выбирать отправную точку исследования, что делается при линеаризации уравнений. Процессы изменения состояния АСР и её элементов изучаются относительно номинальных, установившихся режимов их работы. Таким режимам соответствуют отклонения параметров состояния от их номинальных значений, равные нулю.

При решении уравнений элементов и систем это обстоятельство находит отражение в начальных условиях, которые принимаются равными нулю. Применяя преобразование Лапласа к уравнениям АСР или её элементов, которые в общем случае имеют вид

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m f(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} f(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m f(t) \quad (12.1)$$

где $y(t)$ - выходная, а $f(t)$ – входная величины; $a_0, a_1, \dots, a_n$ и $b_0, b_1, \dots, b_m$ – коэффициенты.

Преобразуя данное выражение по Лапласу при нулевых начальных условиях, получим:

$$a_0 p^n y(p) + a_1 p^{n-1} y(p) + \dots + a_{n-1} p y(p) + a_n y(p) = b_0 p^m f(p) + b_1 p^{m-1} f(p) + \dots + b_m f(p) \quad (12.2)$$

или, преобразуя (12.2), получим:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n) y(p) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) f(p) \quad (12.3)$$

Можно заметить, что переход от уравнения типа (12.1) к (12.3) можно при нулевых начальных условиях проводить формально, заменяя $\frac{d}{dt}$ на p , не прибегая к преобразованию Лапласа, чем в дальнейшем и следует пользоваться.

Определим выходной сигнал как реакцию на входной сигнал в изображениях по Лапласу.

Из уравнения (12.3) находим

$$y(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n} f(p) \quad (12.4)$$

Обозначим $\frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n} = W(p)$, (12.5)

Выражение $W(p)$ можно найти из уравнения (12.4).

$$W(p) = \frac{y(p)}{f(p)}, \quad (12.6)$$

Оно носит название **передаточной функции**. В названии находит отражение информационный подход к рассмотрению процессов в системах, как процессов **передачи** информации.

По определению передаточной функции $W(p)$ называется отношение изображения по Лапласу выходного сигнала к изображению входного сигнала при нулевых начальных условиях.

Важно отметить, что знаменатель $W(p)$ в уравнении (12.5) представляет собой **характеристический** полином, коэффициенты которого отражают собственные свойства (параметры) элемента (системы), определяющие **характер** их поведения во времени.

С помощью передаточной функции в теории автоматического управления решаются следующие две основные задачи:

1. **Задача анализа.**

Известны входной сигнал $f(t)$ и передаточная функция элемента или системы $W(p)$.

Находится изображение выходного сигнала

$$y(p) = W(p) f(p) \quad (12.7)$$

Пользуясь обратным преобразованием Лапласа, находится $y(t)$.

По найденному выражению $y(t)$ строится график, наглядно демонстрирующий реакцию звена или системы на конкретный входной сигнал $f(t)$.

2. Задача синтеза.

Известны входной сигнал $f(t)$ и сформулированы требования к желаемой реакции (желаемому поведению) системы $y_{\text{жс}}(t)$.

Находится соответствующая передаточная функция системы

$$W_{\text{жс}}(p) = \frac{y_{\text{жс}}(p)}{f(p)} . \quad (12.8)$$

Анализ работы АСР сводится к изучению влияния её параметров (коэффициентов знаменателя $W(p)$) на характер изменения регулируемой величины к оценке качества работы систем, к оценке статических и динамических свойств элементов и их влияния на работу системы.

Синтез АСР заключается в подборе такой структуры системы и параметров её элементов, при которых регулируемая величина меняется требуемым образом при действии на АСР определённого входного сигнала.

13. СТАНАДРТНЫЕ ФОРМЫ ЗАПИСИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

В качестве математических моделей элементов и систем используются как дифференциальные уравнения, так и соответствующие им передаточные функции.

Стандартизация записей этих моделей позволяет обобщить результаты различных исследований, сведя их к единым таблицам, графикам, номограммам.

Рассмотрим на примере пути получения и виды стандартных записей моделей. Так, для двигателя постоянного тока было получено уравнение (8.11), описывающее процессы изменения числа оборотов от изменения напряжения в якорной цепи U и возмущающего момента M_g :

$$R_{\text{я}} I \frac{d^2 \omega(t)}{dt^2} + (R_{\text{я}} I + L_{\text{я}} f) \frac{d\omega(t)}{dt} + (R_{\text{я}} f + K_{\partial} K_{\text{я}}) \omega(t) = K_{\partial} U - L_{\text{я}} \frac{dM_{\text{в}}(t)}{dt} - R_{\text{я}} M_{\text{в}}(t) \quad (13.1)$$

Первый шаг по стандартизации формы записи заключается в получении коэффициента при выходной величине $\omega(t)$, равным единице. Это достигается давлением левой и правой частей уравнения (13.1) на $(R_{\text{я}} f + K_{\partial} K_{\text{я}})$. Коэффициенты при производных имеют размерность времени и обозначаются символами T , называемыми постоянными времени. Коэффициенты в правой части при входных сигналах обозначаются буквами K и называются коэффициентами передачи. В этом случае, когда размерность входного и выходного сигналов одинаковые, они носят название коэффициентов усиления.

Учитывая сказанное, перепишем уравнение (13.1):

$$T_2^2 \frac{d^2 \omega(t)}{dt^2} + T_1 \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = K_U U(t) - T_{\text{я}} \frac{dM_{\text{в}}(t)}{dt} - K_{\text{я}} M_{\text{в}}(t) \quad (13.2)$$

Здесь

$$(R_{\text{я}} f + K_{\partial} K_{\text{я}}) = C; \quad T_2^2 = R_{\text{я}} I / C; \quad T_1 = (R_{\text{я}} I + L_{\text{я}} f) / C; \quad K_U = K_{\partial} / C; \quad T_{\text{я}} = L_{\text{я}} / C; \\ K_{\text{я}} = R_{\text{я}} / C.$$

Размерности коэффициентов следующие:

$$[K_U] = \text{об} / \text{с} \cdot \text{в}; \quad [T_{\text{я}}] = \text{с}; \quad [K_{\text{я}}] = \text{об} / \text{с} \cdot \text{нм}.$$

Для упрощения записи используют операторную форму записи,

получаемую заменой $\frac{d}{dt}$ оператором D . В нашем случае будем иметь:

$$(T_2^2 D^2 + T_1 D + 1) \omega(t) = K_U U(t) - T_{\text{я}} D M_{\text{в}}(t) - K_{\text{я}} M_{\text{в}}(t), \quad (13.3)$$

Наряду с операторной, существует операционная форма записи, получаемая при использовании преобразования Лапласа.

В этом случае имеем для рассматриваемого примера

$$(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)\omega(p) = K_U U(p) - T_{\text{я}} p M_{\text{в}}(p) - K_{\text{я}} M_{\text{в}}(p), \quad (13.4)$$

Разница между операторной и операционной формами заключается в том, что в первом случае рассматриваются функции времени t , а во втором – функции комплексной переменной P .

Передаточная функция – одна из форм записи модели исследуемого объекта. При стандартизации вида передаточной функции используются все этапы, рассмотренные для дифференциальных уравнений.

В случае двигателя постоянного тока на основании уравнения (13.4) запишем:

$$\omega(p) = \frac{K_U}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} U(p) - \frac{T_{\text{я}} p + K_{\text{я}}}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} M_{\text{в}}(p), \quad (13.5)$$

$$W_U(p) = \frac{K_U}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1},$$

$$W_M(p) = \frac{T_{\text{я}} p + K_{\text{я}}}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} = \frac{K_{\text{я}} (T_{\text{я}}' p + 1)}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1},$$

$$W_M(p) = \frac{\omega(p)}{M_{\text{в}}(p)},$$

$$W_U(p) = \frac{\omega(p)}{U(p)},$$

$$\omega(p) = W_U(p)U(p) - W_M(p)M_{\text{в}}(p).$$

Здесь $W_U(p)$ – передаточная функция по каналу управляющего воздействия U , а $W_M(p)$ – по каналу возмущающего воздействия $M_{\text{в}}$.

Одной из форм наглядного представления динамических свойств АСР и их звеньев являются структурные схемы. На этих схемах элементы изображаются с помощью их передаточных функций. Так, для рассматриваемого двигателя постоянного тока структурная схема имеет вид, показанный на рис. 13.1.

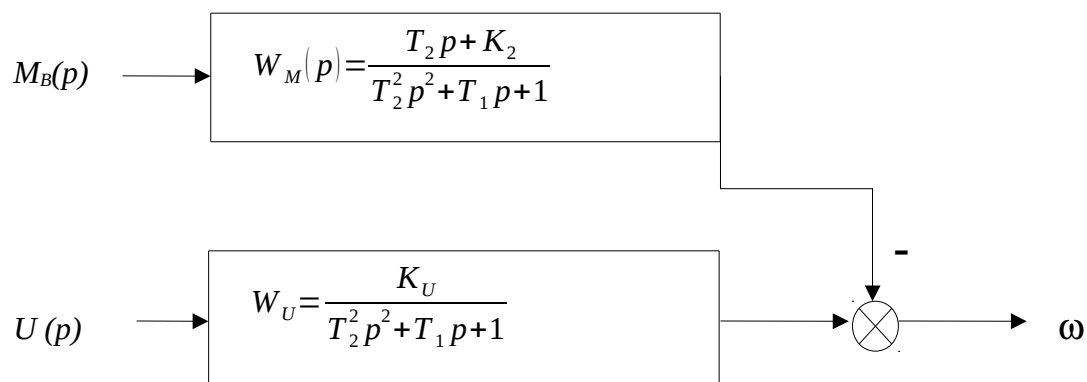


Рис. 13.1. Структурная схема двигателя постоянного тока

Графический символ  означает операцию суммирования. Минус рядом со стрелкой означает вычитание сигнала, что в данном случае соответствует уравнению (13.5). Для обозначения операции вычитания используется также данный символ с зачерненным сектором .

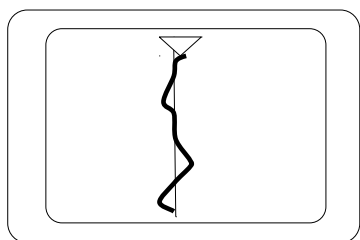
Вопросы для самоконтроля

1. Что называется передаточной функцией?
2. Что находит отражение в коэффициентах передаточной функции?
3. На каком основании при получении передаточной функции берутся нулевые начальные условия?
4. В чем заключается формальный метод получения передаточной функции по дифференциальному уравнению?

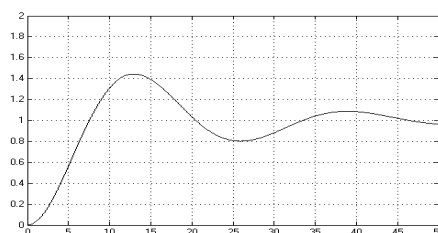
14. ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗВЕНЬЕВ И СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

В процессе функционирования АСР качество её работы оценивается по изменению регулируемой величины, сведения о которой могут

фиксироваться на диаграммной ленте самопишущего прибора или экране дисплея, как показано на рис.14.1,а.



