

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ РАСТИТЕЛЬНЫХ
ПОЛИМЕРОВ»**

В.М.БЕЛЬФОР, В.Б.ПОПОВ, И.В.АНТОНИШИН

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА
УПРАВЛЕНИЯ**

**Учебно-методическое пособие
по выполнению курсовой работы**

Санкт-Петербург

2013

УДК 62-5(075)

Б 442

ББК 32.965я7

Бельфор В.М., Попов.В.Б., Антонишин И.В. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ: учебно-методическое пособие по выполнению курсовой работы / СПб ГТУРП.- СПб., 2013.- 34 с.

В настоящем учебно-методическом пособии изложены цели, содержание и правила оформления курсовой работы по дисциплине «Математические модели технологических процессов и производств ЦБП». Подробно рассмотрены основные разделы курсовой работы: изучение и описание объекта управления, выбор величин с функциями управляющих и возмущающих воздействий, принятие допущений и составление аналитической математической модели объекта управления, исследование его математической модели при заданных видах воздействий и значениях параметров объекта и параметров воздействий. Приведен пример составления модели паронагревателя и ее исследования.

Учебно-методическое пособие предназначено для всех студентов, обучающихся по направлению 220700.62 «Автоматизация технологических процессов и производств ЦБП».

Рецензенты:

зав. кафедрой информационно-измерительных технологий и систем управления СПбГТУРП, д-р техн. наук, проф. Г.А.Кондрашкова;

зав. кафедрой автоматизации процессов химической промышленности СПбГТИ (технический университет), д-р техн. наук, проф. Л.А.Русинов.

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом университета в качестве учебно-методического пособия.

Редактор и корректор Н.П.Новикова

Техн. редактор Л.Я.Титова

Темплан 2013, поз.61

Подп. к печати 10.06.13. Формат 60х84/16. Бумага тип. №1.

Печать офсетная. Уч.-изд. л. – 2,25. Усл. печ. л.- 2,25. Тираж 100 экз.

Изд. № 61. Цена «С». Заказ

Ризограф Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров, 198095, СПб., ул. Ивана Черных, 4.

© Бельфор В.М., Попов.В.Б, Антонишин И.В., 2013

© Санкт-Петербургский государственный
технологический университет растительных
полимеров, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Тематика курсовой работы.....	5
2. Состав курсовой работы.....	6
3. Содержание курсовой работы.....	6
3.1.Общий алгоритм построения математической модели.....	7
3.2.Общая схема проведения исследования.....	10
4. Пример построения математической модели объекта управления и его исследования.....	14
Приложения.....	30

ВВЕДЕНИЕ

Курсовая работа является завершающим этапом изучения дисциплины «Математические модели технологических процессов и производств ЦБП». При ее выполнении следует применить все знания, полученные при изучении дисциплины.

Настоящее пособие определяет вид задания на курсовую работу, содержание, порядок и способ ее выполнения, а также вид ее оформления.

Целями курсовой работы являются выработка у студента навыка анализа объекта исследования, освоение порядка составления аналитической математической модели объекта и получение навыков исследования объекта в зависимости от состава конструктивных параметров и аналитического вида управляющих и возмущающих воздействий.

1. ТЕМАТИКА КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Математическое моделирование технологического процесса имеет целью создание его модели в виде функциональных зависимостей, отражающих взаимосвязь между входными и выходными параметрами. Входными параметрами являются физические величины, определяющие состояние объекта и результат его функционирования, который оценивается значениями выходных параметров. Математическая модель представляет собой математический образ объекта и позволяет проводить анализ и исследование его поведения в различных условиях работы, не прибегая к натурному эксперименту. Математические модели различаются по своему назначению. Для разработки системы управления составляют статические и динамические модели объектов. Объектом управления принято считать технологический агрегат совместно с реализованным в нём технологическим процессом в соответствии с принятым технологическим регламентом или установленным режимом эксплуатации. Уравнения статики модели описывают объект в установившемся режиме работы и служат для получения статических характеристик. Уравнения динамики модели отражают изменения во времени входных и выходных параметров. Они позволяют оценить влияние возмущающих и управляющих воздействий на объект управления и получить передаточные функции по соответствующим каналам.

Тематика курсовых работ определяется заданием (Приложения 1, 2), посвящена различным технологическим объектам и различным наборам исследуемых конструктивных параметров, а также параметров управляющего и возмущающих воздействий заданного аналитического вида. Но содержание работы, ее объем одинаковы и не зависят от технологического объекта, указанного в задании. На выполнение курсовой работы отводится 6 – 7 недель. Поэтому задания выдаются преподавателем примерно за два месяца до начала зачетной сессии. Руководителем курсовой работы является преподаватель, выдавший задание. Предусмотрены контрольные моменты исполнения работы, связанные с согласованием промежуточных результатов.

2. СОСТАВ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа состоит из текстовой и графической частей. Объем текстовой части – до 20 страниц машинописного текста формата А4, размер шрифта – 14. Графическая часть включает схему объекта для вывода математической модели, структурную схему управления объектом по математической модели и листинги графиков функций при исследовании объекта по его математической модели. Количество графиков определяется объемом исследований. Допускаются копии чертежей или других изображений объекта или его части.

3. СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Текстовая часть курсовой работы имеет следующую структуру:

- титульный лист (Приложение 3),
- задание (Приложение 1),
- пояснительная записка,
- графическая часть.

Содержание Пояснительной записки определяется Заданием и имеет следующие разделы:

- техническая характеристика оборудования, в котором осуществляется технологический передел. В этом разделе приводятся описание устройства и технические характеристики конкретного типа оборудования, выбранного для рассмотрения. При необходимости, описание иллюстрируется фотографиями, чертежами и/или схемами;
- описание технологического процесса, соотношений между физическими величинами, в нем участвующих, и значений параметров регламентного режима протекания процесса. Из текста этого раздела должно убедительно следовать, что студентом *осознано с чем, что и как* происходит в описываемом процессе. При необходимости, описание сопровождается схемой процесса с указанием мест измерения контролируемых величин;
- назначение управляемой величины, величин управляющих и возмущающих воздействий является результатом оценки целей управления. В результате анализа возмущающих воздействий, степени их влияния на значение управляемой величины делаются предложения о принятии тех или иных допущений. Результаты этого раздела

согласовываются с преподавателем, что отмечается в бланке задания соответствующей записью;

- вывод аналитической математической модели на основе законов сохранения массы и/или сохранения энергии, включая уравнения статики и динамики. В конце следует привести полную запись математической модели, выражения для передаточных функций по каналам управления и возмущения, а также структурную схему управления объектом по его математической модели;
- выбор для исследования конструктивных параметров оборудования, диапазона вариаций значений коэффициентов уравнения динамики, вида функций управляющего и возмущающих воздействий, диапазона значений параметров этих функций. Результаты этого раздела согласовываются с преподавателем, что отмечается в бланке Задания соответствующей записью. Варианты назначения вида функциональных зависимостей для управляющих и возмущающих воздействий приведены в Приложении 4;
- исследование объекта по его математической модели. Необходимые расчеты выполняются в пакете MathCAD при разбиении интервалов исследования на отрезки. По результатам расчетов строятся необходимые кривые (средствами того же MathCAD'а). По результатам анализа графиков следует сделать выводы-рекомендации о границах допустимых изменений коэффициентов уравнения динамики влияния на изменение управляемой величины, об оптимальности значений конструктивных параметров оборудования в отношении критерия по объему производства и по значениям параметров функции управления при фиксированных параметрах функций возмущения по критерию времени отработки управляющего воздействия.

3.1. Общий алгоритм построения математической модели

Различают аналитический, аналитико-экспериментальный и экспериментальный методы. Первый основывается на изучении физических и химических процессов и отражает уровень знаний о них. Если знания не точны или их не хватает, недостающие получают из эксперимента. Это и есть содержание второго метода. А когда совсем (или почти) ничего неизвестно, к объекту подходят как к «черному ящику», снимают ряд характеристик и их обрабатывают. Задание курсовой работы предполагает применение первого метода. Алгоритм метода внешне весьма прост:

1. Разделение процесса на элементы (звенья).
2. Анализ величин, описывающих процесс и его части.
3. Выбор выходной величины как объекта регулирования. Выбор входных/выходных величин (управляющих, возмущающих).
4. Принятие допущений.
5. Составление уравнения (-й) статики в установившемся режиме относительно значения параметра вещества, изменяющегося в процессе.
6. Составление уравнения (-й) динамики в отклонениях от установившегося режима. Если не получается, - возврат к п.4 для принятия дополнительных допущений.
7. Составление математической модели, запись ее в полном виде.
8. Запись уравнения (-й) динамики в операторной форме. Определение вида передаточных функций по каналам управления и возмущения.
9. Определение числовых значений коэффициентов передаточных функций.
10. Построение структурной схемы математической модели.
11. Исследование системы управления по математической модели.

В процессе исполнения первого этапа алгоритма происходит изучение конструкции объекта и процессов, в нем протекающих. ***При построении аналитической модели наиглавнейшим условием является понимание с чем, что и как происходит в процессе технологической операции или их последовательности.*** Многие операции выполняются над всем объемом исходного продукта. Это полностью относится к химическому взаимодействию в реакторах. Но часто собственно технологическому переделу (количественному или качественному изменению) при физических взаимодействиях подвергается не исходный продукт в целом, а только одна из его составляющих. Например, в процессах фильтрации и сушки изменяются массы только жидкой фазы, а массы твердой фазы остаются практически неизменными.

Любая технологическая операция производится в конкретном аппарате, на конкретном оборудовании, часто не позволяющем выполнить необходимый объем технологического передела. Поэтому применяется «каскадное» использование однотипного оборудования. Именно такие решения приняты в сушильной части бумагоделательных машин и в системах очистки дымовых газов от вредных примесей. При составлении математической модели допускается дифференциальное рассмотрение каждого каскада, если «нагрузка» каждого каскада различна, и интегральное рассмотрение всех каскадов вместе, если они «нагружены» равномерно.

