

**Д. А. Ковалёв
В. А. Шаряков
О. Л. Шарякова**

**ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
РАСЧЕТ ОБЛАСТИ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ
ПАРАМЕТРОВ ПРОЕКТИРУЕМОГО ЗВЕНА САУ
Часть 1**

**Учебно-методическое пособие
по курсовому проектированию**

**Санкт-Петербург
2025**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«Санкт-Петербургский государственный университет
промышленных технологий и дизайна»
Высшая школа технологии и энергетики**

**Д. А. Ковалёв
В. А. Шаряков
О. Л. Шарякова**

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
РАСЧЕТ ОБЛАСТИ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ
ПАРАМЕТРОВ ПРОЕКТИРУЕМОГО ЗВЕНА САУ

Часть 1

**Учебно-методическое пособие
по курсовому проектированию**

Утверждено Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД

Санкт-Петербург
2025

УДК 62-5(07)
ББК 32.66я7
К 560

Рецензенты:

кандидат технических наук, доцент ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский
государственный архитектурно-строительный университет»

А. Е. Епишкин;

кандидат технических наук, доцент Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна

С. Л. Горобченко

Ковалёв, Д. А.

К 560 Теория автоматического управления. Расчет области допустимых значений параметров проектируемого звена САУ. Часть 1: учебно-методическое пособие по курсовому проектированию / Д. А. Ковалёв, В. А. Шаряков, О. Л. Шарякова. — СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2025. – 38 с.

Учебно-методическое пособие по курсовому проектированию соответствует программе и учебному плану дисциплины «Теория автоматического управления» для студентов, обучающихся по направлению подготовки 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств».

Учебно-методическое пособие содержит основной теоретический материал по разделу «Теория линейных систем автоматического управления». Учебно-методическое пособие содержит задания, рекомендации по выполнению отдельных разделов работы и пример выполнения.

Пособие предназначено для подготовки бакалавров очной и заочной форм обучения. Отдельные разделы пособия могут быть полезны аспирантам, магистрам и специалистам, работающим в области автоматизации технологических процессов и производств.

УДК 62-5(07)
ББК 32.66я7

© ВШТЭ СПбГУПТД, 2025
© Ковалёв Д. А., Шаряков В. А.,
Шарякова О. Л., 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА	5
1. УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ САУ	6
2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА.....	19
2.1. Функциональная схема САУ	19
2.2. Дифференциальные уравнения.....	19
2.3. Передаточные функции элементов системы	19
2.4. Структурно-аналитическая схема САУ	21
2.5. Расчет области допустимых значений коэффициента корректирующего устройства.....	21
2.6. Исследование системы при критическом коэффициенте корректирующего устройства.....	24
2.7. Исследование системы при увеличенном коэффициенте корректирующего устройства.....	31
2.8. Исследование системы при уменьшенном коэффициенте корректирующего устройства.....	33
ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ	36
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	37

ВВЕДЕНИЕ

Синтез и анализ системы автоматического управления является важным этапом построения автоматизированных технических устройств. Первостепенной задачей при проектировании сложных взаимосвязанных систем является обеспечение устойчивости, то есть способности систем сохранять свои основные функциональные параметры, характеристики и свойства при изменении внешних условий эксплуатации. Качество управления техническими устройствами в свою очередь связано с наличием запасов устойчивости. Поэтому основной задачей курсового проекта является развитие навыков расчета параметров САУ, обеспечивающих работоспособность системы, и овладения современными методами исследования систем.

Курсовой проект содержит расчетно-пояснительную записку на листах формата А4 (297х210 мм) и графический материал.

В тексте расчетно-пояснительной записки должны быть ссылки на литературу, из которой заимствованы методы расчета, формулы и т.д.

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Тема курсового проекта: *Расчет области допустимых значений параметров корректирующего звена САУ*

Тематика курсового проекта ориентируется на синтез корректирующих устройств систем автоматического управления.

Цель курсового проекта: *получение навыков расчета параметров корректирующих устройств для повышения качества управления и исследования устойчивости систем автоматического управления на основе применения критериев Гурвица и Найквиста.*

Курсовой проект включает следующие разделы:

1. Введение.
2. Составление функциональной схемы САР.
3. Приведение дифференциальных уравнений, описывающих работу системы.
4. Определение передаточных функций объекта управления и элементов системы.
5. Проведение расчета области допустимых значений параметров САУ на основе применения критерия Гурвица.
6. Проведение исследования САУ при критическом коэффициенте передачи системы.
7. Проведение исследования САУ при изменении значения коэффициента передачи системы.
8. Определение запаса устойчивости по ЛЧХ.
9. Построение графиков переходного процесса и определение временных показателей синтезированной САР.
10. Выводы по работе

Задание:

1. Получение передаточных функций звеньев по дифференциальным уравнениям;
2. Составление структурно-аналитической схемы САУ.
3. Получение характеристического полинома замкнутой системы.
4. Расчет допустимых значений коэффициента передачи корректирующего звена на основе алгебраического критерия Гурвица.
5. Составление имитационной модели в среде Simulink-Matlab.
6. Получение переходной характеристики для системы на границе устойчивости.
7. Получение переходного процесса для неустойчивой системы.
8. Получение переходного процесса для устойчивой системы, нахождение временных показателей качества.
9. Исследование устойчивости САУ на основе частотного критерия Найквиста, нахождение запасов устойчивости.

Во введении необходимо дать общую характеристику разрабатываемой САР; привести принципиальную схему САР; указать параметры САР.

1. УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ САУ

Автоматическая система – это такая система, в которой производится измерение регулируемой переменной, а возможно и некоторых возмущений, действующих на систему, и производится автоматическое воздействие на объект управления с целью обеспечения заданного закона изменения регулируемой переменной.

Регулирование – частный случай автоматического управления. Целью регулирования является поддержание выходного сигнала на заданном уровне.

Автоматическая система, прежде всего, должна быть работоспособна, то есть после пуска она должна нормально функционировать в заданных режимах, в том числе и при действии различных возмущающих воздействий.

Данное свойство в теории автоматического управления связывают с понятием устойчивости. Устойчивость системы автоматического управления (САУ) не гарантирует требуемого качества процессов в объекте, а лишь означает способность возвращаться с определенной точностью в первоначальное положение после того, как силы, выведшие систему из этого положения, сняты.

Линейная система является устойчивой, если ее выходная переменная остается ограниченной при любых ограниченных по абсолютной величине входных возмущениях. Устойчивость нелинейных систем определяется сложнее и ввиду того, что у нелинейных САУ может быть несколько положений равновесия, для этих систем различают устойчивость в малом, устойчивость в целом и т.д.

В простейшем случае понятие устойчивости системы связано со способностью её возвращаться (с определённой точностью) в состояние равновесия после исчезновения внешних сил, которые вывели её из этого состояния.

Задачами анализа устойчивости САУ обычно являются:

- определение устойчивости или неустойчивости системы при заданных параметрах;
- определение допустимого по условиям устойчивости диапазона изменения некоторых незаданных параметров системы;
- выяснение принципиальной возможности устойчивости системы при заданной ее структуре.

Определение диапазонов изменения параметров, при которых гарантированно имеет место устойчивость системы, может быть осуществлено на основании критерия Гурвица [1–4].

Для анализа, синтеза и придания САУ определенных свойств составляют математическую модель системы. Любая математическая модель лишь приближенно представляет систему. Под математическими моделями САУ понимают формы (способы) их математического описания. На первом шаге для составления математического описания в теории автоматического управления (ТАУ) принято изображать отдельные части систем в виде квадратиков, не интересуясь внутренним устройством отдельных блоков или узлов систем, а

указывая лишь входы и выходы, переменные этих блоков и связи между ними (структурная схема).

В наиболее общем виде структурная схема САУ представлена на рисунке 1.

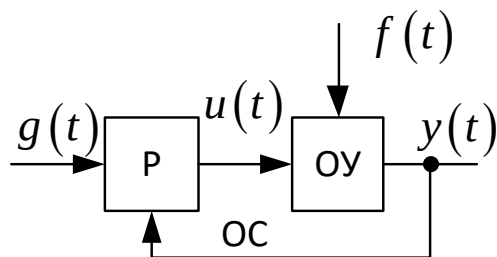


Рисунок 1 – Обобщенная структурная схема САУ:

ОУ – объект управления; ОС – обратная связь; Р – регулятор; $g(t)$ – задающее воздействие; $u(t)$ – управляющее воздействие; $f(t)$ – возмущающее воздействие; $y(t)$ – регулируемая переменная

Таким образом, можно разбить всю систему на отдельные блоки – звенья (рис. 2). Отличительной особенностью звена является то, что оно может иметь несколько входов, но обязательно один выход.

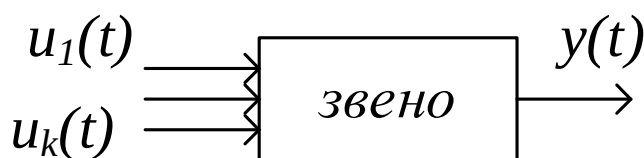


Рисунок 2 – Звено

Для составления уравнений динамики система регулирования разбивается на элементы (звенья), и для каждого элемента (звена) составляется соответствующее уравнение на основании того физического закона, который определяет процесс, протекающий в данном элементе. Для описания механических систем используются законы Ньютона, а для электрических систем – законы Кирхгофа.