а



б

Рис.14.1. Экспериментальный и переходный графики процессов:
а - экран самопишущего прибора; б – график изменения выходного сигнала

При аналитическом исследовании систем, когда вместо реальных АСР имеет дело с их математическими моделями, графики изменения регулируемой величины $y(t)$ (рис.14.1,б) получаются по решениям уравнения АСР. В настоящее время существует ряд специализированных программных продуктов, позволяющих получать такие графики на компьютерах в процессе моделирования. Эти графики, как и записи, полученные с помощью самописцев, позволяют судить о качестве работы АСР, о точности решениях задач регулирования.

Подобным образом делаются заключения и о работе элементов системы.

Процессы изменения состояния элемента или системы в дальнейшем будем называть переходными процессами.

При аналитическом исследовании элементов или систем в качестве входных сигналов чаще других используются ступенчатый $1(t)$ и импульсный $\delta(t)$ входные сигналы. Переходные процессы в данных конкретных случаях называются соответственно переходной функцией $h(t)$ и импульсной переходной функцией $w(t)$.

Реакция звена (системы) на единичное ступенчатое воздействие при нулевых начальных условиях называется переходной функцией $h(t)$.

Реакция звена (системы) на дельта – функцию при нулевых начальных условиях называется импульсной переходной или весовой функцией $w(t)$.

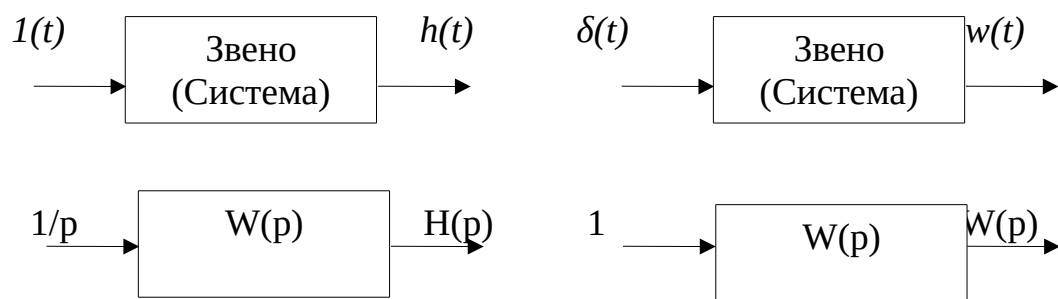


Рис. 14.2. Схема получения переходной $h(t)$ и весовой $w(t)$ функций звеньев и систем.

Перечисленные характеристики отражают динамические свойства звеньев и систем.

Зная передаточную функцию исследуемого объекта (звена, системы), $h(t)$ и $w(t)$ находятся следующим образом:

$$h(t) = L^{-1} \left[W(p) \frac{1}{p} \right] , \quad (14.1)$$

$$w(t) = L^{-1} [W(p)] . \quad (14.2)$$

Из уравнений (14.1) и (14.2) следует то, что $h(t)$ и $w(t)$ связаны простой зависимостью

$$\frac{dh(t)}{dt} = w(t) . \quad (14.3)$$

Одной из важных особенностей $h(t)$ и $w(t)$ является то, что они позволяют классифицировать (упорядочить) звенья АСР по их динамическим свойствам, оценивать и сравнивать различные по динамическим свойствам системы и т.д.

Переходную функцию можно достаточно просто получать экспериментально на реальном оборудовании, изменив входной сигнал

объекта исследования скачкообразно. Экспериментальным методом пользуются в том случае, когда получить математические модели объектов управления, элементов систем на основе известных физических законов невозможно из-за сложности реализуемых в них процессов. В этом случае прибегаю к методу «черного ящика», когда о свойствах исследуемых объектов судят по их реакции на определенные виды входных воздействий. Знание входного и выходного сигналов позволяет получить «экспериментальные» передаточные функции. Их основное отличие от аналитических, полученных с использованием известных физических законов в том, что экспериментальные передаточные функции не содержат никакой информации о внутреннем содержании исследуемых объектов.

Так, например, в полученных на основе законов электротехники передаточных функциях электрического двигателя коэффициенты характеристических полиномов (полиномов знаменателей) связаны с такими параметрами как $R_{я}, L_{я}$ – сопротивление и индуктивность якорной цепи двигателя.

Передаточных функций, связывающих влажность бумажного полотна, получаемого на бумагоделательной машине, с давлением пара, поступающего в сушильные цилиндры для термического удаления влаги из бумажного полотна, на настоящее время не существует, поскольку описать математически процессы удаления влаги из бумажного полотна не представляется возможным.

То же имеет место и для большинства технологических объектов в разных отраслях промышленности.

В этом случае единственный путь получения математического описания процессов объекта в виде, например, передаточной функции – экспериментальный метод, метод «черного ящика» (ящика – объекта черного, темного, не ясного, не понятного по внутреннему содержанию).

Для его реализации сигнал объекта, рассматриваемый как входной, изменяют ступенчато, что соответствует в математическом плане так называемой ступенчатой функции $x_{\text{вх}}(t) = \Delta x_{\text{вх}} 1(t)$, т.е. функции ступенчатой по характеру с величиной ступеньки $\Delta x_{\text{вх}}$. Реальный скачкообразный (ступенчатый) сигнал, в зависимости от его физической природы, имеет определённые параметры и числовые значения $\Delta x_{\text{вх}}$, например, 5в; 0,2 кгс/см²; 2мА. Полученный в ходе эксперимента график переходного процесса выходной величины объекта можно описать как $x_{\text{вых}} = \Delta x_{\text{вх}} h(t)$, где $h(t)$ - переходная функция.

На основе этого графика получают «экспериментальную» передаточную функцию, используемую в расчетах системы.

При проведении эксперимента необходимо учитывать условия работы АСР и их элементов, заключающиеся в малости отклонений параметров состояния от их номинальных значений. Величина $\Delta x_{\text{вх}}$ должна выбираться в пределах 5 – 10 % от номинального значения $X_{\text{нх}}$. Если же выйти за указанные пределы, могут сказаться эффекты нелинейности реальных зависимостей, что повлияет на точность математического описания исследуемого объекта.

Следует заметить, что при наличии реального объекта и его теоретической (аналитической) модели ее точность, близость к описанию процессов в объекте можно оценить, сравнив экспериментальную и аналитическую переходные функции. Такая оценка может послужить основой для подтверждения правильности теоретических рассуждений и выводов и при необходимости их уточнить или отвергнуть.

В том случае, когда необходимо аналитически оценить реакцию исследуемого объекта на сложный входной сигнал, можно воспользоваться знаниями $h(t)$ и $w(t)$ и определить такую реакцию как сумму реакций на ступенчатые или импульсные сигналы, из которых может быть составлен исходный сигнал.

Так, при использовании ступенчатых функций (рис.14.3,а) входной сигнал можно представить в следующем виде:

$$X_{\text{вх}}(t) = \sum_{i=1}^N \Delta X_{\text{вх}i} \cdot 1(t - t_i) \quad (14.4)$$

где N – число используемых для аппроксимации ступенчатых функций.

Выходной сигнал при этом определяется как

$$X_{\text{вых}}(t) = \sum_{i=1}^N \Delta X_{\text{вх}i} h(t - t_i) \quad (14.5)$$

$$\text{где } h(t - t_i) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_i \\ h(t - t_i) & \text{при } t \geq t_i \end{cases} \quad (14.6)$$

При представлении $X_{\text{вх}}(t)$ как суммы импульсов длительностью Δt (рис.14.3,б), когда площадь каждого импульса можно представить в виде

$$X_{\text{вх}}(t_i) \Delta t \delta(t - t_i), \quad (14.7)$$

получим

$$\sum_{i=1}^N X_{\text{вх}}(t_i) \Delta t \delta(t - t_i), \quad (14.8)$$

где N – число участков, на которые разбит интервал действия $X_{\text{вх}}(t)$

Единичный импульс $\delta(t - t_i)$ вызывает переходный процесс в виде весовой функции $w(t - t_i)$, а импульс $X_{\text{вх}}(t_i) \Delta t \delta(t - t_i)$ вызовет переходный процесс $X_{\text{вых}}(t)$, ординаты которого будут в $X_{\text{вх}}(t_i) \Delta t$ раз отличаться:

$$\Delta X_{\text{вых}}(t) = X_{\text{вх}}(t_i) \Delta t w(t - t_i). \quad (14.9)$$

Тогда переходный процесс объекта определится следующим образом:

$$X_{\text{вых}}(t) = \sum_{i=1}^N X_{\text{вх}}(t_i) \Delta t w(t - t_i). \quad (14.10)$$

В пределе при $\Delta t \rightarrow 0$ и $N \rightarrow \infty$ получим выражение, называемое интегралом Дюамеля:

$$X_{\text{вх}}(t) = \int_0^{\infty} X_{\text{вх}}(\tau) w(t - \tau) d\tau \quad (14.11)$$

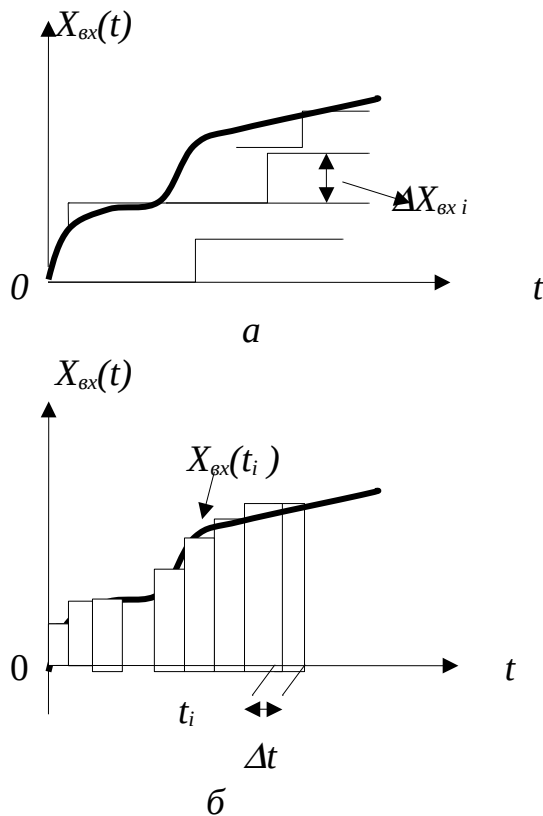


Рис.14.3. Представление $X_{\text{вх}}(t)$ через ступенчатые функции (а) и импульсы (б)

Методы анализа работы элементов и систем, основанные на изучении их временных характеристик, являются самыми наглядными из существующих. Поэтому при расчётах систем в большинстве случаев на заключительном этапе рассчитывают переходные процессы в спроектированной АСР при определённых входных воздействиях. По полученным графикам изменения регулируемой величины делают заключение о качестве работы АСР.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие временные характеристики звеньев и систем существуют?
2. Какие пути определения реакции звена или системы на любой входной сигнал существуют?

3. Как используются принципы суперпозиции и гомогенности при определении выходного сигнала звена (системы) как реакции на сложный входной сигнал?

15. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗВЕНЬЕВ И СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Частотные методы исследования – это методы, применённые и применяемые в устройствах передачи информации: телефонии, радио, телевидении и т.п. Результаты их применения очевидны. Понимая процессы управления как процессы оперирования с информацией и успешность применения частотных методов в проектировании перечисленных информационных средств, очевидна не случайность применения этих методов в вопросах проектирования систем автоматического регулирования и управления.