Важным дополнением является учет возможного деления операции на этапы, проходящие в различных частях аппарата, т. е. в различных условиях по конструктивному решению. Например, во многих типах паровых и водогрейных котлов различают зону лучистого теплообмена между факелами горелок топочной камеры и водой, протекающей по экраным вертикально расположенным трубам, и зону конвективного теплообмена между топочными газами и водой, протекающей по трубам, расположенным горизонтально. Именно способ осуществления технологического передела позволяет составить перечень переменных величин (измеряемых и не измеряемых), которые могут войти элементами в математическую модель (этап 2). А связи между ними либо устанавливаются известными из теории формулами, либо дополняются результатами эксперимента (этап 3). На этом же этапе определяется состав входных и выходных величин, которые отображаются на расчетной схеме объекта управления. ***Осознание того, что подвергается переделу, приводит к пониманию способов осуществления этого передела. А именно: какие физико-химические процессы (а они описываются известными соотношениями между участвующими в них переменными величинами) должны являться содержанием технологической операции и за какое время они происходят.***

При составлении математической модели исследователь принимает решение о составе переменных для модели и степени важности тех или иных соотношений между ними. Это называется принятием допущений (этап 4). Основные допущения касаются либо пренебрежения незначимыми с точки зрения исследователя переменными, либо степени несоответствия условий протекания процесса теоретическим построениям. К принятию допущений относится и упрощение вида зависимостей между переменными - элементами модели. При этом уменьшается и число звеньев структурной схемы системы управления.

Для составления математической модели (этапы 5, 6) применяется один из двух (или оба) самых общих и всегда справедливых физических законов. Речь идёт о законе сохранения вещества (материи) и законе сохранения энергии, которая не исчезает, а переходит из одного вида в другой.

Для моделирования обычно составляются уравнения массового и/или энергетического баланса. Причем уравнения динамики составляются для приращений функций или, что то же самое, для отклонений от

установившегося режима. Таким образом, *математическая модель* (этап 7) *представляет собою совокупность текстовых и математических записей относительно всех наших знаний о процессе и аппарате, в котором этот процесс протекает, о сделанных допущениях и характере изменения управляемой величины.* И не имеет никакого значения в какой форме выполнены эти математические записи: дифференциального или интегрального уравнения, алгебраического уравнения или неравенства; ограничение или постоянство какой – либо величины. Однако нас интересует и составление структурной схемы системы управления значениями регулируемых величин. Для этого уравнение динамики записывается в операторной форме (после применения преобразования Лапласа), что позволяет составить передаточные функции по каждому каналу (этап 8). А определенные числовые значения коэффициентов передаточных функций (этап 9) с использованием значений параметров регламентного режима позволяют построить структурную схему математической модели (этап 10).

Если решить полученные уравнения относительно главной переменной величины при описанных условиях (обычно её значение и подлежит регулированию), то получим функцию изменения этой величины во времени и пространстве при фиксированных начальных или граничных условиях. Такую функцию можно исследовать математическими методами при различных видах возмущающих и управляющих воздействий и различных значениях параметров этих функций (этап 11). Результаты решений анализируются по некоторому критерию (обычно временному), а на основании анализа выдаются рекомендации по значениям параметров применяемых воздействий. И это будет конечная фаза выполнения курсовой работы.

3.2. Общая схема проведения исследования

Рассмотрим общую схему исследования для уравнения вида

$$a_1 \frac{d\Delta y}{d\tau} + a_2 \Delta y = b_1 \Delta x_1 + b_2 \Delta x_2, \quad (3.1)$$

т. е. содержащего только один вид возмущения. Каждая из функций есть функция времени: $\Delta y = \Delta y(\tau)$ – управляемая величина, $\Delta x_1 = \Delta x_1(\tau)$ – управляющее воздействие и $\Delta x_2 = \Delta x_2(\tau)$ – возмущающее воздействие, причем вид второй из них определен схемным решением системы управления, а вид третьей – практикой поведения источника возмущения в технологическом процессе. Опыт – дело хорошее, но, как правило, дает

результат качественный, а не количественный. Это означает, что возмущение может носить характер, например, скачка, но его величина и длительность неизвестна. А это значит, что функция вида

$$\Delta x_2 = A[I(\tau) - I(\tau - t)] \quad (3.2)$$

- импульс амплитудой A и длительностью t , - имеет два параметра, представления о значениях которых могут быть весьма приблизительными. Однако если мы в состоянии оценить интервалы, в которых эти параметры могут изменяться, то вполне можем назначить и некоторые конкретные значения в пределах этих интервалов.

Функция управляющего воздействия часто имеет вид экспоненты

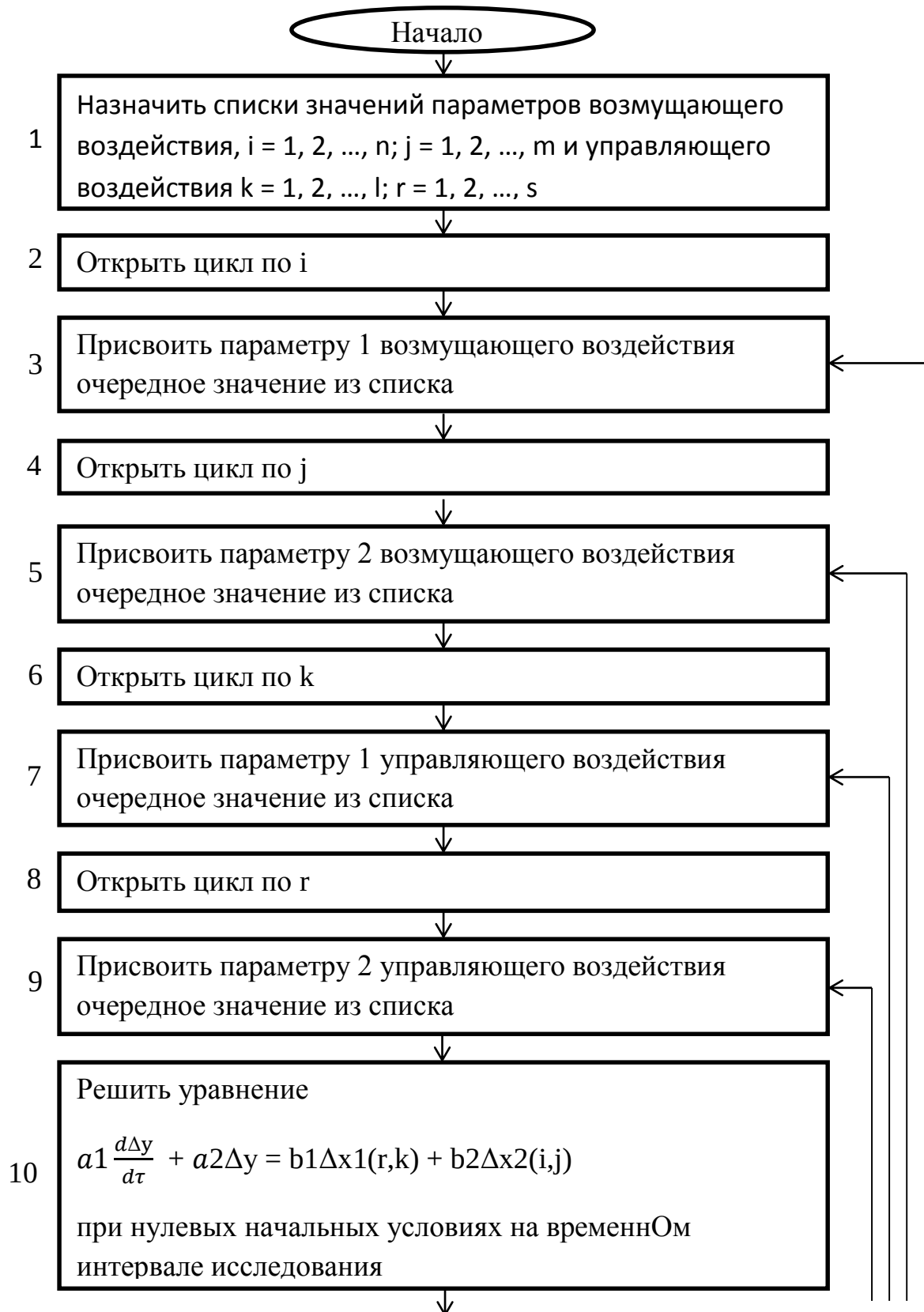
$$\Delta x_1 = Ae^{-\alpha\tau}, \quad (3.3)$$

содержащей так же два параметра. И здесь мы должны иметь представление о возможных интервалах их изменения. Ведь чем большими будут значения A и α , тем больше управление приблизится к импульсному и, возможно, «жесткому». И наоборот, чем меньше, - тем управление будет «мягче». Исследование и должно дать ответ на вопрос: насколько «жестким» или «мягким» следует выполнить управление.

При каждой назначенной комбинации значений параметров возмущающего и управляющего воздействий мы можем проследить изменение управляемой величины Δu на некотором интервале времени. Для этого надо построить график решений исходного уравнения динамики численным методом для ряда отсчетов времени на интервале исследования. Выбор частного решения определяется начальными условиями, которые мы гарантировали при составлении самого уравнения динамики. А дальше – все просто: меняем назначения в комбинации значений параметров управляющего и возмущающего воздействий, накапливаем и строим графики.

Критерии оценки характера изменения управляемой величины могут быть различными. Именно относительно выбранного критерия и следует рассматривать и оценивать полученные графики. Поскольку на графиках изображены функции времени, то и критерий оценки должен носить временной характер. Чаще всего критерий связан с качеством управления и минимизирует время переходного процесса. Это значит, что из полученного набора графиков надо выбрать такой (-ие), по которому видно, что, например, время переходного процесса минимально или является

приемлемым для технологического процесса. В соответствии с изложенным, алгоритм расчетов для исследования объекта по его математическому описанию (уравнению динамики) может быть представлен схемой на рис.1.