Пусть $u_1(t), \dots, u_k(t)$ – входы, $y(t)$ – выходная переменная.

Дифференциальное уравнение звена в общей форме:

$$F(y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, y^{(m)}, u_1, \dots, u_k, t) = 0 \quad (1.1)$$

где $y^{(m)} = \frac{d^m y}{dt^m}$ – старшая производная по времени от регулируемой переменной; m – порядок ДУ.

Пусть тело совершает возвратно-поступательное движение (линейные колебания) в вертикальных направляющих (см. рис. 3).

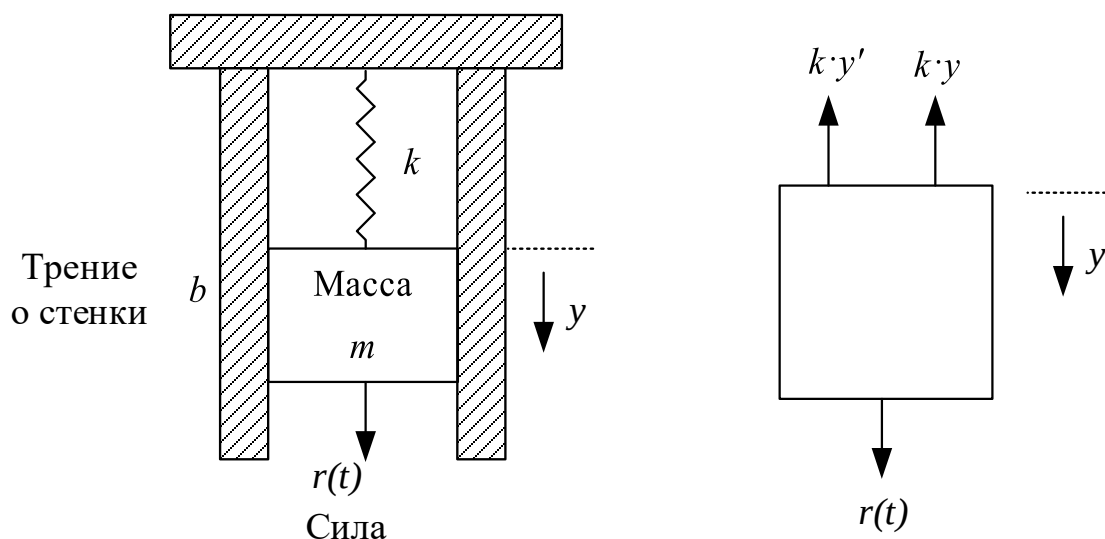


Рисунок 3 – Колебательная система

Дифференциальное уравнение для такой системы имеет вид

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt} + b \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = r(t), \quad (1.2)$$

где $y(t)$ – линейное перемещение; $r(t)$ – внешние воздействие.

Совокупность дифференциальных уравнений динамики, составленных для всех элементов системы, определит процесс автоматического регулирования системы в целом.

Но работа с дифференциальными уравнениями не всегда удобна. Процедура интегрирования весьма сложна и трудоёмка. Поэтому предлагается переход от дифференциальных уравнений к передаточным функциям.

Передаточной функцией звена (системы) от данного входа $u(t)$ к выходу $y(t)$ называется отношение изображения по Лапласу выходной переменной к изображению по Лапласу входной переменной при нулевых начальных условиях и равенстве нулю прочих входов:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}, \quad (1.3)$$

где $Y(s) = \int_0^{\infty} y(t)e^{-st} dt = L\{y(t)\}$ и $U(s) = \int_0^{\infty} u(t)e^{-st} dt = L\{u(t)\}$ – преобразования Лапласа выходной и входной переменных; $y(t)$ и $u(t)$ – оригиналы функций; $s = \alpha + j\omega$ – оператор Лапласа.

Передаточные функции позволяют работать с математической моделью как с алгебраическими, а не как с дифференциальными уравнениями.

Переменную s в преобразовании Лапласа можно рассматривать как оператор дифференцирования, т. е.

$$\frac{d}{dt} \equiv s \equiv p.$$

Тогда получить передаточную функцию можно путем замены производной на оператор дифференцирования

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)},$$

$$Y(p) \equiv Y(s) \text{ и } U(p) \equiv U(s).$$

Для тела, совершающего колебательные движения, на основании выше приведенного дифференциального уравнения (1.2) получим передаточную функцию:

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = r(t)$$

$$\frac{d}{dt} \Rightarrow p$$

$$m \cdot p^2 \cdot y(p) + b \cdot p \cdot y(p) + k \cdot y(p) = r(p)$$

$$y(p)(m \cdot p^2 + b \cdot p + k) = r(p)$$

$$y(p) = \frac{r(p)}{m \cdot p^2 + b \cdot p + k}$$

$$W(p)y(p) = \frac{y(p)}{r(p)} = \frac{1}{m \cdot p^2 + b \cdot p + k}$$

После получения передаточной функции структурная схема для колебательной системы (см. рис. 3) примет вид как на рисунке 4.

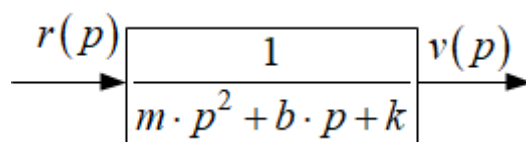
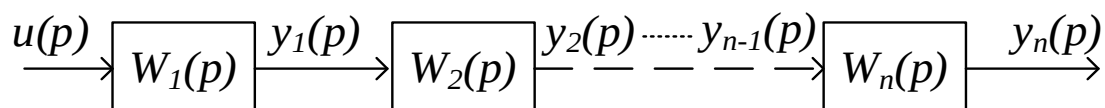


Рисунок 4 – Структурная схема колебательной системы

Как было отмечено ранее, система состоит из нескольких блоков или звеньев с указанием связей между ними. Сами звенья в системе могут быть соединены тремя основными способами: последовательное, параллельное и встречно-параллельное соединение. Для получения общей передаточной функции системы в целом необходимо провести преобразования. Рассмотрим их.

1. Последовательное соединение звеньев.



Система уравнений звеньев, включенных последовательно, имеет следующий вид:

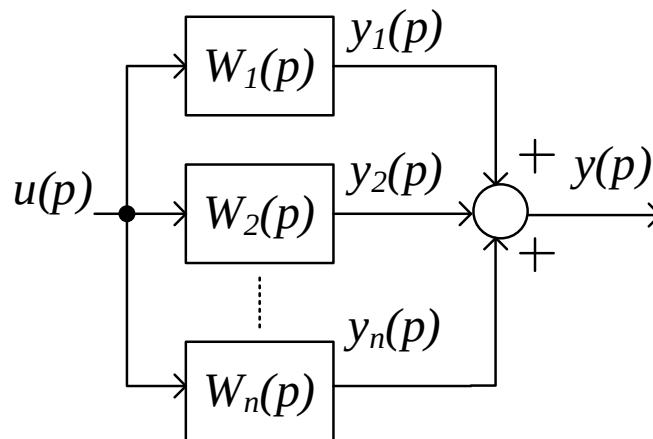
$$\left. \begin{aligned} y_1(p) &= W_1(p)u(p) \\ &\dots\dots\dots \\ y_n(p) &= W_n(p)y_{n-1}(p) \end{aligned} \right\}$$

После исключения промежуточных переменных имеем

$$y_n(p) = [W_1(p)W_2(p)\dots W_n(p)] \cdot u(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p) \cdot u(p) \quad (1.4)$$

Таким образом, передаточная функция последовательно включенных звеньев равна произведению их передаточных функций.

2. Параллельное соединение звеньев.



В этом случае система уравнений звеньев, включенных параллельно, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} y_1(p) &= W_1(p)u(p) \\ y_2(p) &= W_2(p)u(p) \\ &\dots\dots\dots \\ y_n(p) &= W_n(p)u(p) \end{aligned} \right\}$$

$$y(p) = y_1(p) + y_2(p) + \dots + y_n(p) \quad .$$

Проведя необходимые подстановки в последнее уравнение, получим, что передаточная функция такой системы равна сумме передаточных функций звеньев, входящих в соединение

$$y(p) = [W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p)] \cdot u(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p) \cdot u(p) \quad (1.5)$$

3. Соединение звеньев с обратной связью (встречно-параллельное соединение).

Обратная связь может быть положительной, если сигнал обратной связи складывается с входным сигналом, или отрицательной, если сигнал обратной связи вычитается из входного сигнала.

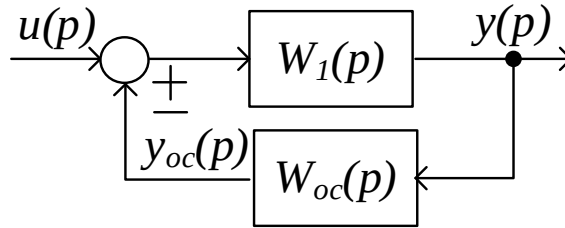


Схема описывается следующими уравнениями:

$$y(p) = W_1(p)(u(p) \pm y_{oc}(p)); \quad y_{oc}(p) = W_{oc}(p)y(p).$$

После преобразования получим

$$y(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p)W_{oc}(p)} = W(p) \cdot u(p). \quad (1.6)$$

В ходе преобразования уравнений можно сделать вывод, что знак у сумматора в цепи обратной связи меняется на противоположный в знаменателе конечной формулы (1.6) для передаточной функции системы встречно-параллельного соединения звеньев.