Как уже отмечалось, представление любого входного сигнала возможно как в виде совокупности ступенчатых или импульсных функций, так и в виде совокупности гармонических составляющих типа $A \sin \omega t$. Реакция звена (системы) в этом случае ищется как сумма реакций на каждую из гармонических составляющих сложного входного сигнала.

Для определения таких реакций необходимо знать свойство звена или системы реагировать на гармоники различных частот. Сведения о названных частотных свойствах (частотных характеристиках) можно получить экспериментально и аналитически.

Экспериментальный метод определения частотных характеристик заключается в подаче на вход звена гармонических сигналов различных частот с последующим сравнением их с получаемыми выходными сигналами. Выходные сигналы рассматриваются в установившихся режимах, которые

наступают после завершения переходных процессов, обусловленных инерционностью реальных звеньев и систем.

Для экспериментального определения частотных характеристик автоматических систем и их элементов при гармонических воздействиях необходимо располагать источником синусоидальных колебаний с регулируемой частотой. Частотный диапазон, в котором необходимо обеспечивать генерирование синусоидальных колебаний при исследовании большинства современных систем, лежит в пределах $(10^{-4} \div 100)$ Гц, т.е. охватывает область инфранизких частот.

Для экспериментального исследования объектов могут потребоваться колебания самой различной физической природы. Поэтому в практике исследования систем находят применение генераторы разнообразной конструкции и принципы действия. Однако в основном применяются генераторы электромеханического и электронного типа. Это обусловлено тем, что, как правило, в экспериментальных исследованиях используется измерительная аппаратура электрического типа. Кроме того, указанные генераторы по сравнению с генераторами других систем (например, пневматических или гидравлических) характеризуются наиболее широким частотным диапазоном и имеют хорошие эксплуатационные качества.

В тех случаях, когда по требованиям эксперимента необходимо подавать на вход объекта неэлектрическую величину, а применяемый генератор имеет электрический выход, используют соответствующие преобразователи. В электромеханических генераторах, в которых вращение вала двигателя преобразуется в колебания электрической величины, можно также преобразовать вращение в механические, пневматические и другие неэлектрические колебания. Например, для изменения давления газа по синусоидальному закону можно использовать устройство с воздушным компрессором, перекрываемым заслонкой, связанной с валом двигателя электромеханического генератора через кривошипный механизм или

эксцентрик. Аналогичным образом могут быть получены механические линейные или угловые перемещения, также подчиняющиеся синусоидальному закону.

Рассмотрим в качестве примера получение частотных характеристик RC – цепи (рис. 15.1).

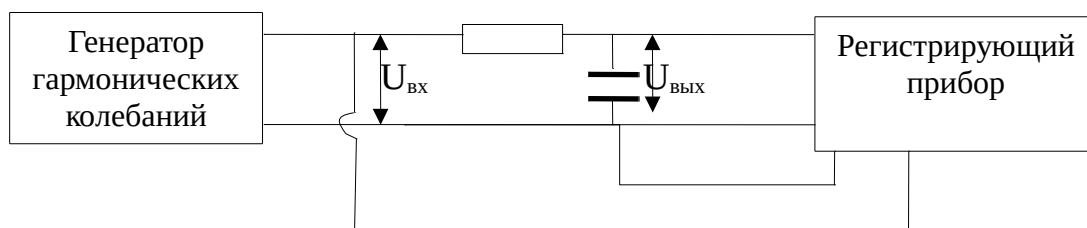


Рис.15.1. Схема экспериментального получения частотных характеристик RC – цепи

На вход RC – цепи с помощью электронного генератора гармонических колебаний подаются гармоники различных частот с постоянной амплитудой $U_{вх} = \text{const}$:

$$U_{вх}(t) = U_{вх} \sin \omega_i t, \quad (15.1)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$, а N – число гармоник различных частот,

использованных при проведении эксперимента.

На выходе цепи с течением времени устанавливаются в каждом конкретном случае гармонические колебания тех же частот, но других амплитуд $U_{выхi}$ и фаз φ_i (рис.15.2):

$$U_{вых}(t) = U_{выхi} \sin(\omega_i t + \varphi_i). \quad (15.2)$$

В общем случае возможны два видимых изменения любого входного сигнала: по величине, включая и физическую природу, и по отставанию выходного сигнала от входного.

Для гармонического сигнала это заключается в отличии амплитуды выходного сигнала от входного сигнала. Сдвиг по фазе φ_i между

рассматриваемыми сигналами отражает свойство звена задерживать выходной сигнал по отношению к входному.

Таким образом, для гармонического входного сигнала имеется возможность количественно оценить те изменения, который обусловлены собственными свойствами звена (системы): свойство изменять величину гармонических сигналов различных частот количественно характеризуется отношением $U_{\text{вых}}/U_{\text{вх}}$, называемым амплитудной частотной характеристикой $A(\omega_i)$ (АЧХ), а свойство задерживать гармонические сигналы характеризуется функцией $\varphi(\omega_i)$, называемой фазо-частотной характеристикой (ФЧХ). Количественная оценка изменений входного сигнала произвольной формы, происходящих за счет прохождения его через звено (систему), гораздо более сложная задача, чем подобная оценка для гармонических сигналов.

Зафиксированные одновременно с помощью регистрирующего прибора (осциллографа или самописца) кривые изменения $U_{\text{вых}i}$ и $U_{\text{вх}}$ при различных фиксированных частотах ω_i (рис.15.2) позволяют найти значения $A(\omega_i) = U_{\text{вых}i}/U_{\text{вх}}$ и $\varphi(\omega_i)$ и построить графики АЧХ и ФЧХ (рис.15.3).

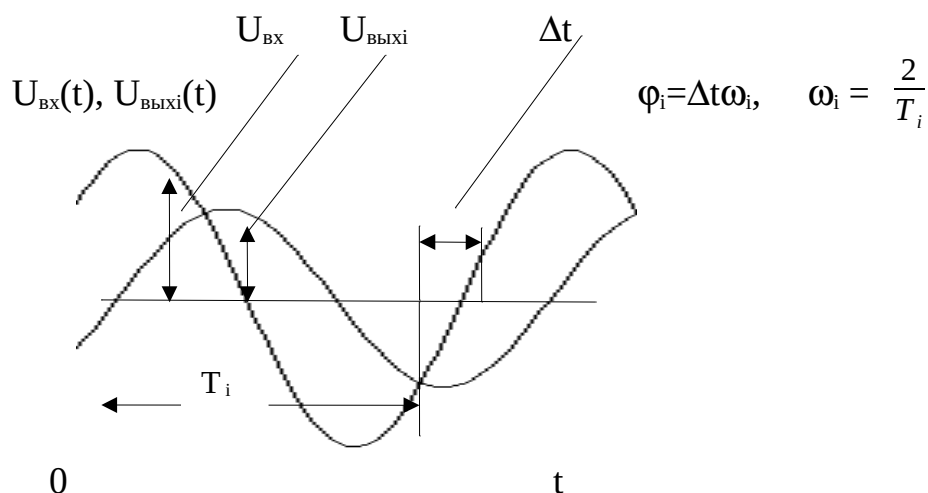


Рис.15.2. Графики изменения входного $U_{\text{вх}}(t)$ и выходного $U_{\text{вых}i}(t)$ сигналов при исследовании частотных свойств RC - цепи.

Здесь $U_{\text{вх}}, U_{\text{вых}i}$ – амплитуды входного и выходного сигналов;

T_i, ω_i – период и частота сигналов;

Δt - отставание по времени выходного сигнала относительно входного сигнала; φ_i - отставание по фазе выходного сигнала относительно входного сигнала.

График АЧХ показывает способность звена «пропускать» сигналы различных частот по амплитуде и представляет собой изменение коэффициента передачи звена по амплитуде в зависимости от частоты входного сигнала. Так, например, если $A(\omega) \approx 0$, это отражение того, что сигнал на выходе имеет амплитуду $U_{\text{вых}} \approx 0$. В этом случае говорят, что звено «не пропускает» входные сигналы с частотой колебаний ω и с частотами более высокими. При частотах меньших ω $A(\omega)$ может быть как больше, так и меньше 1. В первом случае говорят об усилении сигнала звеном (системой), во-втором – об ослаблении входного сигнала.

ФЧХ характеризует фазовый сдвиг выходного сигнала относительно входного. Если изменение выходной величины y опережает изменение входной x , то считается, что $\varphi > 0$, а если изменение y отстает от изменения x , то $\varphi < 0$. При $\varphi < 0$ ФЧХ характеризует инерционность звена по частоте. Большой угол соответствует и большой инерционности звена.

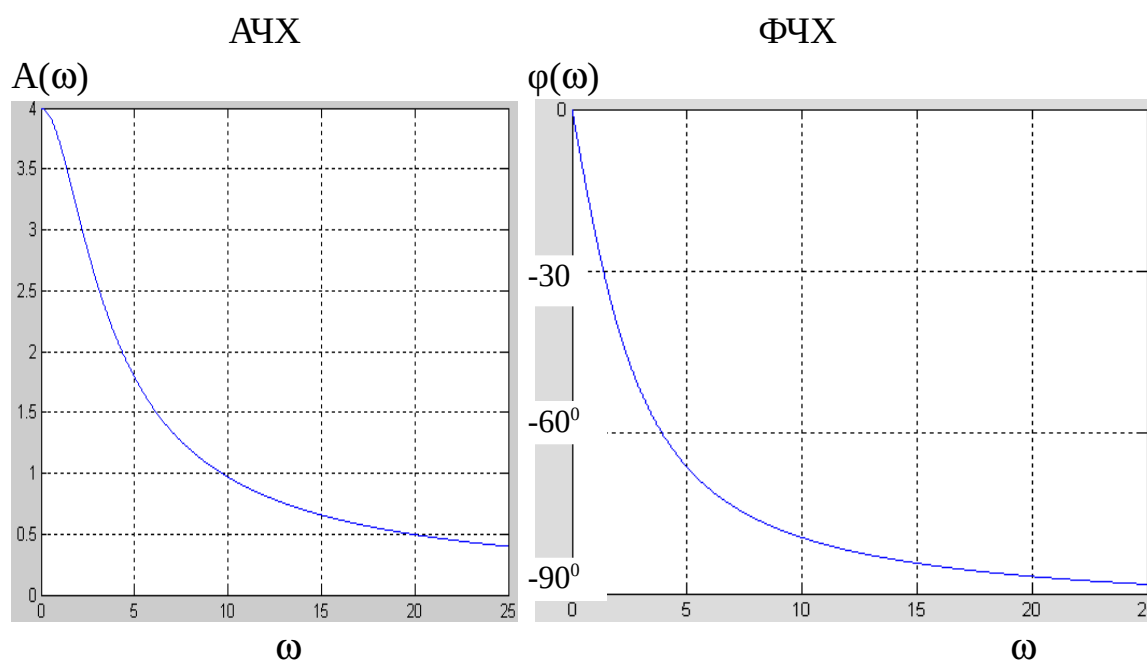


Рис.15.3. Графики $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$

Обобщенный график изменений $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ при изменении ω от 0 до ∞ , являющийся годографом вектора $A(\omega)$ в полярной системе координат по углу $\varphi(\omega)$, называют амплитудно-фазовой частотной характеристикой звена или сокращенно АФЧХ.

Возможный вид АФЧХ показан на рис.15.4. Каждая точка кривой АФЧХ соответствует определенной частоте ω_i и определяется величиной вектора $A(\omega_i)$ и полярным углом, равным $\varphi(\omega_i)$. При этом отрицательные значения фазового угла отсчитываются по направлению часовой стрелки, а положительные – против часовой стрелки.