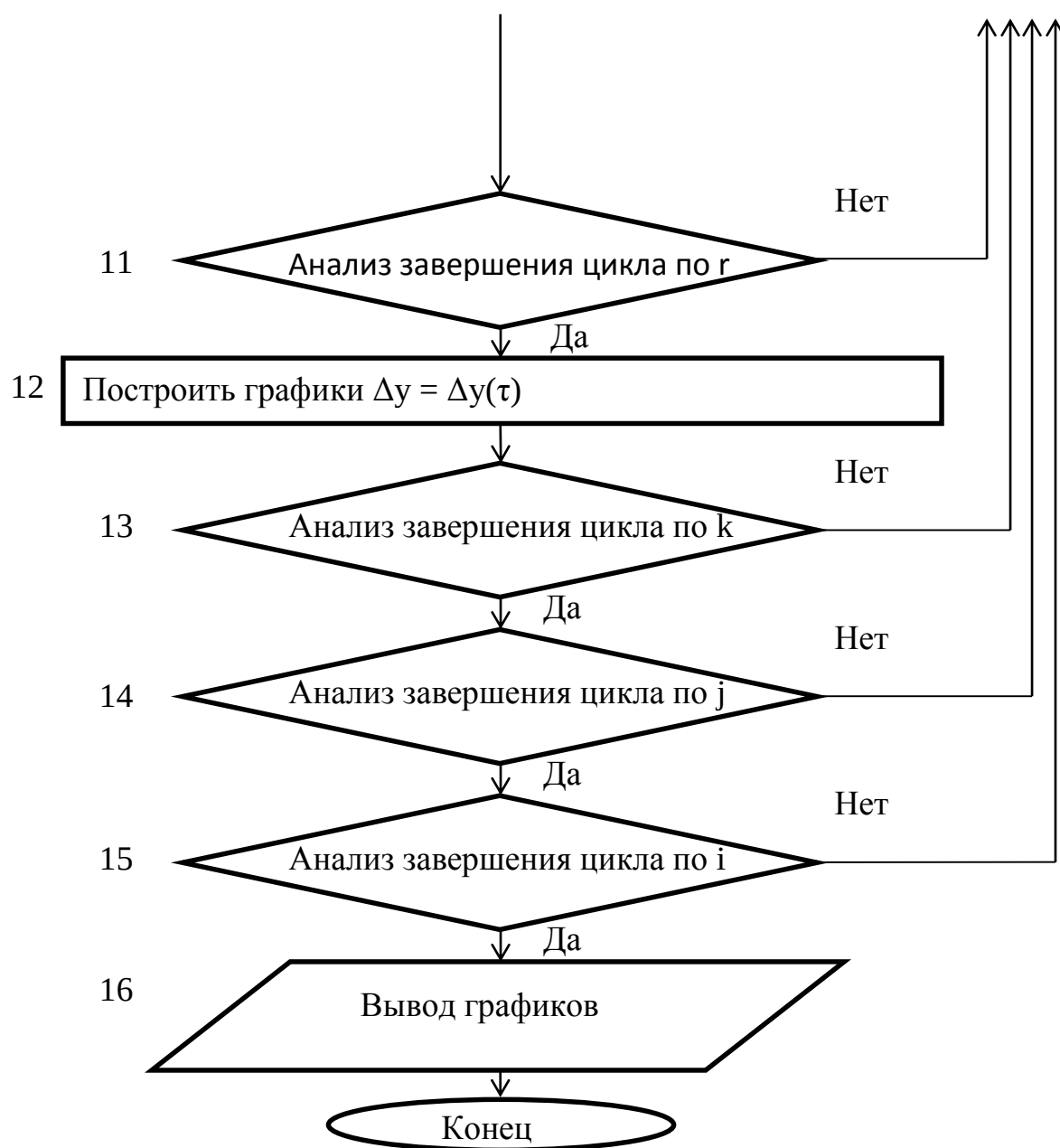


Рис.1. Общий алгоритм исследования объекта управления по его математической модели

Если будут назначены $n = 2$, $m = 1$, $l = 1$, $s = 3$, а исследуемый временной интервал разбит на 12 отрезков с шагом $T/12$, то получим 2 картинки по 3 кривые, каждая из которых построена по 12 точкам. По результатам оценки графиков может быть сделан вывод о необходимости сделать другие назначения в блоке 1 схемы расчетов или изменить временной интервал исследования и/или его разбиение на отрезки. С новыми назначениями расчет выполняется вновь, и по его результатам делаются выводы, которые либо позволяют принять окончательные рекомендации по значениям параметров воздействий, либо потребуют новых расчетов при других назначениях. Для оценки конструктивных параметров используются уравнения статики и физические соотношения между величинами в установившемся режиме.

Описанный алгоритм пригоден для его реализации любыми программными средствами. В том числе и в MathCAD'е. Но в версиях 11 – 13 придется изменять значения параметров циклов вручную с клавиатуры, что повышает вероятность ошибок. Поэтому целесообразней воспользоваться версией MathCAD14, предоставляющей возможность организовать по каждому параметру «бегунок» для прохождения заданного интервала значений, хотя и вручную (перемещением «мышки» при нажатой кнопке), но с произвольным шагом и плавно. При этом результат решения дифференциального уравнения отображается на экране монитора в реальном времени. Значит, есть возможность оценить вид переходного процесса и в случае необходимости не только вернуться к прежнему значению параметра, но и изменять его более мелким шагом. Удобство такого поиска «хороших» комбинаций значений параметров во всей области их изменения трудно переоценить.

4. ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ И ЕГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Задание: Составить математическую модель промышленного паронагревателя марки ПН 34-16-4 и исследовать его при следующих условиях: возмущающее воздействие имеет вид

$$\Delta G_{\text{в}}(\tau) = \begin{cases} k_1 \cdot \tau, & \tau < \tau_1, \\ k_1 \cdot \tau_1, & \tau \geq \tau_1; \end{cases}$$

варьируемые значения параметров – $k_1 = (0,2; 0,5; 1,0)$; $\tau_1 = (1; 1,5; 2,7)$;

управляющее воздействие имеет вид

$$\Delta G_{\text{п}}(\tau) = -A(e^{-\alpha\tau} - 1),$$

варьируемые значения параметров - $A=(0,5; 1,0; 1,25; 2,75; 5,5)$;
 $\alpha=(0,1; 0,15; 0,2; 0,25)$.

Рассмотрим паронагреватель марки ПН 34-16-4, предназначенный для подогрева воды насыщенным паром. Его чуть упрощенная конструкция изображена на рис. 4.1, а технические характеристики – в следующей таблице:

Поверхность нагрева, м ²	34
Расход воды, т/час	50 – 100
Рабочие параметры	
по пару:	
давление, атм	3 – 5
температура, °С	240 – 400
по воде:	
давление, атм	до 10
температура, °С	до 200
Количество трубок	256
Размер трубки, мм	16 x 1
Число ходов воды	4
Вес (корпус – нерж. сталь, трубки – латунь)	
сухой, т	2,068
заполненный водой при 10 атм, т	2,176
Подсоединения:	
Вход питательной воды	А
Выход питательной воды	Б
Вход пара	В
Выход конденсата	Г .

Как видим, в таблице технических характеристик не приведен целый ряд необходимых для построения математической модели параметров: температуры питательной воды на входе в аппарат и выходе из аппарата, расход пара, температура окружающей среды, в которой аппарат эксплуатируется. Значения одних придется брать из принимаемого регламентного режима, других – определять расчетным путем.

Исходя из диапазонов значений величин паспортных данных ПН 34-16-4, в качестве регламентных значений примем:

- для расхода воды – $G_{в0} = 72$ т/ч (это 20 кг/с),
- для температуры пара при давлении 4 атм - $t_{п0} = 300$ °С,
- для температуры питательной воды на входе при давлении 6 атм - $t_{10} = 20$ °С,

- для температуры питательной воды на выходе - $t_{20} = 150\text{ }^{\circ}\text{C}$ (она принята близкой к температуре кипения при 6 атм, как это применяется на практике),
- для температуры окружающей среды - $t_{oc.0} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