После получения математической модели САУ можно преступить к исследованию ее устойчивости.

Для того, чтобы непрерывная линейная система автоматического управления была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все корни ее характеристического уравнения имели **строго отрицательные вещественные части**.

Свободное движение линейной или линеаризованной АСУ описывается однородным дифференциальным уравнением

$$a_0 \cdot \frac{d^n \cdot x(t)}{dt^n} + a_1 \cdot \frac{d^{n-1} \cdot x(t)}{dt^{n-1}} + \dots a_n \cdot x(t) = 0, \quad (1.7)$$

где $x(t)$ – свободная составляющая выходной (управляемой) величины системы.

Свободное движение системы – это движение при отсутствии внешних воздействий. Уравнение, которое описывает свободное движение, называется характеристическим полиномом системы.

Решение данного уравнения равно сумме:

$$x(t) = \sum_{k=1}^n C_k \cdot e^{-p_k \cdot t}.$$

Пусть математическая модель системы автоматического управления задана с помощью ПФ (передаточной функции) вида:

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}$$

В этом случае характеристический полином – знаменатель передаточной функции – имеет вид:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (1.8)$$

Решим это уравнение – найдем корни характеристического полинома.

Пусть λ_i – корни характеристического уравнения (полинома). В общем случае λ_i является комплексным числом. Тогда, чтобы система была устойчива, они должны в общем случае иметь вид:

$$\lambda_i = -\alpha_i + j\beta_i,$$

где α_i – вещественная часть ($\alpha_i > 0$), $j\beta_i$ – мнимая часть.

На комплексной плоскости корни будут находиться в левой полуплоскости (см. рис. 5):

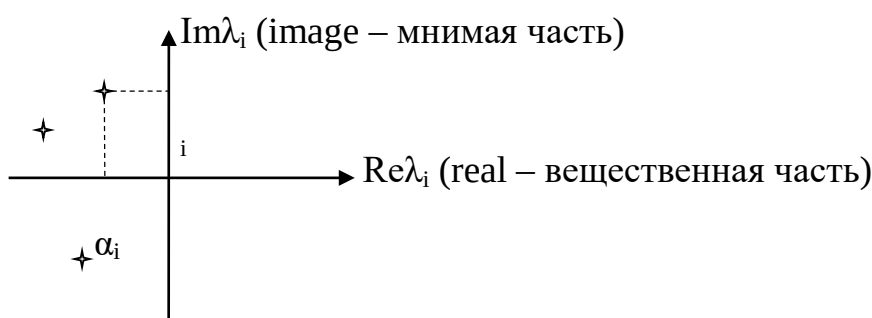
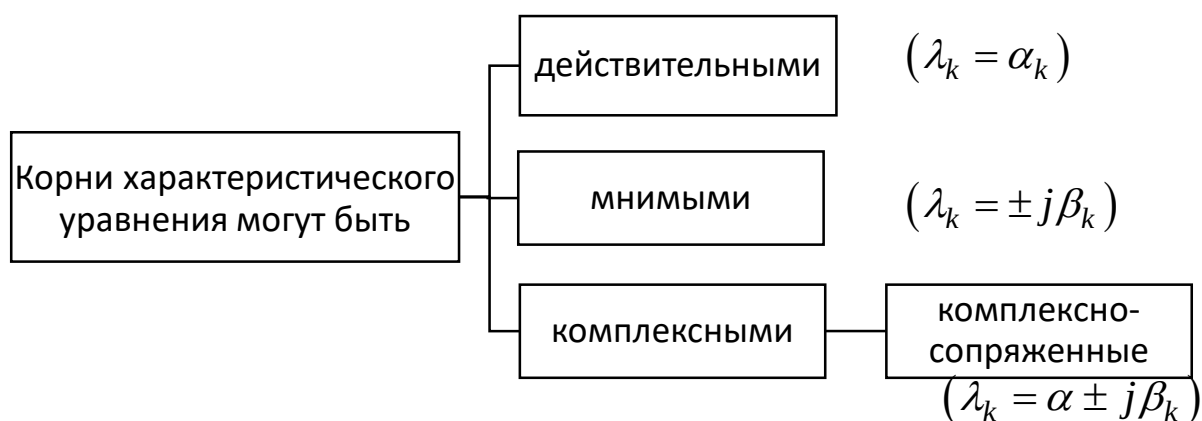


Рисунок 5 – Расположение корней характеристического полинома на комплексной плоскости

Рассмотрим частные случаи:



Ниже на рисунке 6 представлена связь между корнем и слагаемым в уравнении движения свободной системы.

Из рисунка 6 видно, что устойчивая система имеет корни характеристического полинома, расположенные в левой полуплоскости – **левые корни** (корни с отрицательной вещественной частью).

Стоит отметить, что необходимым, но недостаточным условием устойчивости линейных систем является положительность всех коэффициентов

характеристического полинома системы. То есть если характеристический полином имеет вид:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n,$$

то $a_i > 0, \forall i = 0, \dots, n$.

Если это условие не выполняется, то система неустойчива. Если выполняется, то система может быть как устойчивой, так и неустойчивой. В этом случае необходимо для определения устойчивости либо найти корни характеристического полинома, либо применить косвенные методы исследования устойчивости, например, алгебраический критерий Гурвица.

Критерий Гурвица позволяет провести анализ устойчивости замкнутой системы по коэффициентам характеристического полинома этой системы $D(p)$. Рассмотрим данный критерий.

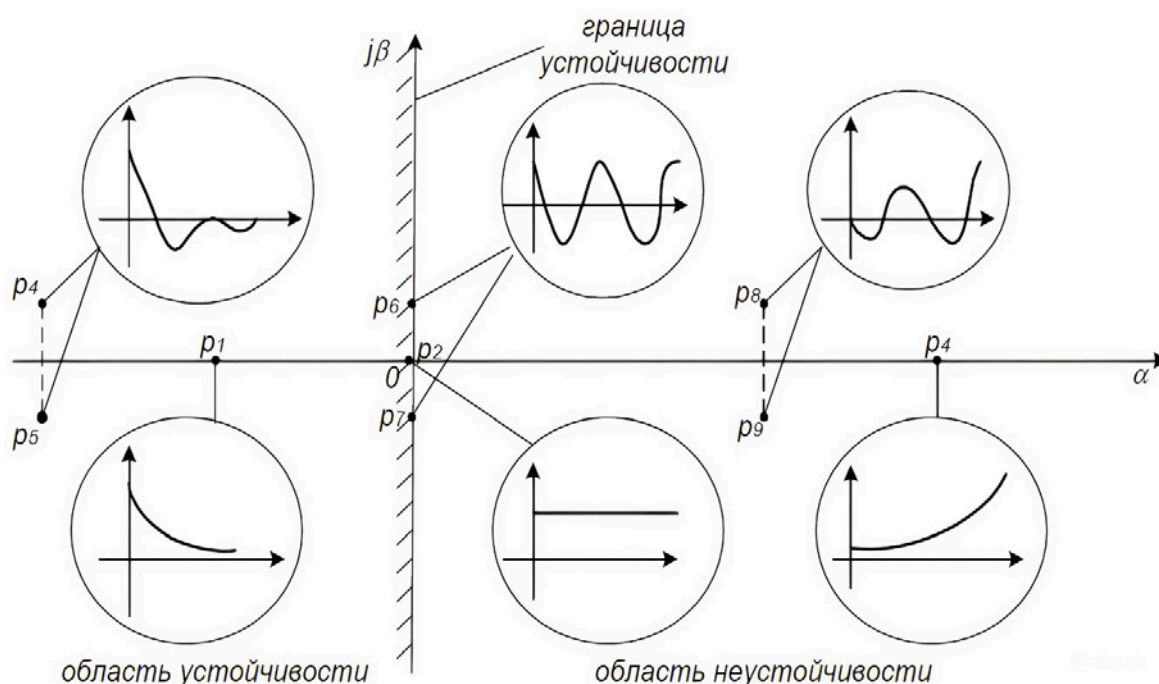


Рисунок 6 – Влияние корней характеристического уравнения АСУ на составляющие ее свободного движения

Пусть линейная стационарная система задана передаточной функцией

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n}. \quad (1.9)$$

Характеристический полином системы представляет собой полином, стоящий в знаменателе передаточной функции:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n. \quad (1.10)$$

По его коэффициентам составляется матрица Гурвица размерностью $n \times n$, где n – порядок характеристического полинома:

$$H = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & \dots & \dots & \dots & a_n \end{bmatrix}. \quad (1.11)$$

Порядок составления матрицы H:

1) по главной диагонали выписываются коэффициенты полинома $D(p)$ в порядке возрастания индексов, начиная с a_1 ;

2) каждая строка заполняется коэффициентами полинома $D(p)$ (1.10) таким образом, чтобы индексы слева направо возрастали, и чтобы строки с четными и нечетными индексами чередовались. Вместо коэффициентов с индексами, меньшими нуля и большими n , выписываются нули.