Амплитудно-фазочастотная характеристика отражает как свойство изменять амплитуду входного сигнала, так и свойство задерживать его на каждой частоте на определенную величину φ .

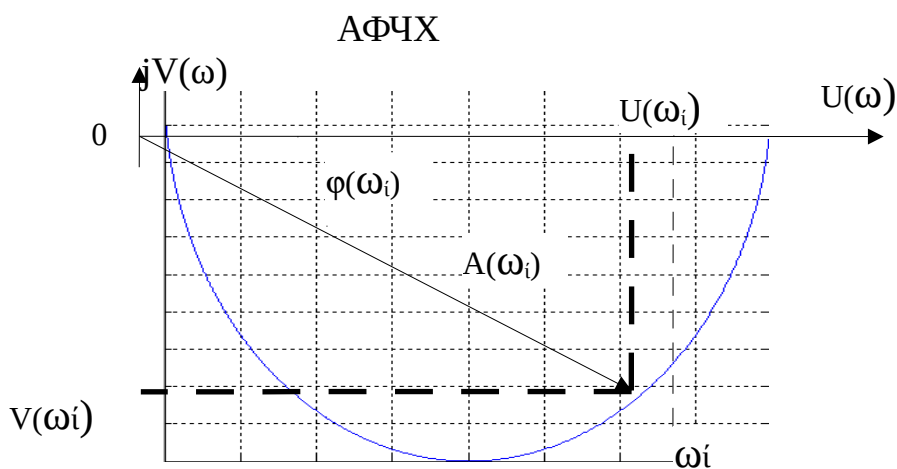


Рис.15.4. График АФЧХ

Математическим аппаратом, позволяющим отражать в виде математических зависимостей оба указанных свойства, являются функции комплексного переменного. При их использовании АФЧХ рассматривается как комплексное выражение

$$W(j\omega) = |W(j\omega)| e^{j\arg W(j\omega)}, \quad (15.3)$$

модуль которого - амплитудно-частотная характеристика

$$|W(j\omega)| = A(\omega), \quad (15.4)$$

а аргумент – фазочастотная характеристика

$$\arg W(j\omega) = \varphi(\omega), \quad (15.5)$$

При таком представлении $W(j\omega)$ возможно как отображение ее в виде графика в полярной системе координат, так и изображение АФЧХ в декартовой системе координат.

В этом случае используется иное представление $W(j\omega)$ в виде:

$$W(j\omega) = U(\omega) + j V(\omega), \quad (15.6)$$

где $U(\omega)$ и $V(\omega)$ – соответственно вещественная и мнимая части $W(j\omega)$
(рис.15.4)

Наряду с экспериментальным существует аналитический метод получения частотных характеристик.

Рассмотрим его также на примере RC - цепи, уравнение которой имеет вид

$$T \, dU_{\text{вых}}(t) / dt + U_{\text{вых}}(t) = U_{\text{вх}}(t). \quad (15.7)$$

Модель входного сигнала

$$U_{\text{вх}}(t) = U_{\text{вх}} \cos \omega t. \quad (15.8)$$

После окончания переходного процесса в установившемся режиме будем иметь на выходе

$$U_{\text{вых}}(t) = U_{\text{вых}} \cos (\omega t + \varphi). \quad (15.9)$$

Для получения частотных характеристик необходимо сравнить $U_{\text{вых}}(t)$ и $U_{\text{вх}}(t)$. Операцию сравнения проще выполнить математически, если воспользоваться формулой Эйлера:

$$\cos \omega t = (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) / 2. \quad (15.10)$$

Рассмотрим решение для

$$U_{\text{вх}}(t) = U_{\text{вх}} e^{j\omega t} \quad (15.11)$$

Тогда для установившегося режима решение уравнения (15.7) будем искать в виде:

$$U_{\text{вых}}(t) = U_{\text{вых}} e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (15.12)$$

Подставляя (15.11) и (15.12) в уравнение (15.7), получим

$$T U_{\text{вых}} j\omega e^{j(\omega t + \varphi)} + U_{\text{вых}} e^{j(\omega t + \varphi)} = U_{\text{вх}} e^{j\omega t} \quad (15.13)$$

Преобразуя уравнение (15.13), запишем

$$(T j\omega + 1) U_{\text{вых}} e^{j(\omega t + \varphi)} = U_{\text{вх}} e^{j\omega t} \quad (15.14)$$

Сравним $U_{\text{вых}}(t)$ и $U_{\text{вх}}(t)$

$$U_{\text{вых}} e^{j(\omega t + \varphi)} / U_{\text{вх}} e^{j\omega t} = (U_{\text{вых}} / U_{\text{вх}}) e^{j\omega t} = 1 / (Tj\omega + 1) \quad (15.15)$$

По определению частотных характеристик имеем

$$W(j\omega) = (U_{\text{вых}} / U_{\text{вх}}) e^{j\varphi};$$

$$A(\omega) = U_{\text{вых}} / U_{\text{вх}};$$

$$\arg W(j\omega) = \varphi(\omega). \quad (15.16)$$

Для RC - цепи получим

$$W(j\omega) = \frac{1}{Tj\omega + 1} = \frac{1}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} e^{-j \arctg \omega T} \quad (15.17)$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}}; \quad \varphi(\omega) = -\arctg \omega T \quad (15.18)$$

Используя формулу Эйлера, удалось упростить отыскание частотных характеристик RC – цепи.

Однако решим задачу до конца: определим $U_{\text{вых}}(t)$.

Для $U_{\text{вх}}(t) = U_{\text{вх}} e^{j\omega t}$ имеем

$$U_{\text{вых}}(t) = \frac{U_{\text{вх}}}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} e^{+j(\omega t + \varphi)} \quad (15.19)$$

Для $U_{\text{вх}}(t) = U_{\text{вх}} e^{-j\omega t}$ получим комплексно сопряженное решение

$$U_{\text{вых}}(t) = \frac{U_{\text{вх}}}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} e^{-j(\omega t + \varphi)} \quad (15.20)$$

Воспользовавшись принципами суперпозиции и гомогенности, а также формулой Эйлера, получим:

$$U_{\text{вх}}(t) = \frac{1}{2} \frac{U_{\text{вх}}}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} \left(e^{j(\omega t + \varphi)} e^{-j(\omega t + \varphi)} \right) = U_{\text{вых}} \cos(\omega t + \varphi) \quad (15.21)$$

где $U_{\text{вых}} = A(\omega) U_{\text{вх}}$; $\varphi = -\arctg \omega T$

Как следует из выражений (15.7) и (15.15), частотная передаточная функция может быть получена без проведенных выкладок формальной

заменой $\frac{d}{dt}$ на $j\omega$ или, если имеется передаточная функция, то формальной заменой p на $j\omega$.

Рассмотрев нахождение реакции звена (системы) на гармонический входной сигнал, определим выражение для отыскания реакции $X_{\text{вых}}(t)$ на произвольный входной сигнал $X_{\text{вх}}(t)$

В соответствии с уравнением (32) имеем

$$X_{\text{вх}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int X_{\text{вх}}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (15.22)$$

отсюда, зная $W(j\omega)$, можно записать:

$$X_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_{\text{вх}}(\omega) W(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (15.23)$$

Следует отметить, что методы исследования АСР по их частотным характеристикам нашли в настоящее время широкое распространение. Они используются как для синтеза АСР, так и для приближенного построения переходных процессов в линейных системах. Частотные методы получили

развитие при исследовании нелинейных и импульсных систем, а также для АСР с цифровым и вычислительными комплексами.

Существенное значение имеет и то обстоятельство, что частотные характеристики могут быть получены экспериментально. Это позволяет уточнять аналитические модели и пользоваться экспериментальными зависимостями в том случае, когда нахождение модели аналитически сопряжено с большими трудностями.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается метод Фурье и какие задачи в теории автоматического регулирования решаются с помощью данного метода?
2. Каковы преимущества и недостатки частотных методов исследования?
3. В чем заключается экспериментальный и аналитический методы получения частотных характеристик?
4. Находит ли применение принцип суперпозиции при использовании частотных методов?
5. Какие частотные характеристики известны и о чем они позволяют судить?

16. ТИПОВЫЕ ЗВЕНЬЯ

Любая АСР – совокупность звеньев. Модель системы – совокупность моделей ее элементов. Отсюда следует, что порядок уравнения системы n может быть достаточно большим. В случае $n > 3$ получить аналитические (общего вида) решения дифференциальных уравнений невозможно. Вместе с тем при $n=3$ решение получается громоздким и малообозримым.

Пользуясь численными методами, результаты для $n > 3$ получают лишь при конкретных значениях коэффициентов уравнений. Поэтому при расчете АСР, при выборе параметров элементов системы, сводящемся к выбору коэффициентов ее дифференциального уравнения, приходится производить многократные вычисления, т.е. использовать метод проб и ошибок. В процессе вычислений необходимо, варьируя коэффициентами, оценивать их влияние на переходные процессы в АСР и подбирать численные значения коэффициентов, при которых качество регулирования соответствовало бы желаемому. При больших n рассматривается задача становится трудоемкой и часто малоэффективной. Не случайно метод проб и ошибок называют в обиходе «методом тыка» (а вдруг попадешь).

Один из возможных путей исследования систем заключается в использовании метода разложения сложного на составляющие его простые части. Этот метод уже был использован при представлении сложных сигналов через сумму типовых воздействий. Другой пример – разложение функций в ряды, когда, по словам Лагранжа, «природа функций познается гораздо легче». Форма представления сложного через простые части по его же словам «кажется наиболее удобной для восприятия разума природных свойств» многих сложных явлений. Являясь общечеловеческим методом познания, данный метод в ряде случаев становится единственным, позволяющим получить хоть какую-то информацию об изучаемом объекте. При исследовании АСР использование этого метода позволяет переходить от знания свойств элементов к пониманию свойств всей системы, а анализ влияния отдельных элементов на работу АСР дает возможность решать задачи выбора элементов и их параметров, при которых выполняются требования к качеству работы проектируемой системы.

Простыми частями, на основе которых могут быть сделаны заключения о динамических свойствах систем и сложных в динамическом отношении звеньев, являются так называемые типовые звенья. Типовые звенья

описываются хорошо изученными дифференциальными уравнениями не выше второго порядка, число которых ограничено. Таким образом, типовые звенья – это известное ограниченное число простых динамических элементов, на основании которых может быть составлено представление о динамике любой сложной системы.

Как уже отмечалось, для эффективного решения задач теории автоматического управления, пользуются методом аналогии. Он позволяет свести изучение различных по физической природе, конструктивному выполнению, назначению и т.д. систем к исследованию одной обобщенной абстрактной математической модели системы. Данный подход находит отражение и при введении понятия «типовое звено». Любое типовое звено представляет также обобщенную абстрактную модель в виде дифференциального уравнения не выше второго порядка. Зная количественные характеристики типового звена, можно делать заключение о динамике любых реальных звеньев, имеющих аналогичный типовому звену вид управления. При этом нет необходимости выполнять никакие дополнительные расчеты. Достаточно приписать входному и выходному сигналам, а также коэффициентам передачи конкретные физические размерности и воспользоваться результатами исследования соответствующей абстрактной модели.