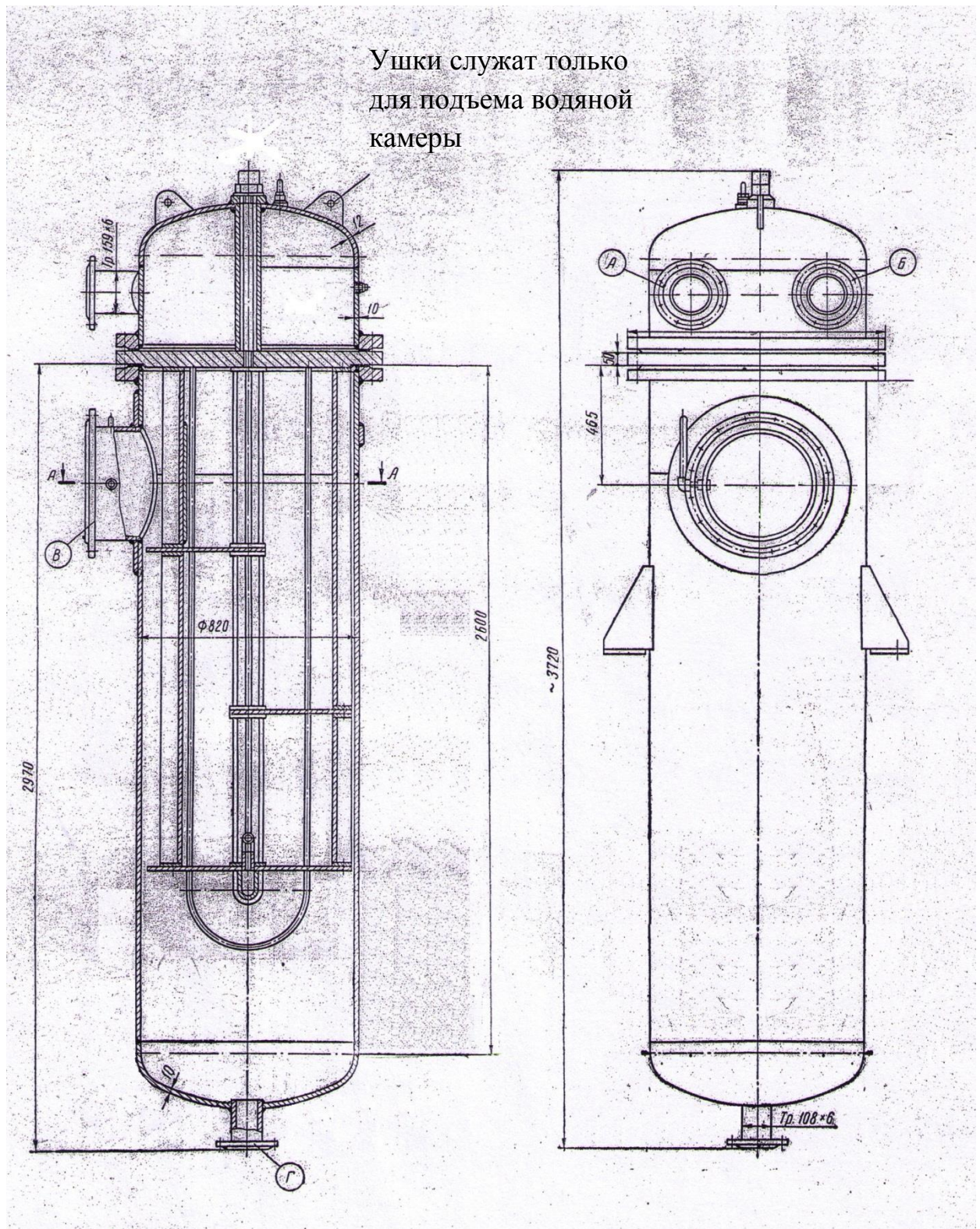


Рис. 4.1а. Паронагреватель марки ПН, виды спереди и сбоку

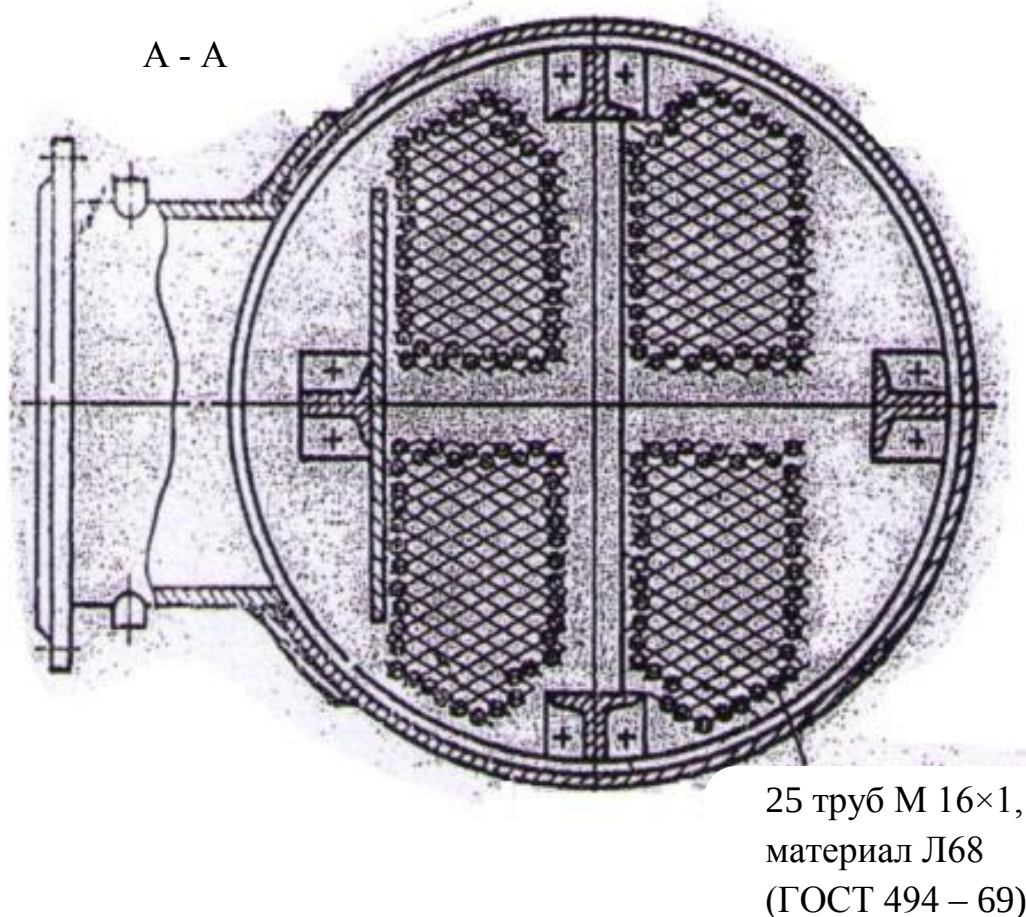


Рис. 4.1б. Паронагреватель марки ПН, сечение АА на рис. 4.1а

В соответствии с конструкцией аппарата, расчетная его схема изобразится так, как показано на рис. 4.2. Технологический процесс в аппарате есть теплообмен теплоносителей через стенки латунных трубок, а теплота, выделяющаяся при конденсации пара, расходуется на нагрев воды и элементов конструкции самого аппарата.

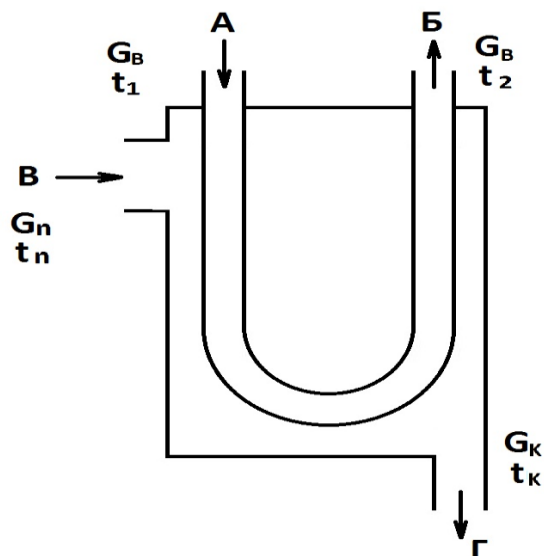


Рис. 4.2. Расчетная схема теплообменника

Введем в рассмотрение следующие величины, участвующие в процессе передачи тепла от горячего носителя – пара к холодному носителю – питательной воде:

- расход воды на входе – G_1 , кг/с;
- температура воды на входе – t_1 , °С;
- расход нагретой воды на выходе – G_2 , кг/с (естественно, $G_2 = G_1 = G_B$);
- температура нагретой воды на выходе – t_2 , °С;
- расход пара при температуре 300 °С и давлении 4 атм – $G_{\text{п}}$, кг/с;
- расход конденсата с температурой $t_k = 143^\circ\text{С}$ – G_k , кг/с;
- расход теплоты в аппарате на нагрев находящейся в нем воды – Q_B , кДж/с;
- расход теплоты в аппарате на нагрев латунных трубок – $Q_{\text{т}}$, кДж/с;
- расход теплоты, вносимой в аппарат паром – $Q_{\text{п}}$, кДж/с;
- расход теплоты, вносимой в аппарат водой – Q_1 , кДж/с;
- расход теплоты, уносимой из аппарата с водой – Q_2 , кДж/с;
- расход теплоты, уносимой из аппарата с конденсатом – Q_k , кДж/с;
- расход теплоты, передаваемой аппаратом в атмосферу – $Q_{\text{пот}}$, кДж/с.

По условиям протекания установившегося процесса логично допустить, что такие параметры нагреваемой воды, как ее объем V в аппарате, плотность ρ_B и теплоемкость c_B остаются постоянными, а при полной конденсации пара $G_k = G_{\text{п}}$. Поскольку толщина стенок латунных трубок по паспорту всего 1 мм, то мы не внесем большой погрешности, посчитав значение температуры воды в аппарате и самих стенок равной средней температуре воды на входе и выходе, т.е. $t_B = t_{\text{ст}} = 0,5(t_1 + t_2)$. Для составления математической модели дополнительно примем следующие допущения: $t_{\text{п}} = \text{const}$ и $t_1 = \text{const}$.

Физические зависимости между рассматриваемыми величинами будем использовать по мере возникновения в них надобности.

В результате рассмотрения технологического процесса в аппарате, условий его протекания и сделанных допущений переменным величинам в процессе разумно сделать следующие назначения:

- управляемая величина – t_2 , так как этот параметр существенно влияет на затраты энергии в последующих операциях с нагретой водой (как правило – генерация и перегрев пара),
- возмущающая величина – G_B , так как количество нагретой воды определяет производительность по пару в дальнейшем,
- управляющая величина – $G_{\text{п}}$, так как пар низкого давления относительно дешёв. Формально последние два назначения можно поменять местами.

Теперь, когда все формальности выполнены, можем составить уравнение энергетического (теплового) баланса для прихода-расхода тепла (в кДж/с) в аппарате при его функционировании в установившемся режиме

$$Q_B = Q_{\Pi} + Q_1 - Q_T - Q_2 - Q_K - Q_{\text{пот.}}, \quad (4.1)$$

где входящие в уравнение величины уже были описаны при их включении в перечень рассматриваемых, а знаки слагаемых соответствуют приходу тепла в аппарат (+) и его расходу (-).