Определителями Гурвица Δ_i $i = 1, \dots, n$ называются главные диагональные миноры матрицы Гурвица.

$$\Delta_1 = a_1; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}; \dots; \Delta_n = \det H, \quad (1.12)$$

где обозначение $||$ подразумевает определитель матрицы.

Формулировка критерия: Для того, чтобы линейная стационарная система была асимптотически устойчива, необходимо и достаточно, чтобы при $a_0 > 0$ все определители Гурвица были строго положительными: $\Delta_i > 0$, $i = 1, \dots, n$.

Частные случаи

1) Система 1-ого порядка: $a_0 p + a_1 = 0$:

$H = a_1 \Rightarrow$ условие устойчивости: $a_0 > 0$, $a_1 > 0$.

2) Система 2-ого порядка: $a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0$:

$H = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ a_0 & a_2 \end{pmatrix} \Rightarrow$ условие устойчивости: $a_0 > 0$; $a_1 a_2 > a_2 \times 0 = 0$; $a_1 > 0$; $a_2 > 0$.

Вывод: для систем 1 и 2 порядка необходимое условие устойчивости – положительность всех коэффициентов характеристического уравнения – является так же и достаточным.

3) Система 3-его порядка: $a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$:

$H = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{pmatrix} \Rightarrow$ условие устойчивости: $a_0 > 0$, $a_1 > 0$, $a_1 a_2 > a_0 a_3$,

$a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0$. Из 2-х последних уравнений $\Rightarrow a_3 > 0 \Rightarrow a_2 > 0$. Т.о. для устойчивости системы 3 порядка кроме положительности всех коэффициентов требуется еще, чтобы $a_1 a_2 > a_0 a_3$, т.е. чтобы произведение средних

коэффициентов характеристического уравнения было больше произведения крайних.

4) при $n = 4$ необходимо и достаточно: $a_i > 0, i = 0, \dots, 4; a_1 a_2 > a_0 a_3; a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) > a_1^2 a_4$;

5) при $n = 5$ необходимо и достаточно: $a_i > 0, i = 0, \dots, 5; a_1 a_2 > a_0 a_3; (a_1 a_2 - a_0 a_3)(a_3 a_4 - a_2 a_5) > (a_1 a_4 - a_0 a_5)^2$.

Критерий Гурвица применяется не только для определения устойчивости системы автоматического управления, но и для нахождения области допустимых значений коэффициента передачи системы, обеспечивающего сохранение устойчивости.

Пример. С помощью критерия Гурвица определить предельное значение коэффициента усиления k для системы, заданной структурной схемой

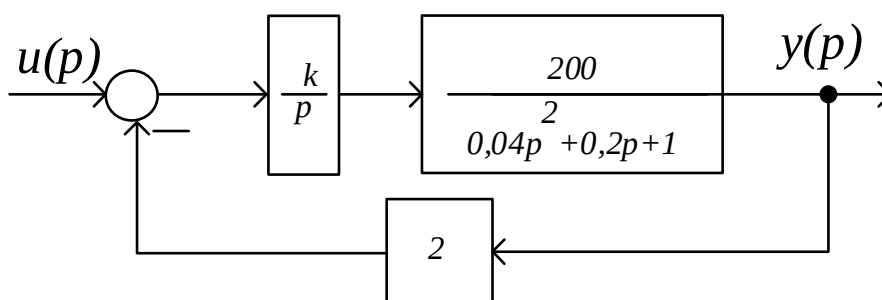


Рисунок 7 – Структурная схема САУ

Свернув структуру согласно (1.6), запишем передаточную функцию замкнутой системы

$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{W_{np}(p)}{1 + W_{np}(p)W_{oc}(p)} = \frac{200k}{0.04p^3 + 0.2p^2 + p + 400k},$$

где $W_{np}(p)$ – передаточная функция прямого пути;

$W_{oc}(p)$ – передаточная функция обратной связи.

Критерий Гурвица устанавливает устойчивость системы по коэффициентам характеристического полинома $D(p)$, то есть по знаменателю передаточной функции. Для данной системы $D(p) = 0.04p^3 + 0.2p^2 + p + 400k$. Общий вид характеристического уравнения при $n = 3$: $D(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3$. Критерий Гурвица для $n = 3$ (частный случай) требует для асимптотической устойчивости линейной стационарной системы выполнения неравенства (при $a_0 > 0$) $a_1 a_2 > a_0 a_3$.

Для данной системы $a_0 = 0.04, a_1 = 0.2, a_2 = 1, a_3 = 400k$. Следовательно $0.2 * 1 > 0.04 * 400k \Rightarrow k < \frac{1}{80}$.

Вывод: Замкнутая САУ устойчива при $k < 0.0125$.

При анализе устойчивости на практике нашел широкое применение критерий Найквиста по логарифмическим частотным характеристикам (ЛЧХ).

Особенность данного метода заключается в том, что он позволяет судить об устойчивости замкнутой САУ по частотным характеристикам разомкнутой САУ.

При исследовании устойчивости с помощью критерия Найквиста в логарифмической форме существенным моментом является переход ЛФХ через одну из линий $\pm\pi(2i+1)$, где $i=0,1,2,\dots$

Переходы через эту линию не опасны с точки зрения устойчивости, если они совершены при значениях ЛАХ $L(\omega)=20\lg|W(j\omega)|<0$, т.е. ЛАХ отрицательна $\Rightarrow$ область отрицательной ЛАХ не интересна с точки зрения устойчивости.

Положительному переходу соответствует пересечение ЛФХ при $L(\omega)>0$ прямых $\pm\pi(2i+1)$ **снизу вверх** (точка 2 на рис. 8), а отрицательному – **сверху вниз** (точка 1 на рис. 8).

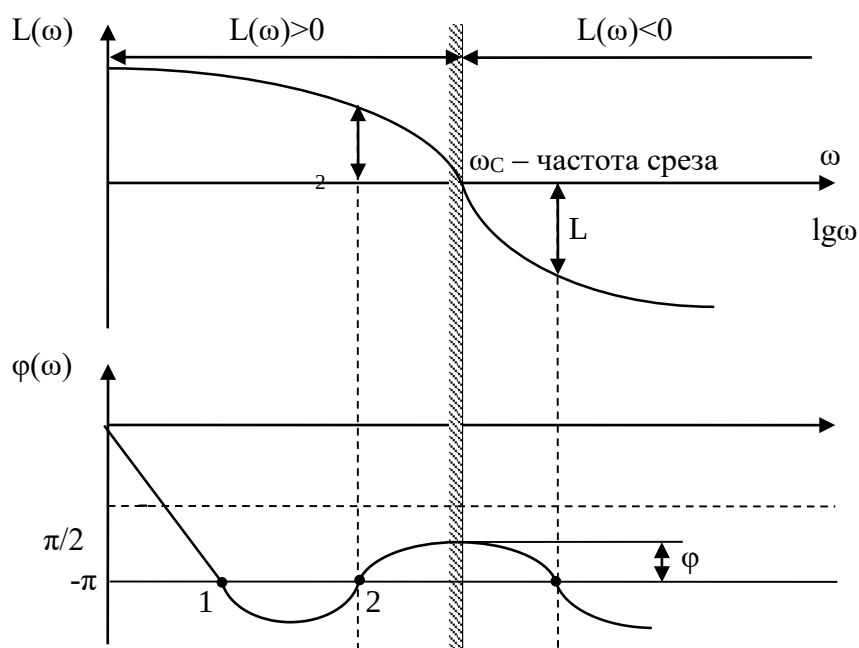


Рисунок 8 – ЛЧХ

Тогда **критерий устойчивости Найквиста (логарифмический) можно сформулировать:**

Для того, чтобы САУ была устойчива необходимо и достаточно, чтобы разность между числом положительных (N_+) и отрицательных (N_-) переходов логарифмической фазовой характеристики (ЛФХ) через прямые $\pm\pi(2i+1)$, $i=0,1,2,\dots$ во всех областях, где ЛАХ положительна $L(\omega)>0$ (слева от частоты среза ω_c), была равна $l/2$, (l – число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы).

В частности, для устойчивой разомкнутой системы ($l=0$) должно быть $N_+-N_-=0$.

Как отмечалось ранее, устойчивость обеспечивает работоспособность системы, но не гарантирует желаемого качества управления в системе. Оценить качество управления можно через показатели качества и запасы устойчивости.