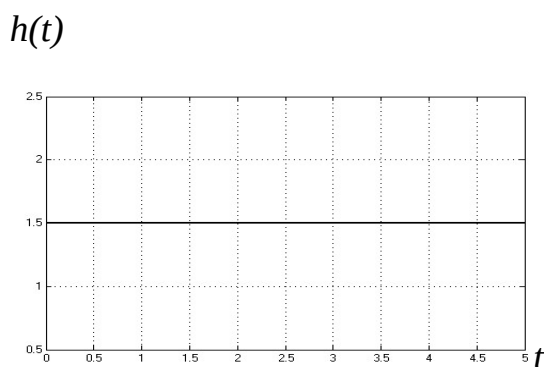
Типовые звенья делятся на позиционные, интегрирующие, дифференцирующие, запаздывания в соответствии со структурой их уравнений.

Позиционные звенья в правой части уравнения имеют только член, содержащий отклонение входной величины, а в левой части обязательно присутствует член, содержащий отклонение выходной величины

К позиционным относятся:

идеальное (безынерционное, усилительное) звено с уравнением, передаточной $W(p)$ и переходной функциями $h(t)$, график которой показан ниже

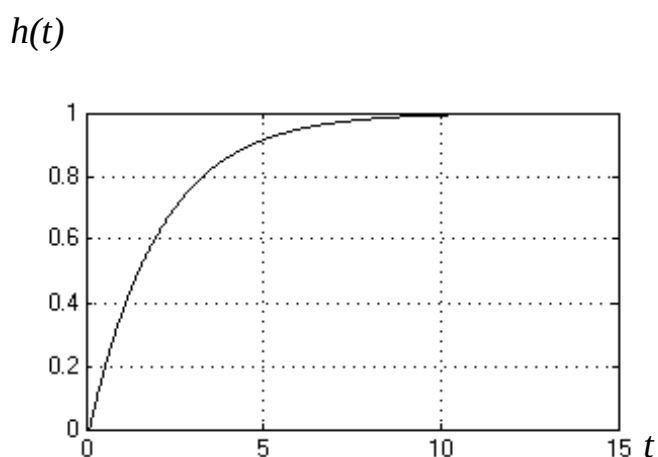
$$\begin{matrix} y(t) = k x(t) \\ W(p) = k \end{matrix} \quad (16.1)$$



апериодическое звено 1-го порядка

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t) \quad (16.2)$$

$$W(p) = \frac{k}{Tp + 1}$$

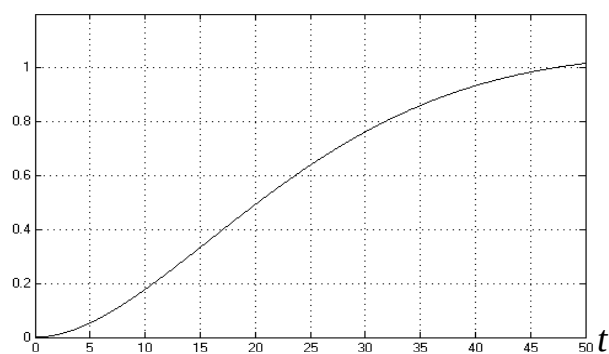


апериодическое звено 2-го порядка

$$T_2^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t) \quad (16.3)$$

$$W(p) = \frac{K}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$$

$h(t)$

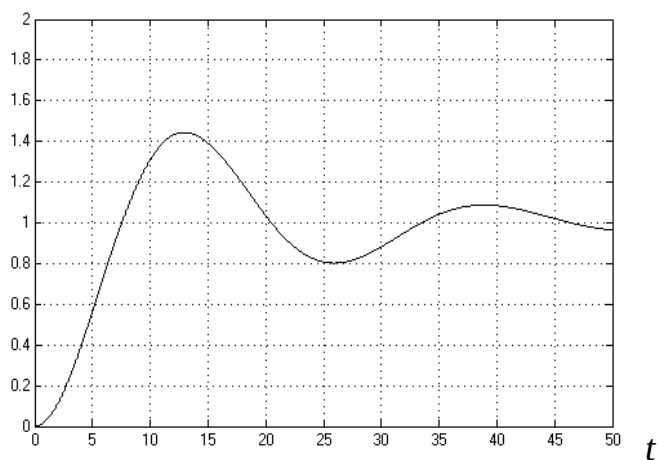


колебательное звено

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t) \quad (16.4)$$

$$W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$$

$h(t)$



Здесь $y(t)$ и $x(t)$ - соответственно выходной и входной сигналы звеньев;
 T , T_1 , T_2 – постоянные времени; k – коэффициент передачи; ξ - параметр
затухания

Апериодическое 2-го порядка и колебательное звенья имеют один и тот же порядок уравнения, однако корни характеристического уравнения, у первого - вещественные, а у второго комплексные. В связи с этим переходная

функция $h(t)$ у первого - апериодическая (без колебаний), а у второго – имеет колебательный характер. После окончания переходных процессов

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = 0; \quad \frac{dy(t)}{dt} = 0 \quad (16.5)$$

и все позиционные звенья имеют уравнение, как у без инерционного звена (16.1), т.е. в установившемся режиме определенному значению x соответствует определенное значение (позиция) y . Отсюда и их название – позиционные звенья.

Позиционные звенья являются статическими по входной величине. Как следует из графиков на рис.24, а, выходной сигнал $Y(t)$ всех звеньев за исключением идеального, отстает от изменения входного сигнала $x(t)$. Для апериодического звена это отставание связано с постоянной времени T , для апериодического звена 2-го порядка и для колебательного звена - с отношением T_1/T_2 . Таким образом, T , T_1 и T_2 характеризуют инерционность или инерционное запаздывание указанных звеньев.

Понятие «безынерционное звено» условно. В мире, где мы живем даже атом обладает массой и следовательно инерционен. В системах, состоящих из различных по динамическим, т.е. проявляющим себя во времени, в процессе, свойствам элементов, один из элементов, чаще всего это объект регулирования, гораздо инерционнее других.

Это значит, что процессы в нем происходят, например, за минуты, а в других элементах – за секунды. Например, бак для нагрева в нем воды до определенной температуры гораздо инерционнее электронного усилителя, используемого в системе для усиления электрических сигналов с датчика температуры. При математическом описании этих элементов в виде уравнения (16.2) постоянная времени T у бака будет в сотни раз больше, чем у усилителя. В этом случае, с практической точки зрения, усилитель можно считать безынерционным звеном системы.

К **интегрирующим** относятся звенья, выходной сигнал которых получается интегрированием входного сигнала.

Идеальное интегрирующее звено имеет уравнение

$$Y(t) = k \int_0^t x(t) dt. \quad (16.6)$$

Продифференцировав левую и правую части уравнения (16.6), получим другую стандартную форму записи для интегрирующего звена:

$$\frac{dy(t)}{dt} = kx(t) \quad (16.7)$$

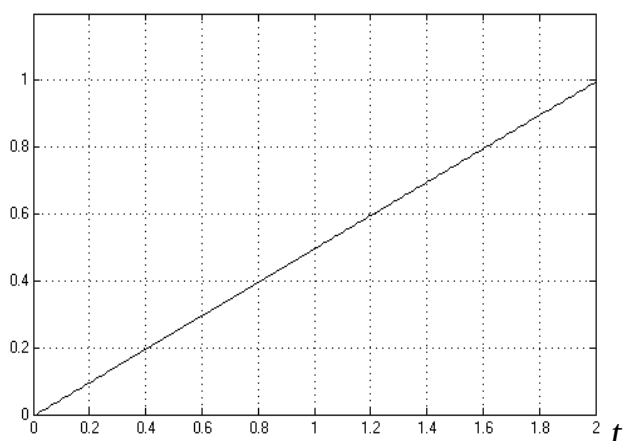
$$T \frac{dy(t)}{dt} = x(t), \quad \text{где } T = \frac{1}{k},$$

k – коэффициент передачи по скорости

Передаточная и переходная функции данного звена будут

$$W(p) = \frac{k}{p}$$

$$h(t)$$



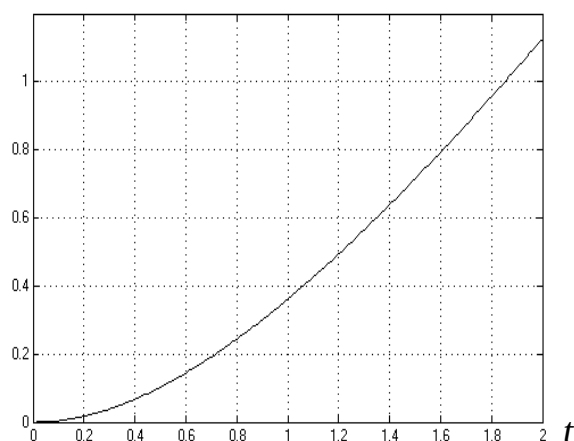
Инерционное интегрирующее звено имеет уравнение

$$T \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = kx(t) \quad (16.8)$$

Передаточная и переходная функции данного звена будут

$$W(p) = \frac{k}{p(Tp+1)}$$

$$h(t)$$



Дифференцирующие звенья – звенья, дифференцирующие входной сигнал. Иначе, выходной сигнал дифференцирующих звеньев содержит информацию о скорости изменения входного сигнала.

Идеальное дифференцирующее звено описывается уравнением

$$Y(t) = k \frac{dx}{dt}, \quad (16.9)$$

а дифференцирующее звено, при необходимости учитывать его инерционность, уравнением

$$T \frac{dy}{dt} + y(t) = k \frac{dx}{dt} \quad (16.10)$$

Передаточные функции данных звеньев соответственно равны

$$W(p) = kp \quad \text{и} \quad W(p) = \frac{kp}{Tp+1}.$$

Замечания.

Полезно запомнить, что учет инерционности любого звена связан с появлением в его передаточной функции сомножителя **$(Tp + 1)$** .

С точки зрения информационного подхода следует заметить, что

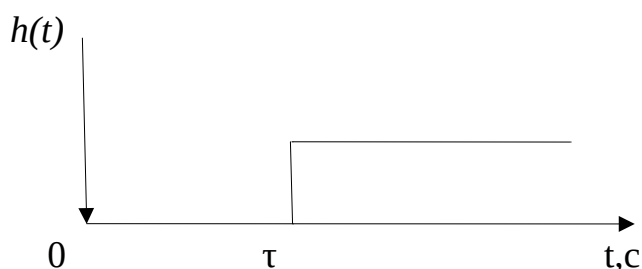
процесс интегрирования – процесс накопления информации, позволяющий в случае интегрирования, например, ошибки регулирования, накапливать о ней информацию, для суждения о правильности принятия решений по управлению, а *процесс дифференцирования* – процесс, позволяющий получать информацию о скорости изменения параметров процессов, зная которую, можно прогнозировать, т.е. предсказывать ход процессов и при необходимости формировать упреждающие управляющие действия.

Звено чистого или транспортного запаздывания передает входной сигнал, не искажая его по форме, но задерживая на определенное время τ , т.е.

$$y(t) = k x(t - \tau) \quad (16.11)$$

Передаточная и переходная функции данного звена будут

$$W(p) = e^{-p\tau}$$



Более подробно с характеристиками звеньев можно познакомиться по литературе [1].