С возникновением возмущающего воздействия за время Δt все остальные величины, входящие в уравнение статики (установившегося режима), получают свои отклонения (приращения), а уравнение в приращениях запишется в виде

$$\Delta Q_B = (\Delta Q_{\Pi} + \Delta Q_1 - \Delta Q_T - \Delta Q_2 - \Delta Q_K - \Delta Q_{\text{пот.}}) \cdot \Delta t. \quad (4.2)$$

Каждое из этих приращений будем оценивать отдельно, начиная с теплоты, постоянно находящейся в аппарате.

$$Q_B = V \cdot \rho_B \cdot c_B \cdot (t_B - t_1), \quad (4.3)$$

а если, как решили при анализе процесса, считать $t_B = 0,5(t_1 + t_2)$, то

$$Q_B = 0,5 V \cdot \rho_B \cdot c_B \cdot (t_2 - t_1). \text{ С учетом допущения о том, что } t_1 = \text{const}, Q_B = Q_B(t_2). \text{ Поэтому } \Delta Q_B = 0,5 V \cdot \rho_B \cdot c_B \cdot \Delta t_2. \quad (4.4)$$

$$\text{По закону Ньютона-Рихмана } Q_T = \alpha \cdot F_T \cdot (t_K - t_{\text{ст}}). \quad (4.5)$$

Но $t_K = \text{const}$ и $t_1 = \text{const}$, а $t_{\text{ст}} = 0,5(t_1 + t_2)$, поэтому $Q_T = Q_T(t_2)$ и

$$\Delta Q_T = -0,5\alpha \cdot F_T \cdot \Delta t_2. \quad (4.6)$$

Переходим к оценке теплоты, приходящей в аппарат.

$$Q_{\Pi} = i_{\Pi} \cdot G_{\Pi}. \quad (4.7)$$

Значения i_{Π} при различных давлениях табулированы: при давлении 4 атм $i_{\Pi} = 2744$ кДж/кг. Поэтому $Q_{\Pi} = Q_{\Pi}(G_{\Pi})$ и $\Delta Q_{\Pi} = i_{\Pi} \cdot \Delta G_{\Pi}$.

$$Q_1 = c_B \cdot G_B \cdot t_1. \quad (4.9)$$

С учетом допущений $c_B = \text{const}$ и $t_1 = \text{const}$ $Q_1 = Q_1(G_B)$ и

$$\Delta Q_1 = c_B \cdot t_{10} \cdot \Delta G_B. \quad (4.10)$$

Из аппарата уходят:

$$Q_2 = c_B \cdot G_B \cdot (t_2 - t_1). \quad (4.11)$$

С учетом допущений $Q_2 = Q_2(G_B, t_2)$ и

$$\Delta Q_2 = c_B \cdot (t_{20} - t_{10}) \cdot \Delta G_B + c_B \cdot G_{B0} \cdot \Delta t_2; \quad (4.12)$$

$$Q_K = c_K \cdot t_K \cdot G_K. \quad (4.13)$$

Конденсат есть вода. Поэтому $c_K = \text{const}$. Кроме того, по допущению о полной конденсации пара $G_K = G_{\Pi}$. Тогда $Q_K = Q_K(G_{\Pi})$ и

$$\Delta Q_K = c_K \cdot t_K \cdot \Delta G_{\Pi}. \quad (4.14)$$

Если под потерями понимать теплоту, отдаваемую конденсатом через стенку корпуса аппарата, то по закону Фурье

$$Q = (\lambda_{\text{ст.к}} / \delta_{\text{ст.к}}) \cdot F_{\text{ст.к}} \cdot (t_K - t_{\text{о.с.}}), \quad (4.15)$$

где λ , δ и F - коэффициент теплопроводности, толщина и площадь внутренней поверхности стенки корпуса аппарата, а $t_{o.c}$ – температура окружающей среды. Поскольку все входящие в формулу величины являются либо константами ($\lambda_{ст.к}$, t_k), либо фиксированы конструкцией аппарата ($\delta_{ст.к}$, $F_{ст.к}$) и условиями эксплуатации ($t_{o.c}$), $Q_{пот}$ не зависит от величин, включенных нами в рассмотрение. Это означает, что

$$\Delta Q_{пот} = 0. \quad (4.16)$$

Теперь все величины, входящие в уравнение в отклонениях, известны. Осталось подставить их в уравнение (4.2) и выполнить некоторые простые преобразования.

$$0,5 V \cdot \rho_B \cdot c_B \cdot \Delta t_2 = (i_{п} \Delta G_{п} + c_B t_{10} \cdot \Delta G_B + 0,5 \alpha \cdot F_T \cdot \Delta t_2 - c_B (t_{20} - t_{10}) \Delta G_B - c_B \cdot G_{B0} \Delta t_2 - c_k t_k \Delta G_{п}) \Delta \tau.$$

После группирования слагаемых относительно приращений рассматриваемых переменных (Δt_2 , $\Delta G_{п}$, ΔG_B), переноса выражения, содержащего управляемую переменную, в левую часть, деления обеих частей уравнения на $\Delta \tau$ и выполнения предельного перехода при $\Delta \tau \rightarrow 0$ получим уравнение динамики в виде

$$0,5 V \cdot \rho_B \cdot c_B \cdot \frac{d\Delta t_2}{d\tau} + (c_B G_{B0} - 0,5 \alpha \cdot F_T) \cdot \Delta t_2 = (i_{п} - c_k t_k) \Delta G_{п} + c_B \cdot (2 t_{10} - t_{20}) \cdot \Delta G_B. \quad (4.17)$$

Теперь введем обозначения:

$$0,5 V \cdot \rho_B \cdot c_B / (c_B G_{B0} - 0,5 \alpha \cdot F_T) = T; \quad (4.18)$$

$$(i_{п} - c_k t_k) / (c_B G_{B0} - 0,5 \alpha \cdot F_T) = K1; \quad (4.19)$$

$$c_B (2 t_{10} - t_{20}) / (c_B G_{B0} - 0,5 \alpha \cdot F_T) = K2, \quad (4.20)$$

после чего уравнение динамики примет хорошо знакомый вид:

$$T \frac{d\Delta t_2}{d\tau} + \Delta t_2 = K1 \Delta G_{п} + K2 \Delta G_B. \quad (4.21)$$

Теперь задача свелась к определению численных значений постоянной времени T и коэффициентов $K1$ и $K2$. Чтобы убедиться в том, что T – постоянная именно времени, достаточно проверить ее размерность

$$[T] = \left[\frac{\frac{\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot ^\circ \text{К}}}{\frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{К} \cdot \text{с}} - \frac{\text{Вт} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^2 \cdot ^\circ \text{К}}} \right] = [с], \quad \text{так как} \quad \frac{\text{Дж}}{с} = \text{Вт}.$$

Для определения значения T кроме табличных значений $\rho_v = 970 \text{ кг/м}^3$ и $c_v = 4,19 \text{ кДж/(кг} \cdot ^\circ\text{С)}$ *, регламентного значения расхода воды $G_{в0}$, необходимо вычислить по конструктивным параметрам общую площадь F_T контакта пара с трубками и объем воды в трубках, а также коэффициент теплопередачи α при конденсации пара на вертикальных стенках трубок.

При расчете F_T закругления труб при смене направления хода воды заменим прямыми участками и будем считать длину трубок $L = 2,6 \text{ м}$.

$$\text{Тогда } F_T = \pi \cdot d_{\text{нар}} \cdot L \cdot n. \quad (4.22)$$

$$F_T = 3,14 \cdot 16 \cdot 10^{-3} \cdot 2,6 \cdot 256 = 33,44 \text{ м}^2.$$

Для вычисления α воспользуемся формулой (4.52) на с. 161 в *. Она как раз для случая конденсации водяного пара на пучке вертикальных труб:

$$\alpha = 2,04 \cdot 7420 / (L \cdot \Delta t)^{1/4}. \quad (4.23)$$

Здесь Δt определим как разницу между температурой конденсата на внешних поверхностях трубок и средней температурой воды в трубках:

$\Delta t = 143 - 0,5(20 + 150) = 58 \text{ }^\circ\text{С}$. Тогда $\alpha = 2,04 \cdot 7420 / (2,6 \cdot 58)^{1/4}$, что составляет $4319,86 \text{ Вт/(м}^2 \cdot ^\circ\text{К)}$ или $4,32 \text{ кДж/(м}^2 \cdot ^\circ\text{К)}$.

Внутренний объем труб считается легко:

$$V = \pi \cdot d_{\text{вн}}^2 \cdot L \cdot n / 4 \quad (4.24)$$

$$V = 3,14 \cdot 14^2 \cdot 10^{-6} \cdot 2,6 \cdot 256 / 4 \approx 0,1 \text{ м}^3.$$

Определим значение постоянной времени по (4.18):

$$T = 0,1 \cdot 970 \cdot 4,19 / (2(4,19 \cdot 20 - 0,5 \cdot 4,32 \cdot 33,44)) = 406,43 / 2 \cdot 11,57 = 17,56 \text{ с}.$$

При определении значения коэффициента $K1$ необходимо знать удельную энтальпию пара. Ее значение уже было найдено по таблице состояний воды и водяного пара, а за значение теплоемкости конденсата (ведь это уже вода) возьмем значение для c_v при $143 \text{ }^\circ\text{С}$.

По формулам (4.19) и (4.20):

$$K1 = (2744 - 4,18 \cdot 143) / (4,19 \cdot 20 - 0,5 \cdot 4,32 \cdot 33,44) = 2146,26 / 11,57 = 185,5.$$

$$K2 = 4,19 \cdot (2 \cdot 20 - 150) / (4,19 \cdot 20 - 0,5 \cdot 4,32 \cdot 33,44) = -460,9 / 11,57 = -39,836.$$

И уравнение динамики приобретает окончательный вид

$$17,56 \cdot \frac{d\Delta t_2}{d\tau} + \Delta t_2 = 185,5 \cdot \Delta G_{\text{п}} - 39,836 \cdot \Delta G_{\text{в}}. \quad (4.25)$$

* Павлов К.Ф., Романков П.Г., Носков А.А. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. М: Альянс, 2006. Значения плотности и теплоемкости воды взяты по табл. IV и номограмме рис. XI при $t = 85 \text{ }^\circ\text{С}$ (это – средняя температура воды в трубках).

Теперь можно выписать полную математическую модель. Но для этого не хватает регламентного значения расхода пара. Для составления уравнения динамики значение $G_{п0}$ не потребовалось, но оно входит в уравнение статики. И расходуется подаваемый пар, в том числе, и на потери тепла. Сами потери были оценены как не зависящие от рассматриваемых нами величин в силу постоянства температуры конденсата. Но знать-то их надо. Поэтому в соответствии с законом Фурье (4.15): $Q_{пот} = 17,5 \cdot 0,82 \cdot \pi \cdot 2,6 \cdot (143 - 20) / 0,01 \approx 1441$ кДж/с. Такую теплоту содержит пар $G_{пп}$, теплота которого пошла на потери. Его расход в соответствии с (4.7) есть $G_{пп} = 1441 / 2744 = 0,525$ кг пара /с. Расход пара только на нагрев воды можно определить по формуле

$$G_{пв} = c_v \cdot G_v \cdot (t_{20} - t_{10}) / (i_{п} - i_k). \quad (4.26)$$

Смысл ее прост: скрытая теплота парообразования, выделяющаяся при конденсации, расходуется на нагрев воды от температуры t_{10} до t_{20} .

$$G_{пв} = 4,2 \cdot 20 \cdot 130 / (2744 - 601) = 5,1 \text{ кг/с.}$$

Общий расход пара, естественно, равен сумме

$$G_{п0} = G_{пп} + G_{пв}. \quad (4.27)$$

$$G_{п0} = 5,625 \text{ кг /с.}$$

Здесь уместно проверить, с каким КПД работает аппарат. Ведь на практике он составляет не менее 0,9. $\text{КПД} = 5,1 / 5,625 = 0,907$. Отсюда можно заключить, что наши расчеты не противоречат существующей практике эксплуатации аппаратов подобного типа. Но вернемся к основной задаче: выписыванию математической модели в явном виде и построению структурной схемы системы управления технологическим объектом по его математической модели.