Временные показатели качества являются прямыми методами оценки качества и определяются по кривой переходного процесса (рис. 9) при подаче на вход единичного ступенчатого воздействия. К основным показателям качества относят время регулирования и перерегулирование:

1) время регулирования t_p – время последнего вхождения в 5%-зону от уровня установившегося состояния. Чем меньше t_p , тем выше быстродействие системы.

$$t_p : |y(t) - y_{уст}| < \Delta, \quad \Delta = 0,05 \times y_{уст}$$

2) перерегулирование σ – это величина максимального отклонения управляемой координаты от установившегося значения, взята в процентах по отношению к уровню установившегося состояния.

$$\sigma = \frac{\max |y(t) - y_{уст}|}{y_{уст}} \times 100\% .$$

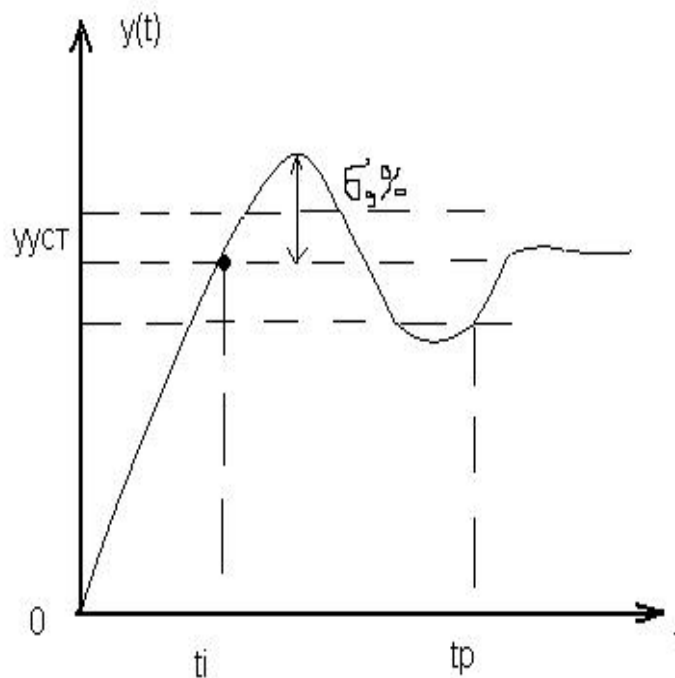


Рисунок 9 – Переходная функция

Для устойчивой системы по графикам ЛЧХ можно найти запасы устойчивости. На практике замкнутая САУ является устойчивой, если на частоте среза (частота ω_c – это частота, при которой ЛАХ $L(\omega)=0$) ЛФХ разомкнутой системы проходит выше уровня (-180°) .

Различают запас устойчивости по фазе и запас устойчивости по модулю (амплитуде) (см. рис. 10).

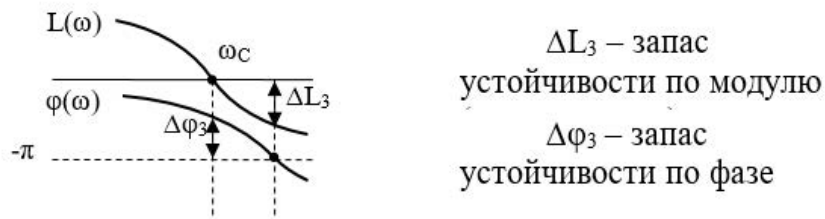


Рисунок 10 – Определение запасов устойчивости

Определение запасов устойчивости

Запас устойчивости по фазе: величина угла $\Delta \varphi_3 = \pi - |\psi(\omega_c)|$ для частоты ω_c ;

Запас устойчивости по амплитуде: величина отрезка оси ординат ΔL_3 на частоте, где ЛФХ пересекает уровень (-180°) справа от частоты среза.

С ростом коэффициента усиления разомкнутой системы ЛАХ приподнимается, частота среза смещается вправо, и при некотором значении коэффициента усиления $k = k_{KP}$, называемого критическим коэффициентом усиления, частота среза совпадет с частотой последнего отрицательного перехода ЛФХ через уровень (-180°) , т.е. система будет на границе устойчивости. При $k > k_{KP}$ система будет неустойчива.

Стоит отметить, что чем больше запасы устойчивости, тем лучше качество переходного процесса: меньше колебательность и перерегулирование. Так при запасах устойчивости по фазе $\Delta \varphi = 37^\circ$ перерегулирование составляет 44 %, а при $\Delta \varphi = 63^\circ$ – 4,3 %.

2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

2.1. Функциональная схема САУ

В общем случае замкнутая система автоматического управления состоит из объекта управления (ОУ), регулирующего органа (РО), исполнительного механизма (ИМ), корректирующего устройства (КУ) и датчика (Д).

Функциональная схема для такой системы имеет вид, представленный на рисунке 11.

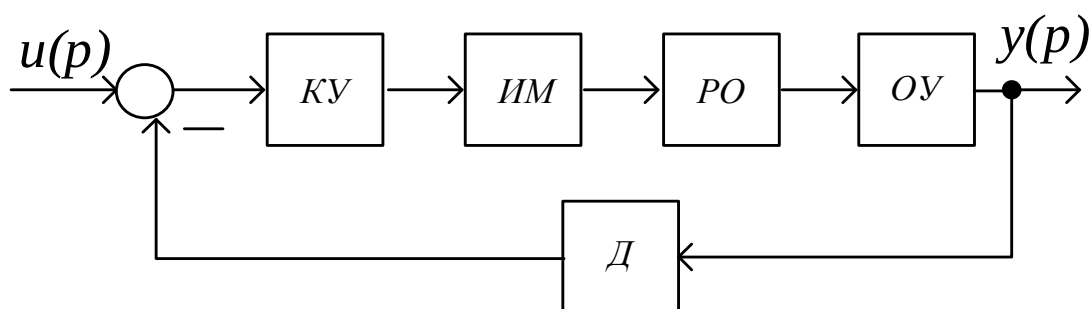


Рисунок 11 – Обобщенная функциональная схема САУ

Сами элементы этой системы представляют собой типовые звенья первого либо второго порядка.

2.2 Дифференциальные уравнения

Элементы замкнутой САУ представлены дифференциальными уравнениями:

$$\text{ОУ: } T_0 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_o \cdot l(t).$$

$$\text{РО: } \frac{dl(t)}{dt} = k_{po} \cdot \omega(t).$$

$$\text{ИМ: } T_{им} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = k_{им} \cdot u(t).$$

$$\text{КУ: } u(t) = \beta \cdot e(t).$$

$$\text{Д: } T_d \cdot \frac{du_{oc}(t)}{dt} + u_{oc}(t) = k_d \cdot y(t).$$

2.3. Передаточные функции элементов системы

По данным дифференциальным уравнениям составим передаточные функции звеньев. Для этого воспользуемся подходом, основанным на введении оператора дифференцирования, то есть проведем замену:

$$\frac{d}{dt} \equiv p.$$

Для объекта управления:

$$T_0 \cdot p \cdot y(p) + y(p) = k_o \cdot l(p),$$

$$(T_0 \cdot p + 1) \cdot y(p) = k_o \cdot l(p),$$

$$W(p) = \frac{y(p)}{l(p)} = \frac{k_o}{(T_0 \cdot p + 1)} - \text{передаточная функция объекта управления.}$$

Для регулирующего органа:

$$p \cdot l(p) = k_{po} \cdot \omega(p),$$

$$W_{po} = \frac{l(p)}{\omega(p)} = \frac{k_{po}}{p} - \text{передаточная функция регулирующего органа.}$$

Для исполнительного механизма:

$$T_{им} \cdot p \cdot \omega(p) + \omega(p) = k_{им} \cdot u(p),$$

$$(T_{им} \cdot p + 1) \cdot \omega(p) = k_{им} \cdot u(p),$$

$$W_{им}(p) = \frac{\omega(p)}{u(p)} = \frac{k_{им}}{(T_{им} \cdot p + 1)} - \text{передаточная функция исполнительного}$$

механизма.

Для корректирующего устройства:

$$u(p) = \beta \cdot e(p),$$

$$W_{ку}(p) = \frac{u(p)}{e(p)} = \beta - \text{передаточная функция корректирующего}$$

устройства.

Для датчика

$$T_d \cdot p \cdot u_{oc}(p) + u_{oc}(p) = k_d \cdot y(p),$$

$$(T_d \cdot p + 1) \cdot u_{oc}(p) = k_d \cdot y(p),$$

$$W_d(p) = \frac{u_{oc}(p)}{y(p)} = \frac{k_d}{(T_d \cdot p + 1)} - \text{передаточная функция датчика в цепи}$$

обратной связи.

На вход корректирующего устройства подается сигнал рассогласования (ошибка), который является выходным сигналом сумматора:

$$e(p) = u_3(p) - u_{oc}(p),$$

где $u_3(p)$ – входной задающий сигнал.

2.4. Структурно-аналитическая схема САУ

После получения передаточных функций звеньев системы на основании функциональной схемы (см. рисунок 11) составим структурно-аналитическую схему, представленную на рисунке 12.

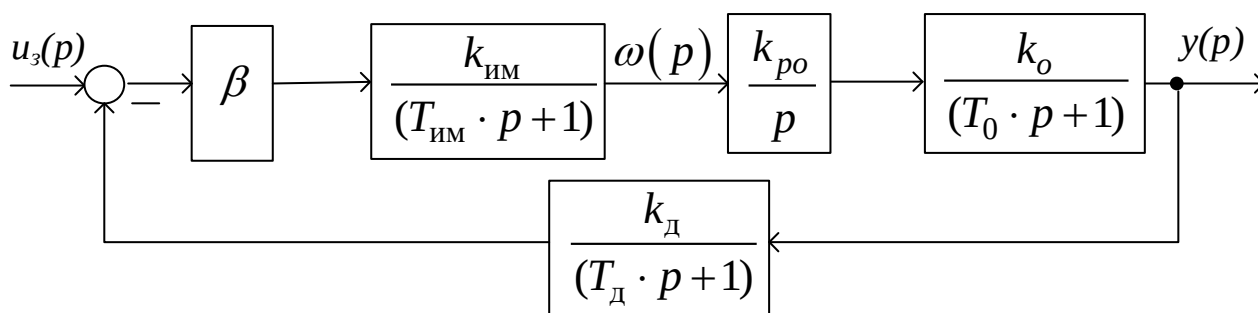


Рисунок 12 – Структурно-аналитическая схема САУ

2.5. Расчет области допустимых значений коэффициента корректирующего устройства

Целью данного курсового проекта является нахождение области допустимых значений коэффициента передачи корректирующего устройства, обеспечивающего устойчивость замкнутой САУ.