Следует отметить, что реальные физические звенья можно считать инерционными и безынерционными. Так, если в АСР имеем два апериодических звена 1-го порядка с постоянными времени $T_1 = 2\text{с}$ и $T_2 = 50\text{с}$, то первое из них следует рассматривать с практической точки зрения как

безынерционное по отношению к второму и, следовательно, как безынерционное в системе. Такое упрощение не скажется существенно на результатах расчетов, но упростит их.

Вместе с тем одно и то же реальное звено может быть отнесено к разным типовым звеньям в зависимости от назначения в системе. Так, двигатель постоянного тока, рассмотренный ранее, может использоваться в одной системе для вращения нагрузки с определенной скоростью $\omega(t)$, а в другой системе - для поворота нагрузки на определенный угол $\varphi(t)$. В первом случае двигатель следует отнести к апериодическим звеньям 1-го порядка, а во втором к интегрирующим звеньям, поскольку

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega(t) dt$$

Система как совокупность звеньев, целиком и полностью зависит от свойств каждого из них.

Знание свойств звеньев дает возможность судить о свойствах системы (судить о сложном целом по простейшим его частям).

Так, звено с наибольшей инерционностью, которым часто является объект регулирования, определяет инерционность всей системы.

Другой пример – наличие интегрирующего звена делает систему более точной в установившихся режимах, но более инерционной в переходных процессах.

Присутствие колебательного звена, обладающего резонансными свойствами, может приводить к колебательным процессам в системе и.т.п.

Сказанное позволяет со вниманием отнестись к необходимости знания типовых звеньев и их свойств.

Вопросы для самоконтроля

1. С чем связана необходимость введения понятия «типовое звено»?

2. Какие методы познания используются при изучении систем с помощью типовых звеньев? В чем они заключаются и чем полезны?
3. Какие типовые звенья известны?
4. Почему важно знать динамические свойства типовых звеньев?
5. Какая связь существует между свойствами звеньев и коэффициентами их уравнений? Чем может быть полезно знание этой связи?

17. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМ

Математическая модель системы складывается из математических моделей звеньев. На рис. 17.1 модели звеньев представлены в виде передаточных функций.

Модель каждого звена представляет собой связь выходного сигнала, соответствующего назначению элемента, и входного сигнала равного выходному сигналу предшествующего элемента системы.

Точно такой же подход применяется и при получении моделей систем в виде их передаточных функций.

Выходным сигналом системы является регулируемая величина, являющаяся целью работы системы. Для разных по назначению систем она должна либо оставаться постоянной (системы стабилизации), либо меняться системой по заданному закону (программные системы), либо по случайно меняющемуся заданию (следящие системы).

Из этого следует, что передаточная функция системы должна отражать связь регулируемой величины и задающего воздействия.

По определению такая передаточная функция $\Phi(p)$ есть отношение изображений по Лапласу регулируемой величины $Y(p)$ к изображению по Лапласу задающего воздействия $G(p)$ при нулевых начальных условиях т.е.

$$\Phi(p) = \frac{Y(p)}{G(p)} .$$

(17.1)

Другой передаточной функцией системы, отражающей влияние на регулируемую величину возмущающего воздействия F , служит передаточная функция системы по возмущению

$$\Phi_f(p) = \frac{Y(p)}{F(p)} .$$

(17.2)

При необходимости исследовать точность работы системы при отработки ей задающего воздействия G используется

передаточная функция системы по ошибке X регулирования

$$\Phi_x(p) = \frac{X(p)}{G(p)} \quad (17.3)$$

Из рис.17.1 структурная схема системы включает типы соединений звеньев, встречающихся в системах.

Так, звенья 1 и 2 (передаточные функции $W_1(p)$, $W_2(p)$) соединены последовательно, 6 и 7 параллельно, а звено 3 охвачено обратной связью звеном 4. В этом случае говорят о местной обратной связи, которая, в отличие от главной обратной связи, может быть не только отрицательной, но и положительной.

У последовательных звеньев выходной сигнал предыдущего звена является входным для последующего.

Модель такого соединения звеньев, дающая связь их выходного сигнала (в данном случае y_1) с входным сигналом (y_2) равна произведению передаточных функций звеньев

$$W_{1-2}(p) = \frac{y_2}{y_1} = \frac{y_1}{y_1} \frac{y_2}{y_1} = W_1(p) W_2(p).$$

В общем случае, при соединенных последовательно n звеньях их модель - эквивалентная передаточная функция $W_{\Sigma}(p)$ будет равна

$$W_{\Sigma}(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p) \quad (17.4)$$

При параллельном соединении все звенья имеют один общий входной сигнал, а их выходные сигналы складываются.

В этом случае модель такого соединения можно получить, записав последовательно

$$y_6 = Y \cdot W_6(p), \quad y_7 = Y \cdot W_7(p),$$

$$y_8 = y_6 + y_7 = Y \cdot W_6(p) + Y \cdot W_7(p) = (W_6(p) + W_7(p)) \cdot Y.$$

Таким образом эквивалентная передаточная функция параллельного соединения звеньев равна

$$W_{6-7}(p) = W_6(p) + W_7(p)$$

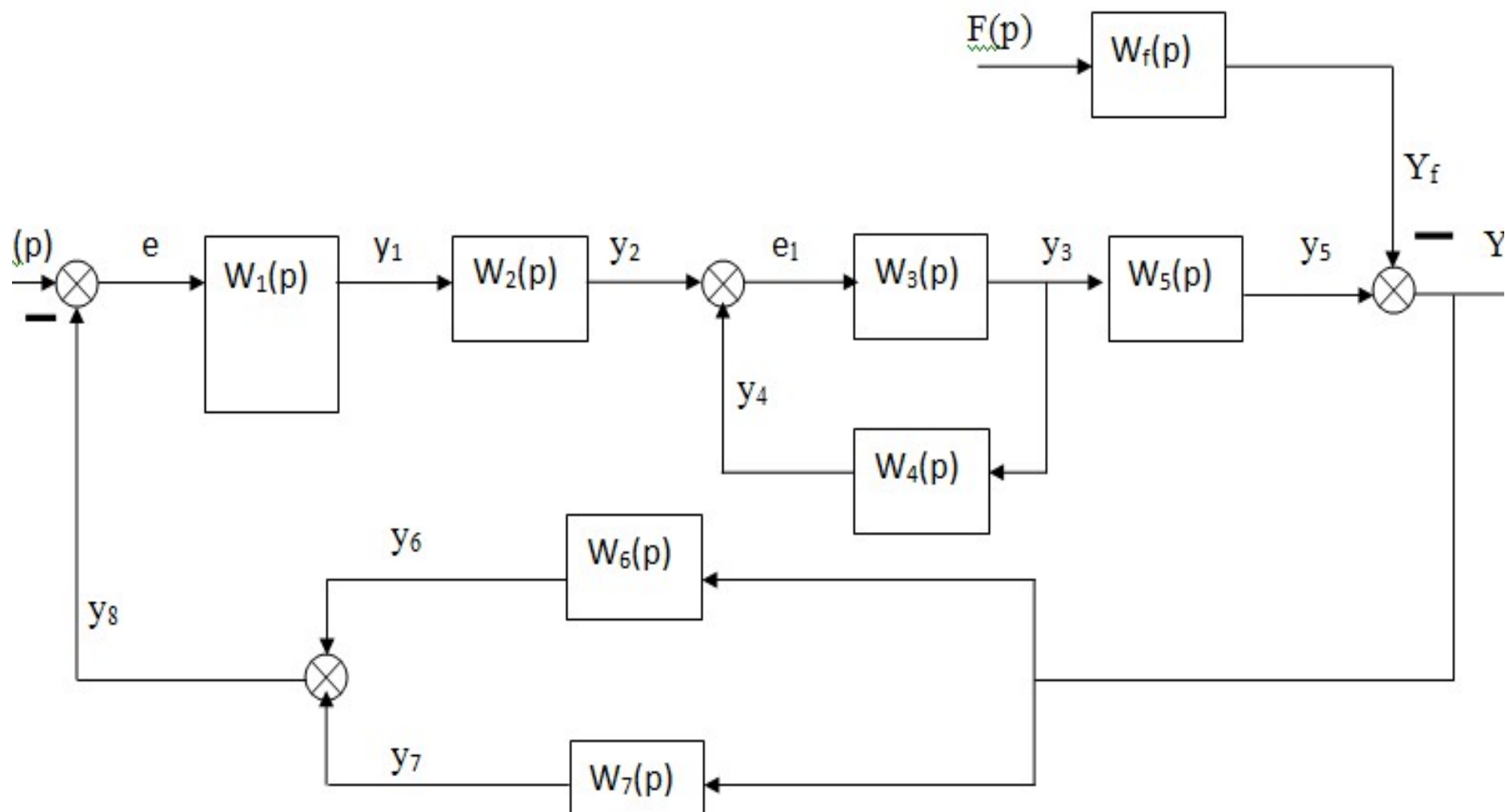


Рис.17.1. Структурная схема системы

или в общем случае для n параллельных звеньев можно записать

$$W_{\Sigma}(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p) \quad (17.5)$$

Для соединений звеньев с обратной связью запишем

$$e_1 = y_2 + y_4 \quad (17.6)$$

Знак $+$ (положительная обратная связь), так как сигналы складываются, а в случае вычитания y_4 (отрицательная обратная связь) ставится знак $-$.

Продолжим

$$y_3 = e_1 W_3(p) \quad (17.7)$$

$$y_4 = y_3 W_4(p) \quad (17.8)$$

Зависимость y_3 от y_2 получим, исключая промежуточные переменные e_1 и y_4 :

$$y_3 = \frac{W_3(p)}{1 - W_3(p)W_4(p)} y_2 \quad (17.9)$$

а эквивалентная передаточная функция будет равна

$$W_{\Sigma}(p) = \frac{W_3(p)}{1 - W_3(p)W_4(p)} \quad (17.10)$$

В случае отрицательной обратной связи выражение для эквивалентной передаточной функции (17.10) имело бы вид

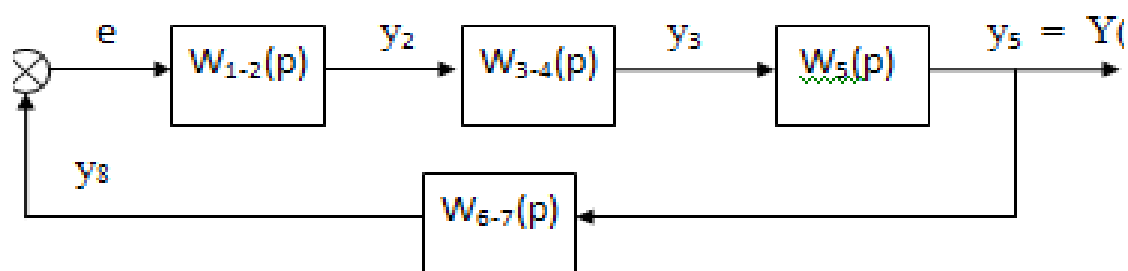
$$W_{\Sigma}(p) = \frac{W_3(p)}{1 + W_3(p)W_4(p)} \quad (17.11)$$

Вернемся к получению передаточной функции системы

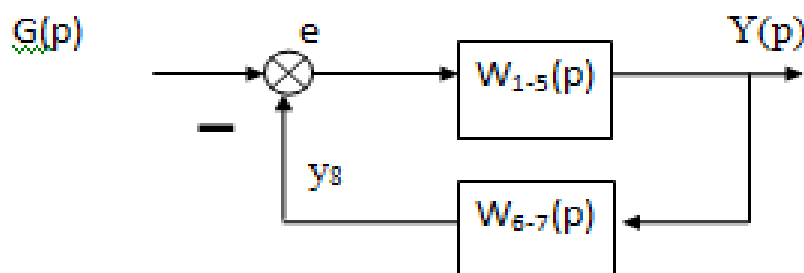
$$\Phi(p) = \frac{Y(p)}{G(p)} \quad (17.12)$$

Существующий метод преобразования структурных схем заключается в поэтапной замене соединений звеньев их эквивалентами.