Полная математическая модель представлена на с. 23.

Для построения структурной схемы системы управления по математической модели к обеим частям уравнения (4.25) применим преобразование Лапласа. Получим уравнение

$$17,56p \cdot \overline{\Delta t_2} + \overline{\Delta t_2} = 185,5 \cdot \overline{\Delta G_{п}} - 39,836 \cdot \overline{\Delta G_v}.$$

Теперь передаточные функции по каналам управления и возмущения легко могут быть определены:

$$W_1(p) = \frac{185,5}{17,56p+1}, \quad W_2(p) = - \frac{39,836}{17,56p+1}$$

Структурная схема системы управления технологическим объектом по математической модели изображена на рис. 4.3.

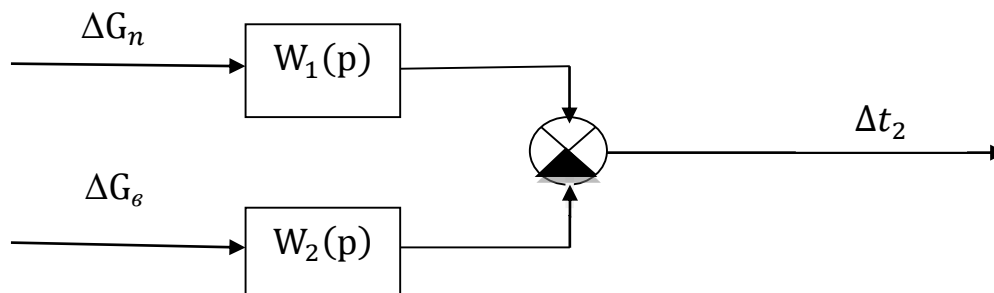


Рис. 4.3. Структурная схема управления по математической модели

Полная математическая модель выглядит так:

Конструктивные параметры:

$L = 2,6$ м; $d_{тр} = 16 \times 1$; $D_{вн} = 0,82$ м; $\delta_{ст.к.} = 0,01$ м;

$V = \text{const}$, $F_{тр} = \text{const}$.

Допущения:

$\rho_v = \text{const}$; $c_v = \text{const}$; $G_k = G_{\pi}$; $t_{\pi} = \text{const}$ и $t_1 = \text{const}$.

Использованные соотношения между рассматриваемыми величинами:

все, указанные в тексте по составлению модели.

Уравнение статики:

$$Q_v = Q_{\pi} + Q_1 - Q_T - Q_2 - Q_k - Q_{пот}$$

Уравнение динамики:

$$0,5 V \cdot \rho_v \cdot c_v \cdot \frac{d\Delta t_2}{d\tau} + (c_v \cdot G_{v0} - 0,5 \alpha \cdot F_T) \cdot \Delta t_2 = (i_{\pi} - c_k \cdot t_k) \cdot \Delta G_{\pi} + c_v \cdot (2 t_{10} - t_{20}) \cdot \Delta G_v.$$

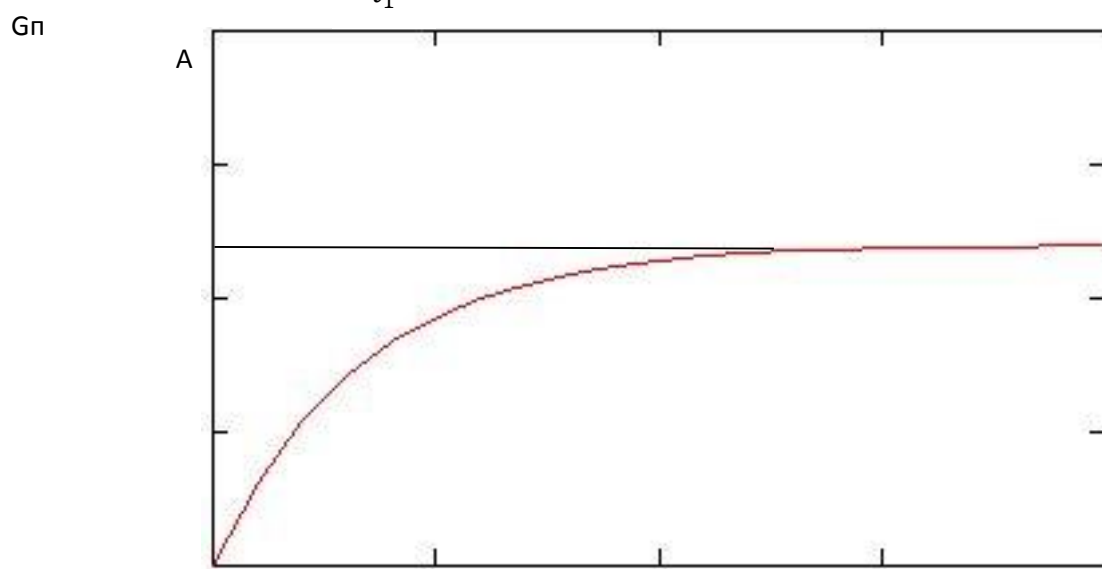
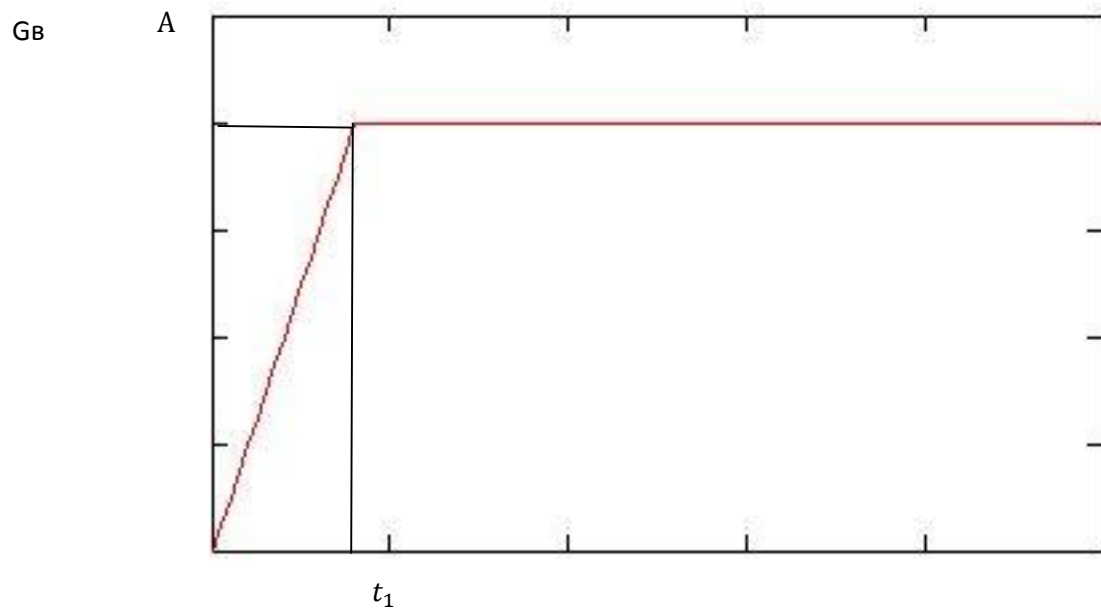
Регламентный режим:

($t_{10} = 20$ °C, $G_{v0} = 20$ кг/с, $t_{20} = 150$ °C, $G_{\pi 0} = 5,625$ кг /с, $t_{oc.0} = 20$ °C, $p_v = 6$ атм, $p_{\pi} = 4$ атм, $t_{\pi} = 300$ °C)

Уравнение динамики для паронагревателя марки ПН:

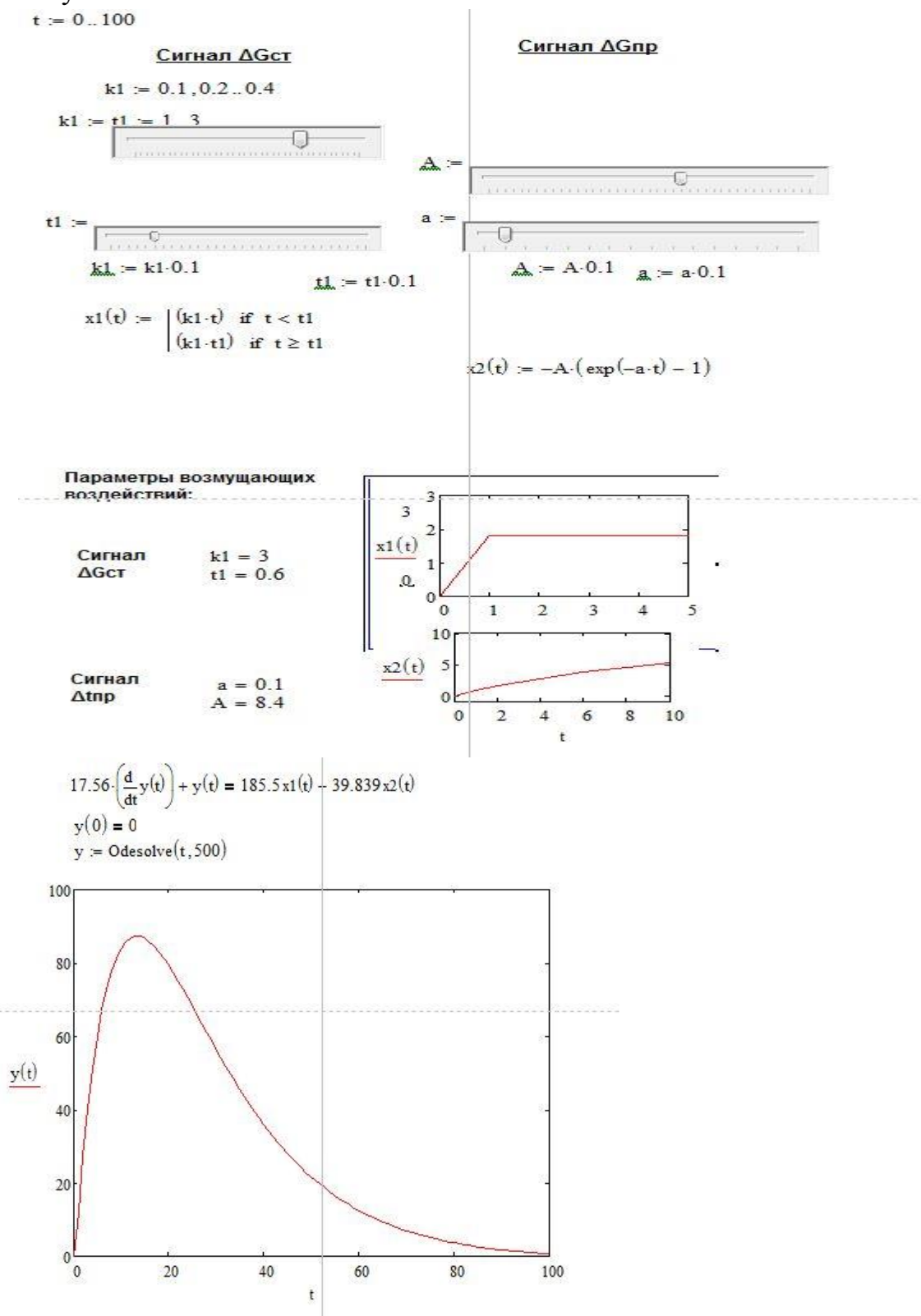
$$17,56 \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) + y(t) = 185,5 x_1(t) - 39,839 x_2(t).$$

Функции управляющего и возмущающих воздействий задаются в следующем виде:



Для исследования воспользуемся пакетом Mathcad-14 его функциями и инструментами:

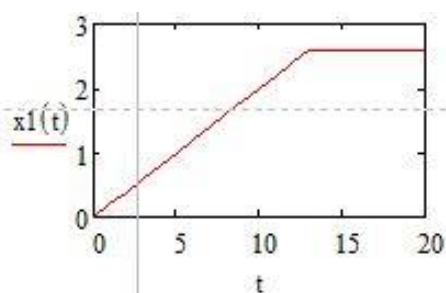
Численные решения дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты с построением графика решения; Для изменения отклонения заданных параметров функций управляющего и возмущающих воздействий в фиксированных границах, воспользуемся элементом управления «ползунок».



Для различных комбинаций значений параметров управляющего и возмущающих воздействий решения имеют вид:

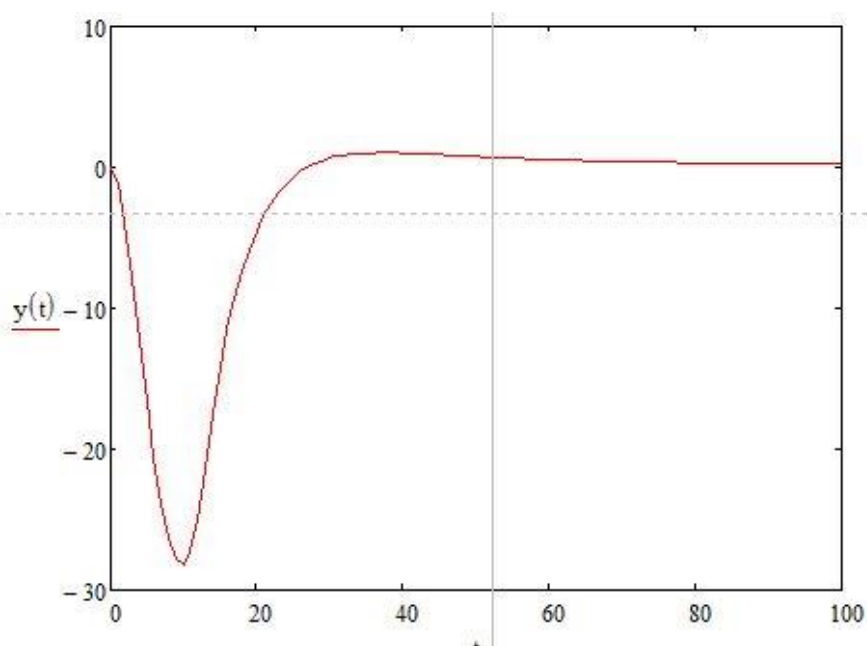
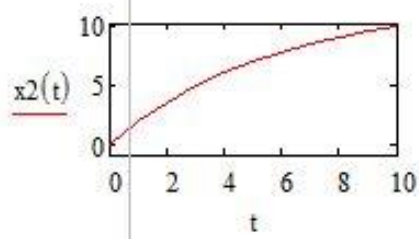
Параметры возмущающих
воздействий:

Сигнал $k_1 = 0.2$
 $\Delta G_{ст}$ $t_1 = 13$



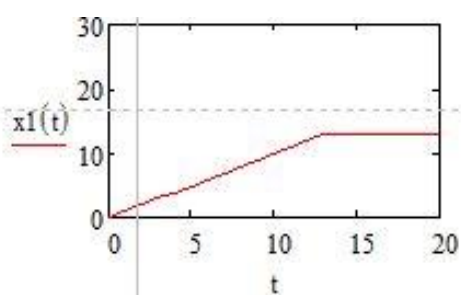
Параметры управляющего
воздействия:

Сигнал $a = 0.17$
 Δt_{np} $A = 12.1$



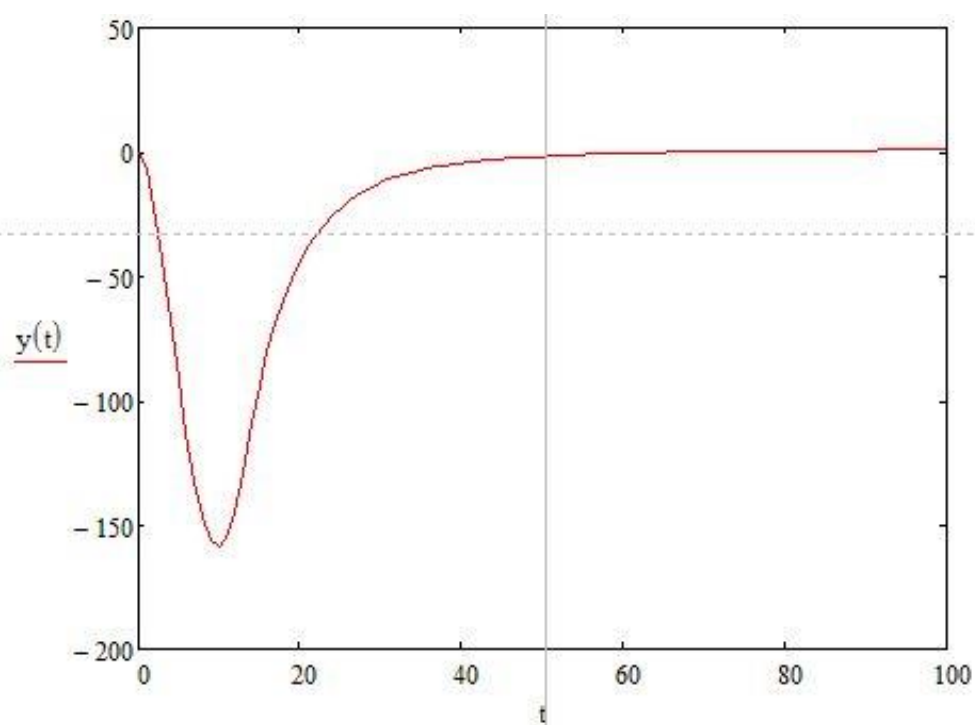
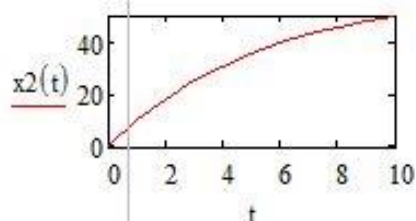
Параметры возмущающих
воздействий:

Сигнал $k1 = 1$
 $\Delta G_{ст}$ $t1 = 13$



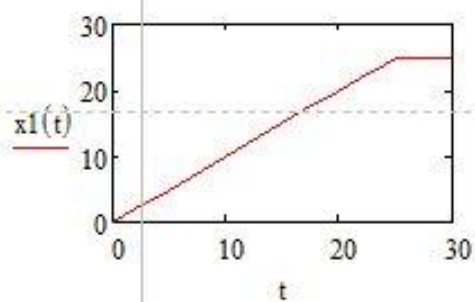
Параметры управляющего
воздействия:

Сигнал $a = 0.18$
 $\Delta t_{пр}$ $A = 60.5$



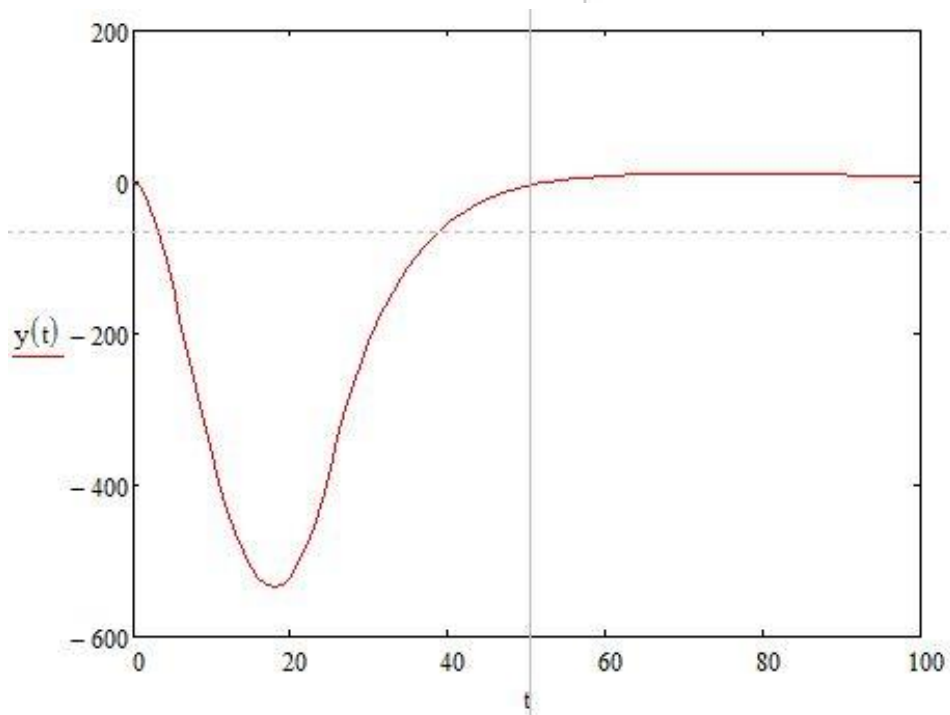
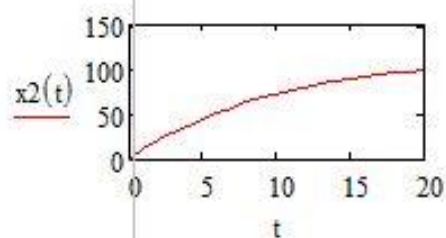
Параметры возмущающих
воздействий:

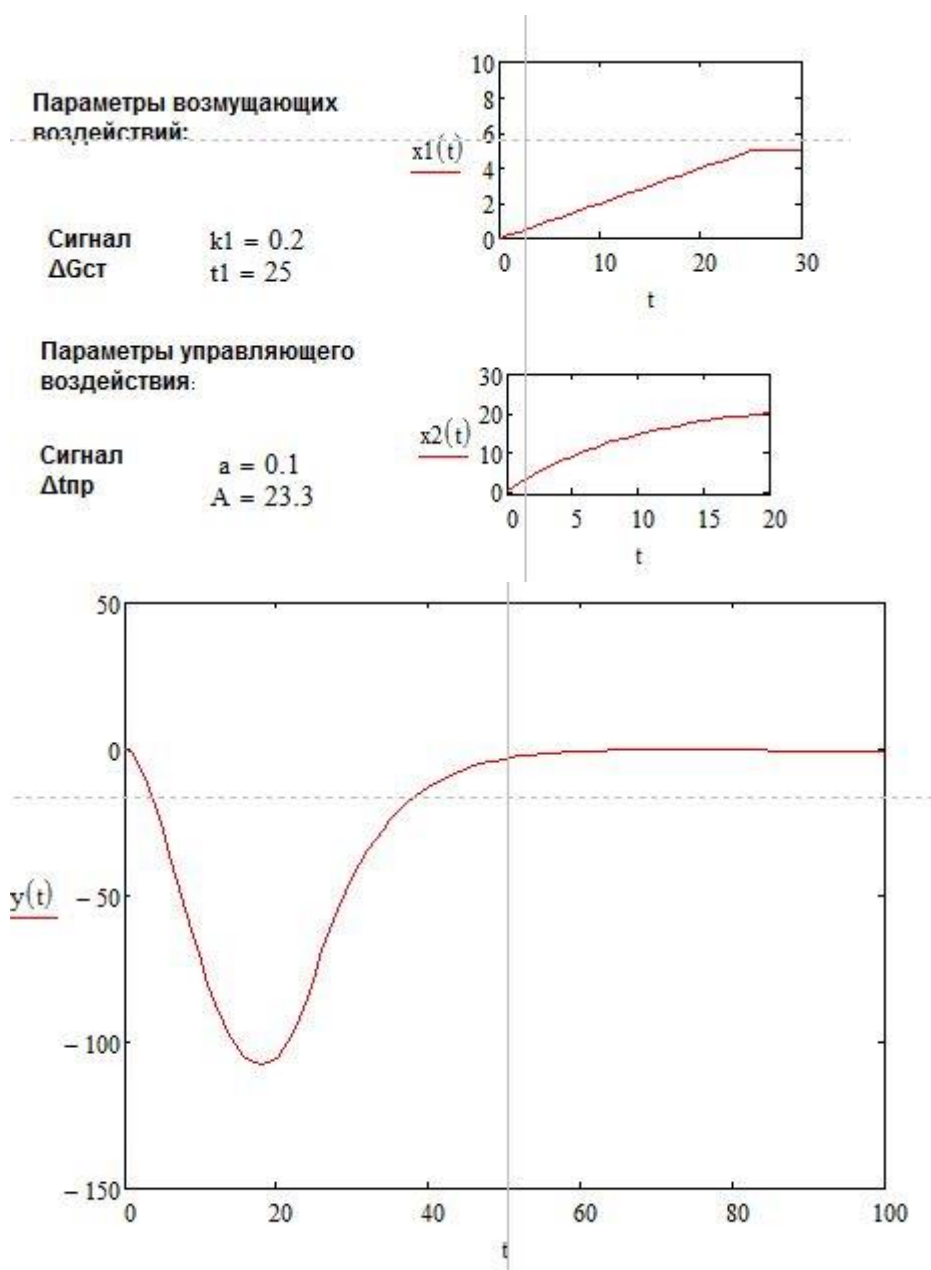
Сигнал $k_1 = 1$
 $\Delta G_{ст}$ $t_1 = 25$



Параметры управляющего
воздействия:

Сигнал $a = 0.1$
 $\Delta n_{пр}$ $A = 116.2$





В результате сравнительного анализа полученных графиков переходных процессов можно сделать следующий вывод:

наименьшее время переходного процесса достигнуто при значении параметров

$K_1=0.2$ $A=12,1$

$t_1=13$ $a=0.17$

Эти значения могут быть рекомендованы для контроля в технологическом процессе с целью скорейшего возврата к параметрам регламентного режима.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования

**«Санкт-Петербургский государственный технологический университет
растительных полимеров»**

Факультет автоматизированных систем управления технологическими процессами

Кафедра автоматизации технологических процессов и производств

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

по дисциплине «ММ ТП»

Студенту _____ группа _____

Тема работы: **Составление математической модели и исследование по ней**

Содержание пояснительной записки

1. Описание механизма моделируемого технологического процесса в существующем оборудовании.
2. Определение параметров: входных и выходных, управления и возмущения (контролируемых и неконтролируемых).
3. Оценка значимости влияния параметров на результаты процесса. Определение связей между параметрами.
4. Выбор и обоснование перечня допущений для составления математической модели. Согласовано _____ (п/п)
5. Составление математической модели объекта
6. Вывод и построение структурной схемы математической модели
7. Определение значений постоянной времени и коэффициентов передаточных функций по регламенту работы оборудования.
8. Исследование объекта по его математической модели. Перечень параметров согласован _____ (п/п)

Графическая часть

1. Расчетная схема объекта управления
2. Структурная схема математической модели
3. Графики исследуемых параметров.

Задание на выполнение курсовой работы выдано _____.

Срок представления курсовой работы _____

Руководитель _____

Исполнитель _____

подпись

подпись

Содержание разделов пояснительной записки:

1. Описать аппарат или его узел, в котором выполняется технологический процесс (технологическая операция). Описать существо технологического(-ой) процесса (операции) с указанием регламентных значений параметров процесса.
2. Назначить роли параметрам процесса с точки зрения цели моделирования,
3. Дать инженерную оценку каждого параметра с точки зрения его воздействия на величину регулируемого параметра. Привести формулы, связывающие параметры процесса между собой и необходимые для использования при составлении модели.
4. Составить перечень допущений с обоснованием каждого из них. Согласовать допущения с руководителем.
5. Составить уравнение(-я) баланса и вывести дифференциальное уравнение относительно изменения регулируемой величины в отклонениях от установившегося режима.
6. В результате применения преобразования Лапласа составить выражения для управления значением регулируемой величины и составить структурную схему управления объектом по его математической модели.
7. Выписать выражения для постоянной времени и коэффициентов передаточных функций и вычислить их численные значения с использованием регламентных значений параметров.
8. Выполнить исследования конструктивных параметров и параметров функций управления и возмущений согласованного аналитического вида в назначенных интервалах их изменения. Необходимые расчеты выполнить, например, в пакете MathCAD.

ПРИМЕРНЫЕ ТЕМЫ ЗАДАНИЙ КУРСОВЫХ РАБОТ

1. Составление математической модели парогенератора и пароперегревателя.
2. Составление математической модели пароохладителя и пароконденсатора.
3. Составление математической модели вакуум-фильтра промывки целлюлозы после варки.
4. Составление математической модели котла ПТВМ.
5. Составление математической модели котла ДКВР.
6. Составление математической модели стабилизатора давления пара на выходе ресивера.
7. Составление математической модели смесителя бумажной массы и химикатов.
8. Составление математической модели сеточной части БДМ.
9. Составление математической модели сушильной части БДМ.
10. Составление математической модели участка подготовки бумажной массы.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«Санкт-Петербургский государственный технологический
университет растительных полимеров»**

Факультет автоматизированных систем управления технологическими процессами
Кафедра автоматизации технологических процессов и производств

дисциплина: «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ
УПРАВЛЕНИЯ»

Курсовая работа

на тему:

Исполнитель: / Ф.И.О /

Руководитель: / Ф.И.О /

Санкт-Петербург

2013

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Варианты формирования заданий на исследование объекта управления по его математической модели

№ п/п	Объект	Регулиру- емая величина	Исследование с вариацией			
			конструктивных параметров	вида воздействия		
				$AI(\tau-a)$	$A[I(\tau-a) - I(\tau-b)]$	$A\exp(-a\tau)$
1	Котел ДКВР	t воды	P1, P2	-	-	-
2	Котел ДКВР	t воды	-	$A=....$ $a=.....$	$A=...$ $a=...$ $b=...$	-
3	Котел ПТВМ	G пара	P1, P3	$A=....$ $a=.....$	-	-
4	Котел ПТВМ	G пара	-	-	$A=...$ $a=...$ $b=...$	$A=....$ $a=...$

.....