Для этого необходимо иметь характеристический полином исследуемой системы. А характеристический полином – это знаменатель передаточной функции. Для получения передаточной функции замкнутой САУ свернем контур.

Замкнутая система представляет собой соединение звеньев с обратной связью, передаточная функция которой согласно (1.6) примет следующий вид:

$$W_3(p) = \frac{W_{\text{раз}}(p)}{1 + W_{\text{раз}}(p) \cdot W_{\text{д}}(p)}, \quad (2.1)$$

где $W_{\text{раз}}(p)$ – передаточная функция прямого пути; $W_{\text{д}}(p)$ – передаточная функция датчика в цепи обратной связи.

В числителе (2.1) находится передаточная функция прямого пути – разомкнутой системы $W_{\text{раз}}(p)$. В свою очередь разомкнутый путь представляет

собой последовательное соединение элементов САУ, то есть согласно (1.4) передаточная функция разомкнутой системы равна произведению передаточных функций звеньев прямого пути:

$$W_{\text{раз}}(p) = W_{\text{кУ}}(p) \cdot W_{\text{им}}(p) \cdot W_{\text{ро}}(p) \cdot W_{\text{оУ}}(p) = \beta \cdot \frac{k_{\text{им}}}{T_{\text{им}} p + 1} \cdot \frac{k_{\text{ро}}}{p} \cdot \frac{k_{\text{о}}}{T_0 p + 1}. \quad (2.2)$$

Проведем подстановку (2.2) в (2.1) и получим передаточную функцию замкнутой системы:

$$W_3(p) = \frac{W_{\text{раз}}(p)}{1 + W_{\text{раз}}(p) \cdot W_{\text{д}}(p)} = \frac{\beta \cdot k_{\text{им}} \cdot k_{\text{ро}} \cdot k_{\text{о}} / (p \cdot (T_{\text{им}} p + 1) \cdot (T_0 p + 1))}{1 + \beta \cdot k_{\text{им}} \cdot k_{\text{ро}} \cdot k_{\text{о}} / (p \cdot (T_{\text{им}} p + 1) \cdot (T_0 p + 1)) \cdot \frac{k_{\text{д}}}{(T_{\text{д}} p + 1)}} = \frac{\beta \cdot k_{\text{им}} \cdot k_{\text{ро}} \cdot k_{\text{о}} \cdot (T_{\text{д}} p + 1)}{p \cdot (T_{\text{им}} p + 1) \cdot (T_0 p + 1) \cdot (T_{\text{д}} p + 1) + \beta \cdot k_{\text{им}} \cdot k_{\text{ро}} \cdot k_{\text{о}} \cdot k_{\text{д}}} = \frac{\beta \cdot k_{\text{им}} \cdot k_{\text{ро}} \cdot k_{\text{о}} \cdot (T_{\text{д}} p + 1)}{T_{\text{им}} \cdot T_0 \cdot T_{\text{д}} \cdot p^4 + (T_{\text{им}} \cdot T_0 + T_0 \cdot T_{\text{д}} + T_{\text{им}} \cdot T_{\text{д}}) \cdot p^3 + (T_{\text{им}} + T_0 + T_{\text{д}}) \cdot p^2 + p + \beta \cdot k_{\text{им}} \cdot k_{\text{ро}} \cdot k_{\text{о}} \cdot k_{\text{д}}}. \quad (2.3)$$

Характеристический полином исследуемой замкнутой системы – это знаменатель передаточной функции $W_3(p)$:

$$D(p) = T_{\text{им}} \cdot T_0 \cdot T_{\text{д}} \cdot p^4 + (T_{\text{им}} \cdot T_0 + T_0 \cdot T_{\text{д}} + T_{\text{им}} \cdot T_{\text{д}}) \cdot p^3 + (T_{\text{им}} + T_0 + T_{\text{д}}) \cdot p^2 + p + \beta \cdot k_{\text{им}} \cdot k_{\text{ро}} \cdot k_{\text{о}} \cdot k_{\text{д}} \quad (2.4)$$

Характеристический полином для системы 4-го порядка в общем виде можно представить:

$$D(p) = a_0 \cdot p^4 + a_1 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_3 p + a_4.$$

Сравнивая характеристический полином в общем виде и частный случай (2.4), приравняем коэффициенты при одинаковых степенях p :

$$T_{\text{им}} \cdot T_0 \cdot T_{\text{д}} = a_0;$$

$$(T_{\text{им}} \cdot T_0 + T_0 \cdot T_{\text{д}} + T_{\text{им}} \cdot T_{\text{д}}) = a_1;$$

$$(T_{\text{им}} + T_0 + T_{\text{д}}) = a_2;$$

$$1 = a_3;$$

$$\beta \cdot k_{\text{им}} \cdot k_{\text{ро}} \cdot k_{\text{о}} \cdot k_{\text{д}} = a_4.$$

Характеристическое уравнение имеет четвертый порядок. Составим квадратную матрицу Гурвица размерностью $[4 \times 4]$ из коэффициентов полинома:

$$H = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{bmatrix}.$$

В этом случае все определители Гурвица имеют вид:

$$\Delta_1 = a_1; \Delta_2 = a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3; \Delta_3 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 - a_0 \cdot a_3^2 - a_4 \cdot a_1^2;$$

$$\Delta_4 = (a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 - a_0 \cdot a_3^2 - a_4 \cdot a_1^2) \cdot a_4.$$

Согласно критерию Гурвица, система четверного порядка будет устойчива, если выполняются условия:

$$\Delta_1 > 0; \Delta_2 > 0; \Delta_3 > 0; \Delta_4 > 0.$$

Данные неравенства будут справедливы, если между коэффициентами характеристического уравнения будут выполняться соотношения:

$$a_1 > 0; a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot a_3; a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 > a_0 \cdot a_3^2 + a_4 \cdot a_1^2; a_4 > 0. \quad (2.5)$$

Числовые значения параметров:

$$T_0 = 1,4c; k_o = 32; k_{po} = 0,8; T_{им} = 0,5c; k_{им} = 2,1; T_d = 0,1c; k_d = 0,3.$$

Проведем расчет коэффициентов a_i :

$$a_0 = T_{им} \cdot T_0 \cdot T_d = 0,07;$$

$$a_1 = (T_{им} \cdot T_0 + T_0 \cdot T_d + T_{им} \cdot T_d) = 0,89;$$

$$a_2 = (T_{им} + T_0 + T_d) = 2;$$

$$a_3 = 1;$$

$$a_4 = \beta \cdot k_{им} \cdot k_{po} \cdot k_o \cdot k_d = 16,128 \cdot \beta.$$

Проверим выполнения условия устойчивости по критерию Гурвица (2.5):

$$a_1 = 0,89 > 0;$$

$$a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot a_3;$$

$$0,89 \cdot 2 > 1 \cdot 0,07$$

$$1,78 > 0,07$$

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 > a_0 \cdot a_3^2 + a_4 \cdot a_1^2$$

$$0,89 \cdot 2 \cdot 1 > 0,07 \cdot 1^2 + 16,128 \cdot \beta \cdot 0,89^2$$

$$1,8 > 0,07 + 12,8 \cdot \beta$$

$$1,8 - 0,07 > 12,8 \cdot \beta$$

$$\frac{1,8 - 0,07}{12,8} > \beta$$

$$0,134 > \beta$$

$$a_4 = 16,128 \cdot \beta > 0$$

$$\beta > 0.$$

Таким образом, область допустимых значений коэффициента корректирующего устройства, при которых система является устойчивой:

$$0,134 > \beta > 0.$$

При $\beta = \beta_{кр} = 0,134$ система находится на границе устойчивости. При этом переходной процесс выглядит как колебания с постоянной амплитудой и частотой.

2.6. Исследование системы при критическом коэффициенте корректирующего устройства

Построение переходной функции. Результаты аналитических расчетов проверим с помощью компьютерного моделирования. Для этого построим имитационную модель в приложении Simulink пакета MATLAB.

MATLAB – это язык программирования сверхвысокого уровня, предназначенный для технических вычислений. Он включает в себя вычисления, визуализацию и программирование в легкой для использования среде, где задачи и решения представлены в общей математической форме. MATLAB является интерактивной системой, в которой основные элементы данных представлены массивами, не требующими предварительного задания размерности. Это позволяет решать множество технических задач, особенно в матричной и векторной форме, а также писать программу на традиционных скалярных языках, таких как Си или Фортран [5].

Название «MATLAB» произошло от сокращения слов «matrix laboratory». Система MATLAB состоит из пяти основных частей:

1. Язык программирования MATLAB. Это матрично-массивный язык высокого уровня с управлением состоянием, функциями, структурами данных, входом/выходом, и объектно-ориентированным программированием.

2. Рабочая среда MATLAB. Это графический интерфейс, с которым работает пользователь. Включает рабочий стол MATLAB, командное окно, редактор и отладчик файлов MATLAB, справочный браузер.