В этом случае, применяя данный метод, получим



а)



б)

здесь $W_{1-5}(p) = W_{1-2}(p) W_{3-4}(p) W_5(p)$

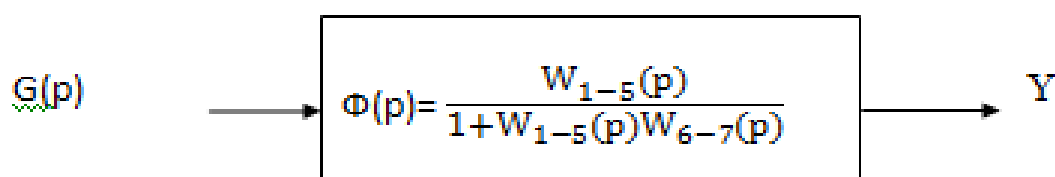


Рис. 17.2 Последовательность структурных преобразований исходной структурной схемы системы.

Получив передаточную функцию $\Phi(p)$, имеем возможность решать задачи анализа и синтеза системы: изучать выполнение системой задачи поддержания соответствия регулируемой величины задающему воздействию с заданной точностью и в случае неудовлетворительного исполнения вносить необходимые изменения в ее структуру.

Как было отмечено, наряду с рассмотренной передаточной функцией системы «по каналу» $G(p) - Y(p)$, для исследования поведения (работы, функционирования) системы при возмущающем воздействии $F(p)$ (в общем случае при нескольких внешних воздействиях) необходимо получить и соответствующую передаточную функцию системы (передаточные функции)

по возмущающему воздействию $\Phi_F(p) = \frac{Y(p)}{F(p)}$ или, как говорят, «по каналу возмущающего воздействия» $F(p) - Y(p)$.

Методы суперпозиции и гомогенности, применимые к линейным системам, позволяют изучать систему и ее поведение отдельно по задающему и возмущающему воздействиям.

Так, для получения передаточной функции системы по возмущающему воздействию полагают $G(t) = 0$.

Воспользуемся первыми результатами предыдущих преобразований

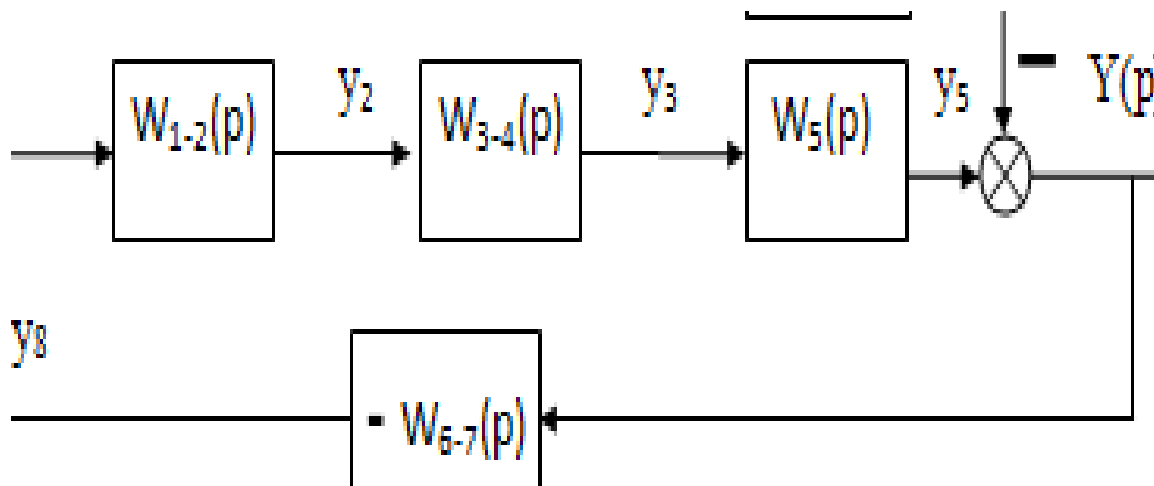


Рис. 17.3. Структурная схема системы для нахождения ее передаточной функции по возмущающему воздействию

Исходная структурная схема, с учетом проделанных ранее преобразований, претерпевает следующие изменения (рис.17.3).

Так как $G(t) = 0$, сумматор убран (нечего суммировать). Однако, чтобы не потерять информацию об отрицательности обратной связи, к передаточной функции $-W_{6-7}(p)$ добавлен минус.

Проделав аналогичные преобразования структурной схемы системы (17.3) получим передаточную функцию системы по возмущающему воздействию

$$\Phi_F(p) = \frac{Y(p)}{F(p)} = \frac{-W_F(p)}{1 + W_{1-5}(p)W_{6-7}(p)} \quad (17.13)$$

Для исследований поведения системы при возмущающем воздействии определяется результат такого воздействия в изображении по Лапласу $Y(p)$.

$$Y(p) = F(p) \Phi_F(p) = F(p) \frac{W_F(p)}{1 + W_{1-5}(p) W_{6-7}(p)} \quad (17.14)$$

Далее, пользуясь обратным преобразованием Лапласа, находится $Y(t) = L^{-1}[Y(p)]$, строится график $Y(t)$ и по нему выносятся суждения о работе системы при действии на нее возмущения.

При исследовании точности работы систем может потребоваться информация об ошибке регулирования. В этом случае находится передаточная функция $\Phi_x(p) = \frac{X(p)}{G(p)}$ и $x(p) = G(p) \Phi_x(p)$, далее $X(t) = L^{-1}[X(p)]$.

В процессе исследования (моделирования) работы системы может возникнуть потребность получить сведения о поведении какой-либо выходной величины какого-либо элемента системы $X_{\text{выхЭ}}(t)$ при действии задающего или возмущающего воздействий.

Для ее решения необходимо находить соответственно либо передаточную функцию $\Phi_G^{X_{\text{выхЭ}}}(p) = \frac{X_{\text{выхЭ}}(p)}{G(p)}$, либо передаточную функцию

$$\Phi_F^{X_{\text{выхЭ}}}(p) = \frac{X_{\text{выхЭ}}(p)}{F(p)}.$$

Замечание.

Исходная модель любого элемента системы – дифференциальное уравнение, полученное при рассмотрении происходящих в нем процессов. Имея систему уравнений элементов системы, можно получить уравнение системы, исключая промежуточные переменные. Однако такая задача достаточно трудоемка, поскольку пришлось бы иметь дело с производными, в ряде случаев не малых порядков. При использовании преобразования

Лапласа приходится иметь дело лишь с арифметическими операциями, что намного проще.

При желании иметь уравнение системы в виде дифференциального уравнения достаточно в соответствующей передаточной функции системы произвести формальную замену p на $\frac{d}{dt}$, т.е. операцию, обратную операции получения передаточной функции из дифференциального уравнения.

В дальнейшем изложении встретятся различные способы, помогающие упростить математические выкладки.

По высказыванию философа Маха «математика позволяет экономить мысль и время». К этому сегодня можно было бы добавить «и затрачиваемые на решение задач средства».

Для того чтобы реализовать возможности упрощать решения ряда задач в дальнейшем, рассмотрим структурную схему системы.

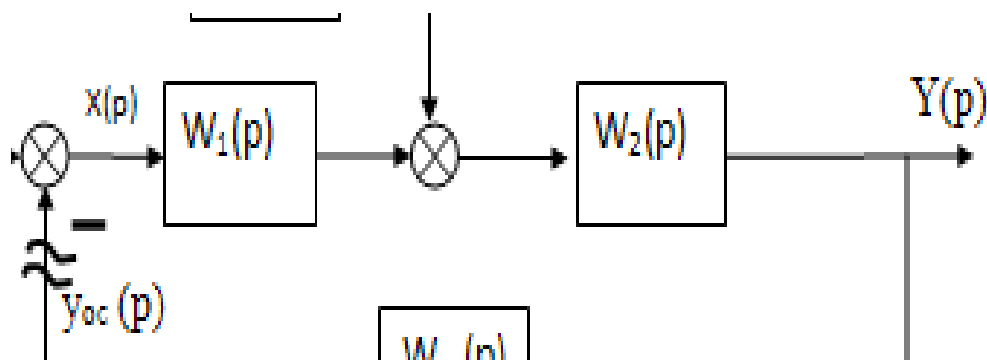


Рис.17.4. Пример структурной схемы системы после структурных преобразований

Найдем передаточные функции системы

$$\Phi(p) = \frac{W_1(p) W_2(p)}{1 + W_1(p) W_2(p) W_{oc}(p)} \quad (17.15)$$

и

$$\Phi_F(p) = \frac{W_3(p) W_2(p)}{1 + W_1(p) W_2(p) W_{oc}(p)} \quad (17.16)$$

Прежде всего, отметим одинаковость их знаменателей. Этот факт следует из того, что в знаменателе находят отражение только собственные свойства любой системы. Это значит, что после нахождения знаменателя для одной из передаточных функций искать его для любой другой нет необходимости.

Введем обозначения, которые понадобятся в дальнейшем:

$$W_1(p)W_2(p)=W_0(p), (17.17)$$

$$W_3(p)W_2(p)=W_F(p), (17.18)$$

$$W_1(p)W_2(p)W_{oc}(p) = W(p) . \quad (17.19)$$

Условно разомкнем систему: символ $\approx$ на схеме, обратная связь прервана.

$W_0(p)$ - передаточная функция носит название передаточной функции разомкнутой системы по прямому каналу задающего воздействия.

$W_F(p)$ - передаточная функция носит название передаточной функции разомкнутой системы по возмущающему воздействию.

$W(p)$ – передаточная функция носит название передаточной функции разомкнутой системы и по определению представляет собой отношение

$$\frac{y_{oc}(p)}{x(p)} = W(p).$$

Рассмотрим случай, когда $W_{oc}(p)=1$.

Будем иметь

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} . \quad (17.20)$$

Между $\Phi(p)$ и $W(p)$ существует взаимно-однозначное соответствие,

т.е., например, если $W(p)=2$, то $\Phi(p)=\frac{2}{3}$ и,

если $\Phi(p)=\frac{2}{3}$, то это может быть только при $W(p)=2$.

Это значит, что вся информация о свойствах системы, содержащаяся в $W(p)$, отражается в $\Phi(p)$ и наоборот.

Отсюда, зная такую связь, появляется возможность оперировать с более простым выражением $W(p)$ при анализе и синтезе систем, чем с $\Phi(p)$, что в дальнейшем и будет использовано.

18. ПОЛУЧЕНИЕ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА СИГНАЛЬНЫХ ГРАФОВ

Для систем со сложными взаимосвязями параметров состояния метод структурных преобразований может оказаться достаточно трудоемким.

Метод сигнальных графов, разработанный Мэзоном, позволяет вместо операций по упрощению структурных схем воспользоваться формулой расчета передаточных функций систем.