3. Графическая система MATLAB. Содержит команды высокого уровня для двухмерного и трехмерного представления данных, обработки изображений, анимации. Также содержит набор команд низкого уровня, позволяющих пользователю построить собственный интерфейс.

4. Библиотека математических функций MATLAB. Содержит набор вычислительных алгоритмов, начиная с элементарных арифметических функций (сложение/вычитание, тригонометрические функции) и заканчивая сложными функциями, такими как обращение матриц и преобразования Фурье.

5. Интерфейс прикладных программ MATLAB. Эта библиотека позволяет писать программы на языках Си и Фортран, взаимодействующих с MATLAB. Включает в себя устройства вызова из MATLAB (динамической связи), вызова MATLAB как вычислительного механизма, и для работы с MAT-файлами.

Simulink является программой для имитационного моделирования и анализа динамических систем, входящей в состав пакета MATLAB. Simulink позволяет производить построение модели в виде унифицированных блоков на экране компьютера и может работать с линейными, нелинейными, непрерывными, дискретными моделями или их сочетаниями с большим числом переменных.

Для составления имитационной модели, представленной на рисунке 13, предлагаются следующие рекомендации.

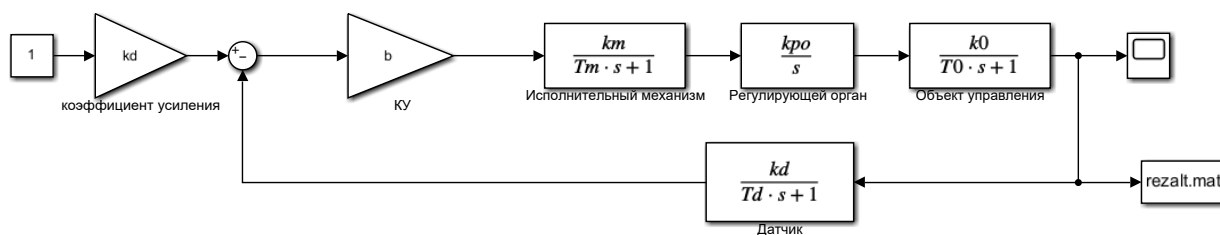


Рисунок 13 – Имитационная модель исследуемой системы в Simulink

1 Запустите MATLAB двойным щелчком левой кнопки мыши по соответствующей иконке на рабочем столе. В результате открывается основное окно MATLAB.

2. В верхней строчке меню выбрать иконку Simulink, щелкнуть по ней, после чего выбрать «Blank Model». Щелкнуть по нему для создания новой модели. Программа откроет окно с «чистым листом» без имени (untitled).

3. После появления поля для создания новой модели нажмите на вкладку с подписью **Library Browser**. В результате открывается окно библиотеки **Library Browser**.

4. Для построения новой модели в окне «untitled» выберите в окне библиотеки **Library Browser Simulink** и раскройте его библиотеку.

5. Создайте структурную схему, приведенную на рисунке 13.

Набор структурной схемы осуществляется путем выбора требуемых блоков в окне **Simulink Library Browser** и перетаскивания их при помощи мыши в окно, где осуществляется построение модели. Для удобства пользования все блоки разделены на группы: **Continuous** (непрерывные звенья), **Math Operations** (математические блоки), **Sinks** (приемники данных), **Sources** (источники сигналов).

Схема начинается единичного входного сигнала. В группе **Sources** необходимо выбрать блок постоянного входного сигнала со значением «1». Сумматор и пропорциональное звено находятся в группе **Math Operations**. Пропорциональное звено выглядит как операционный усилитель «gain». Через этот блок задаются сигнал усиления на входе и передаточная функция корректирующего устройства. Для задания передаточных функций звеньев объекта управления, регулирующего органа, исполнительного механизма и датчика необходимо в группе **Continuous** выбрать блок «Transfer function».

Редактирование параметров блока осуществляется двойным щелчком левой кнопки мыши по требуемому блоку. При этом открывается окно параметров блока, вид которого зависит от вида блока. Параметры задаем с помощью буквенных символов.

Для соединения блоков достаточно указать курсором мыши на выход блока-источника сигнала и затем при нажатой кнопке мыши протянуть соединение на вход блока-приемника сигнала. Соединение блоков можно также осуществлять выделением левой кнопкой мыши требуемых блоков при нажатой клавише **Ctrl**. Для создания отвода необходимо указать правой кнопкой мыши на место отвода соединения и при нажатой кнопке протянуть отвод на вход требуемого блока.

Для вывода результатов моделирования к выходам требуемых блоков необходимо присоединить блоки-приемники сигналов **Sinks**. Просмотр графиков переходных процессов осуществляется с помощью блока **Scope**.

Удаление ненужных блоков и соединений происходит путем выделения соответствующего объекта и нажатия клавиши **Delete** клавиатуры.

Для расчета параметров исследуемой системы необходимо создать программу в MatLab:

```
T0=1.4;% Постоянная времени объекта управления  
k0=32;% Коэффициент передачи объекта управления  
kpo=0.8;% Коэффициент передачи регулирующего органа  
km=2.1;% Коэффициент передачи исполнительного механизма  
Tm=0.5;% Постоянная времени исполнительного механизма  
Td=0.1;% Постоянная времени датчика
```

$kd=0.3;$ % Коэффициент передачи датчика

$a0=T0*Tm*Td;$

$a1=T0*Tm+Td*T0 +Tm*Td;$

$a2=T0+Tm+Td;$

$a3=1;$

$a4=k0*kpo*km*kd;$

$b=((a1*a2*a3)-a0*a3*a3)/(a4*a1*a1);$ % Расчет коэффициента передачи КУ

Для запуска программы нажать Run

После расчета коэффициентов проводим имитационное моделирование собранной в среде Simulink системы.

Для получения графика переходного процесса необходимо воспользоваться блоком (рис. 14).



Рисунок 14 – Блок «to File»

Данный блок находится во вкладке Sinks библиотеки Simulink. Отредактируем данный блок (щелкнув на него два раза), задав имя и формат Array (рис. 15).

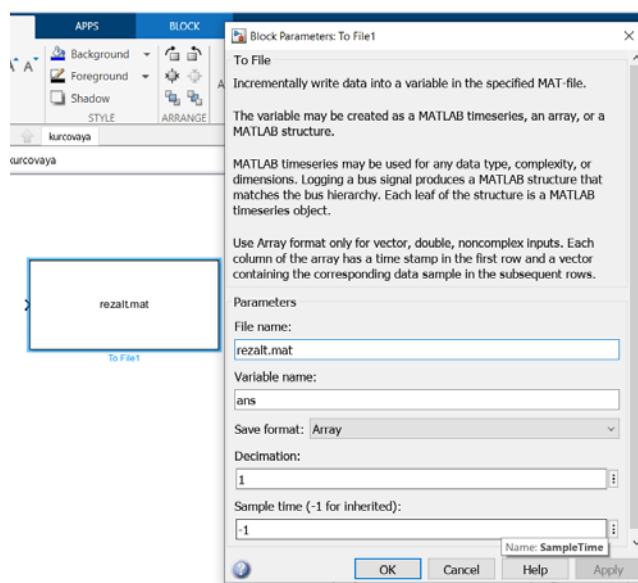


Рисунок 15 – Окно параметров блока «to File»

Нажали Run. Через блок Scope можно предварительно посмотреть график переходного процесса и убедиться в получении устойчивых колебаний.

Для получения качественного переходного процесса необходимо создать программу

```

load rezalt.mat;% Загрузка результатов моделирования
t=ans(1,:); % по оси абсцисс задается время
y=ans(2,:);% по оси ординат задается выходная переменная
plot(t,y,'k')% построение графика на плоскости по двум координатам
grid% сетка на графике
xlabel('\it t,\rmc')% обозначение оси абсцисс
ylabel('\ity')% обозначение оси ординат
title('график переходного процесса')% название графика

```

После нажатия клавиши Run на экране появится график

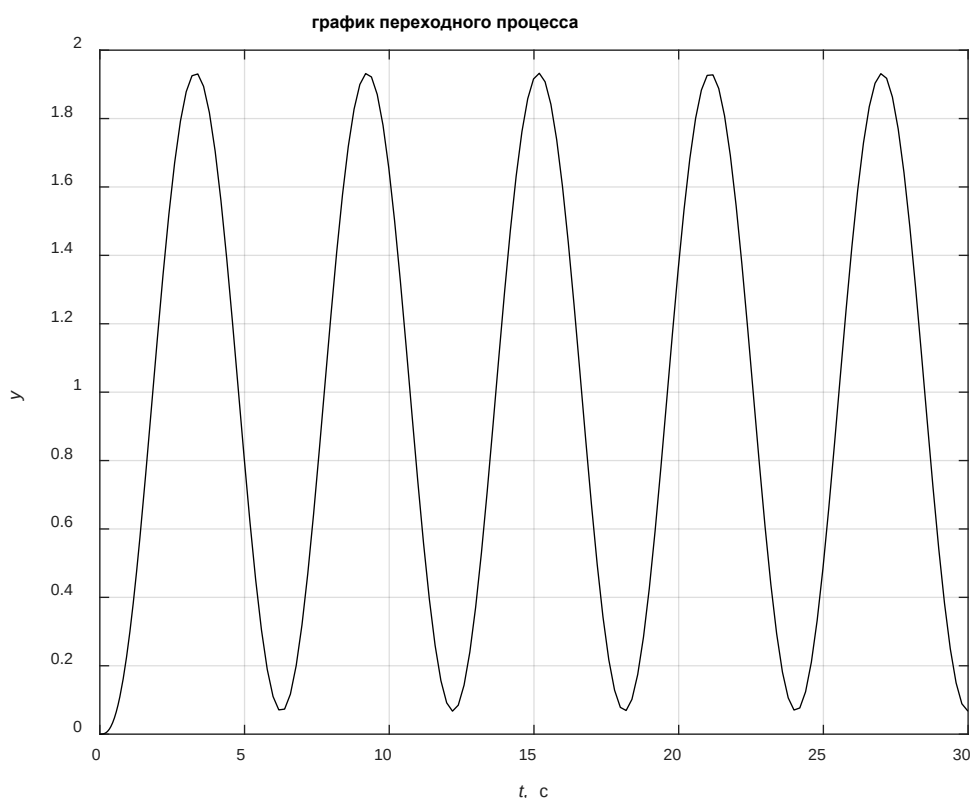


Рисунок 16 – Переходная функция

Как видно из рисунка 16, при критическом значении коэффициента передачи корректирующего устройства график переходного процесса выглядит как устойчивые колебания с постоянной амплитудой и частотой. То есть система находится на границе устойчивости.