Сигнальный граф – это диаграмма, состоящая из точек (узлов), соединенных направленными ветвями, и являющаяся графическим представлением системы дифференциальных уравнений или передаточных функций, описывающих работу АСР. По графическому изображению данная диаграмма близка к структурным схемам.

То, что на структурных схемах изображают стрелки: параметры состояния процессов в системе, на графе изображается точками – *узлами графа*.

То, что изображается на структурных схемах блоками с передаточными функциями, на сигнальном графе обозначается линиями, связывающими два узла. Эти линии называются *ветвями*.

Каждая ветвь характеризуется *передачей ветви*, соответствующей передаточной функции на структурных схемах.

Путь – это ветвь или последовательность ветвей, связывающих два узла графа. Передача пути равна произведению передачи входящих в него ветвей.

Контур обратной связи – замкнутый путь, состоящий либо из ряда ветвей, возвращающихся в исходный узел, либо из одной ветви, образующей петлю.

Существует три типа узлов:

источники – узлы с выходящими ветвями,

простые каскадные узлы – имеющие и входящие и выходящие ветви,

стоки - узлы с входящими ветвями.

Источники соответствуют входным сигналам, а стоки – выходным сигналам системы.

Формула Мэсона для отыскания передаточных функций систем имеет следующий вид

$$\Phi_{ij} = \frac{\sum_k P_{ijk} \Delta_{ijk}}{\Delta}, \quad (18.1)$$

где P_{ijk} - передача (передаточная функция) k -того пути из x_i в x_j ,

Δ - определитель графа, который вычисляется по формуле

$$\Delta = 1 - \sum_{n=1}^N L_n + \sum_{m=1, q=1}^{M, Q} L_m L_q - \sum L_r L_s L_l + \dots, \quad (18.2)$$

где L_q - величина передачи q -го контура.

Правило для вычисления Δ следующее:

$\Delta = 1 -$ (сумма передач всех контуров) + (сумма передач всех контуров, не касающихся друг друга, перемноженных попарно) – (сумма произведения передач всех контуров, из трех, не касающихся друг друга контуров)+...

Δ_{ijk} - адьюнкт - определитель для контуров, не касающихся k – того пути. Он определяется из определителя графа выбрасыванием передач контуров, касающихся k - того пути.

Преобразуем структурную схему, показанную на рис. 18.1,а в сигнальный граф рис. 18.1,б.

Найдем передаточную функцию системы $\Phi(p) = Y(p) \setminus G(p)$.

Сначала определим пути из $G(p)$ в $Y(p)$.

Путь 1 : $P_1 = W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)$.

Три контура: $L_1 = W_3(p)W_4(p)$,

$$L_2 = -W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)W_6(p),$$

$$L_3 = -W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)W_7(p).$$

Определитель графа:

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3).$$

Все контуры касаются друг друга, поэтому их попарные произведения отсутствуют.

Адьюнкт пути, которого касаются все имеющиеся контуры

$$\Delta_1 = 1.$$

Пользуясь формулой Мэзона, получим

$$\Phi(p) =$$

$$\frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)}{1 - (W_3(p)W_4(p) - W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)W_6(p) - W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_5(p)W_7(p))}$$

Найдем передаточную функцию системы по ошибке: $\Phi_x(p) = x(p)/g(p)$.

Определитель графа Δ будет тот же самый, что и у функции $\Phi(p)$, так как знаменатель отражает собственные свойства системы.

Путь из узла-источника g в узел x $P_1 = 1$.

Адьюнкт пути $\Delta_1 = 1 - L_1$. Остальных контуров L_2 L_3 данный путь касается в одной точке.

Таким образом имеем

$$\Phi_x(p) = \frac{1(1 - L_1)}{\Delta} = \frac{1 - W_3(p)W_4(p)}{\Delta}.$$

Найдем передаточную функцию системы по возмущению:

$$\Phi_f(p) = y(p)/f(p)$$

Путь $P_1 = W_f(p)$.

Адьюнкт пути $\Delta_1 = 1 - L_1$.

Передаточная функция будет равна

$$\Phi_i(p) = \frac{W_f(p)\Delta_1}{\Delta} \quad .$$

При необходимости исследовать работу любого из элементов системы определяется соответствующая передаточная функция по задающему

$$\Phi_g^{x_i}(p) = \frac{x_i(p)}{g(p)} \quad \text{или по возмущающему воздействию} \quad \Phi_f^{x_i}(p) = \frac{x_i(p)}{f(p)} \quad , \text{ где } x_i(p)$$

выходной сигнал i -го элемента системы.

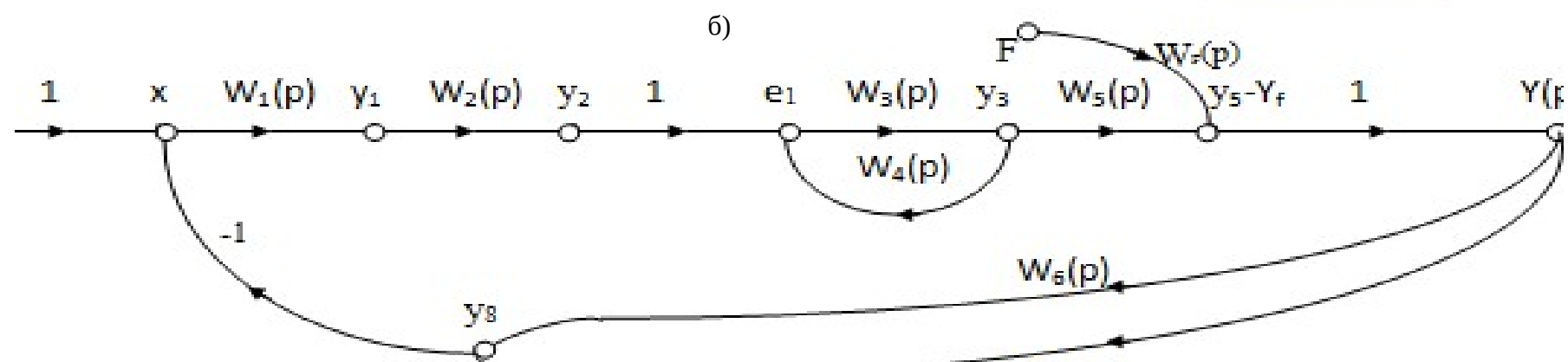
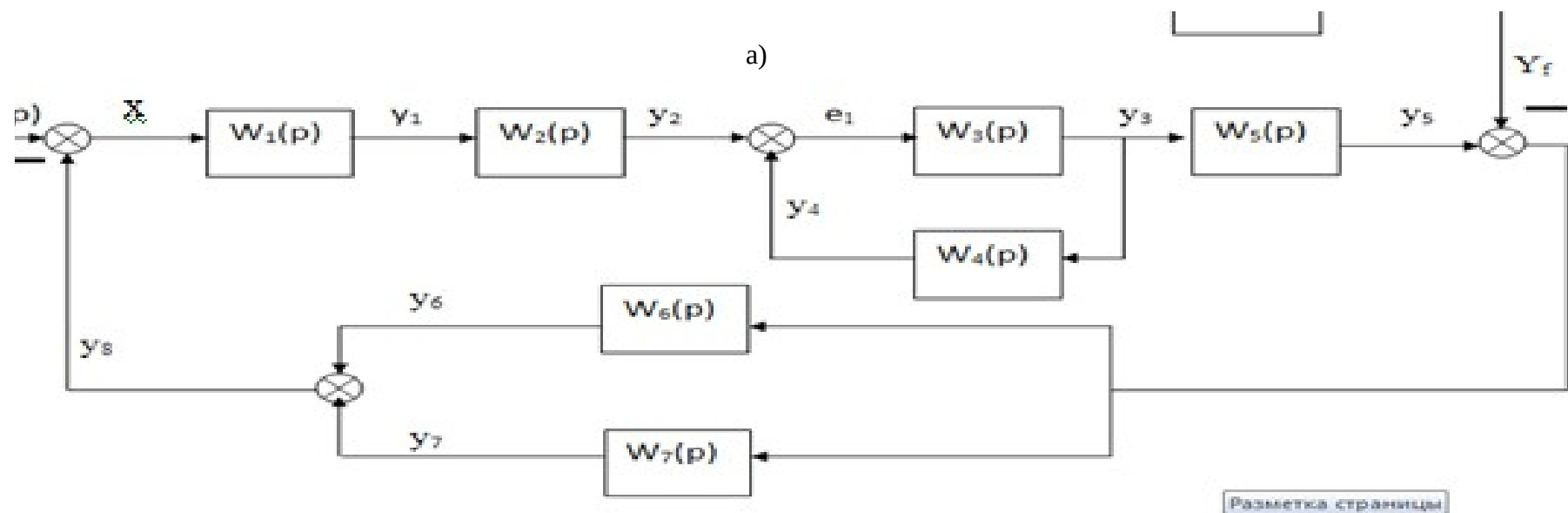


Рис. 18.1. Структурная схема системы и соответствующей ей сигнальный граф

Библиографический список

1. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления. - СПб.: Профессия, 2003. - 752 с.
2. Ерофеев А.А. Теория систем автоматического управления. Учебник для вузов, СПб, Политехника, 2003г. 302стр.
3. Востриков А.С., Французова Г.А. Теория автоматического регулирования: Учебное пособие для вузов.- М.; Высшая школа, 2004. – 365 с.; ил.

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1.ЗАДАЧИ В ОБЛАСТИ АВТОМАТИЗАЦИИ.....	4
2.ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ СРЕДСТВ АВТОМАТИЗАЦИИ.....	9
3.ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.....	16
4.ОСНОВНЫЕ ПУТИ СОЗДАНИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ	26
5.ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.....	29
6.КЛАССИФИКАЦИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ.....	36
7.МЕТОД АНАЛОГИИ КАК МОЩНОЕ СРЕДСТВО ИССЛЕДОВАНИЯ АСР.....	40
8.МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ АСР.....	47
9.ЛИНЕАРИЗАЦИЯ.....	54
10. МОДЕЛИ СИГНАЛОВ.....	59
11. ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА В ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ.....	67
12. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ.....	72
13. СТАНАДРТНЫЕ ФОРМЫ ЗАПИСИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ.....	75
14. ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗВЕНЬЕВ И СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ.....	78
15. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗВЕНЬЕВ И СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ.....	85
16. ТИПОВЫЕ ЗВЕНЬЯ.....	94
17. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМ.....	105
18. ПОЛУЧЕНИЕ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА СИГНАЛЬНЫХ ГРАФОВ.....	116
Библиографический список.....	121
1.Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления. - СПб.: Профессия, 2003. - 752 с.	121

2.Ерофеев А.А.Теория систем автоматического управления. Учебник для вузов, СПб, Политехника, 2003г. 302стр.....	121
Оглавление.....	121

Учебное издание
Владимир Николаевич Леонтьев

АНАЛИЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Часть 1

Учебное пособие

Редактор и корректор Т.А.Смирнова

Техн. редактор Л.Я.Титова

Темплан 2014 г, поз. 129

Подп. к печати 01.12.14

Формат 60 x 84 / 16. Бумага тип. № 1.

Печать офсетная. Уч.- изд. л. 7,5 . Усл. печ. л. 7,5 . Тираж 100 экз. Изд. №. 129

Цена «С». Заказ

Ризограф Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров 198095, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, 4.