Построение ЛЧХ разомкнутой системы. Для системы на границе устойчивости ЛФХ разомкнутой системы на частоте среза проходит через уровень (-180°) . Убедимся в этом. Построим ЛЧХ разомкнутой системы.

Необходимо задать начало и конец системы, для которой осуществляется построение ЛЧХ. Для указания начала подводим курсор к стрелке, нажимаем правую клавишу мышки и последовательно выбираем: Linear Analysis Points – Open-loop Input (см. рис. 17).

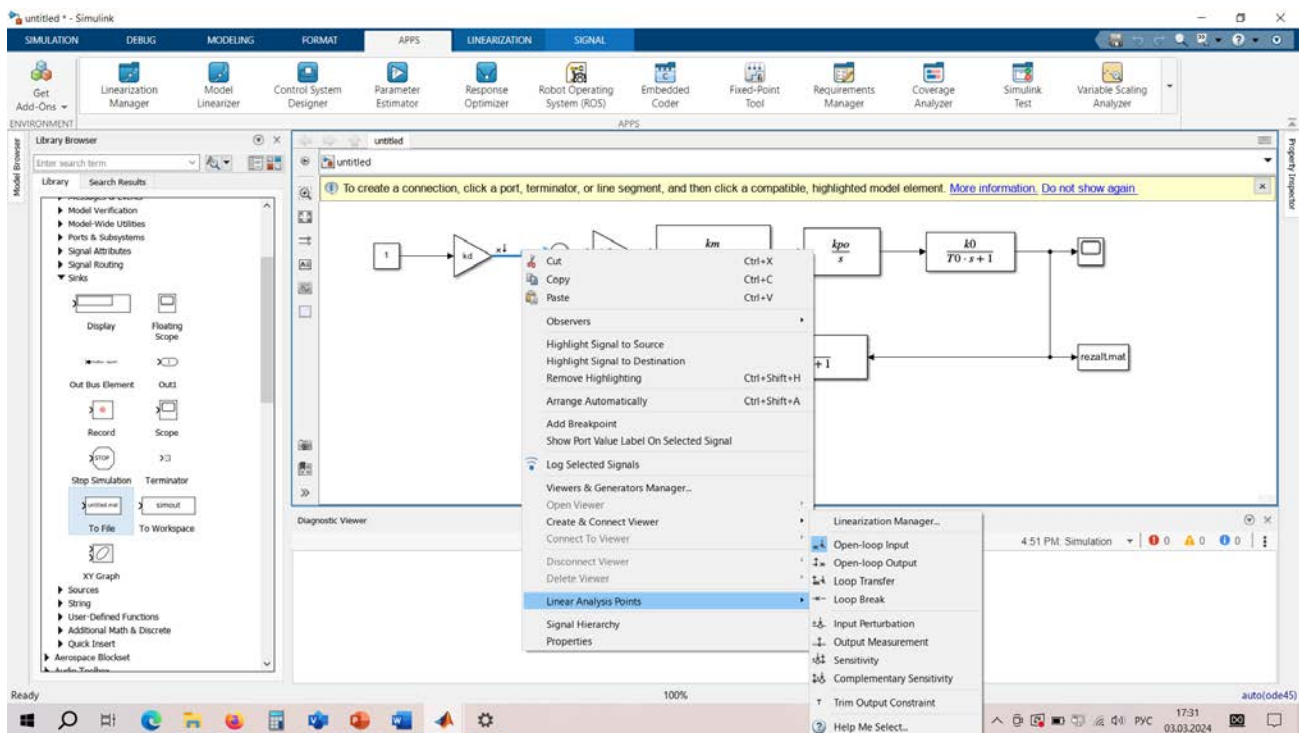


Рисунок 17 – Выбор входа на имитационной модели для построения ЛЧХ

Аналогичным образом действуем для указания конца. Подводим курсор к стрелке, нажимаем правую клавишу мышки и последовательно выбираем: Linear Analysis Points – Open-loop Output (см. рис 18).

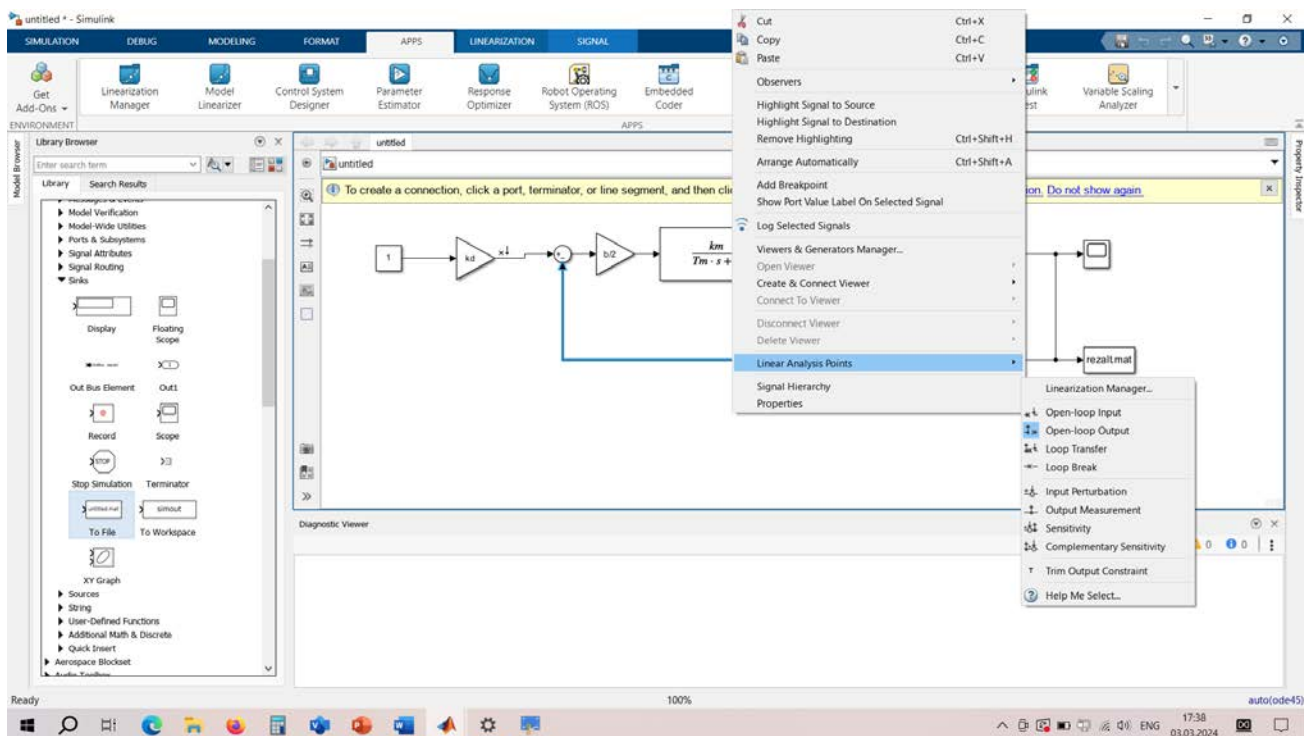


Рисунок 18 – Выбор выхода на имитационной модели для построения ЛЧХ

После выбора во вкладке нажать LINEARIZATION нажать Model Linearizer (рис. 19).

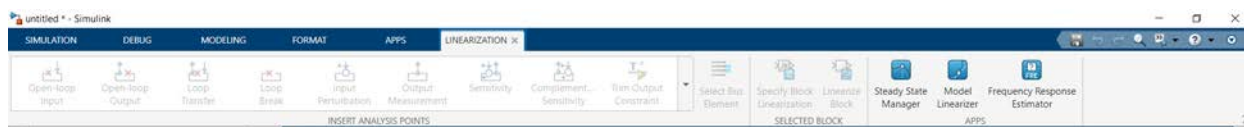


Рисунок 19 – Выбор режима «Model Linearizer»

Появится предложение (рис. 20)

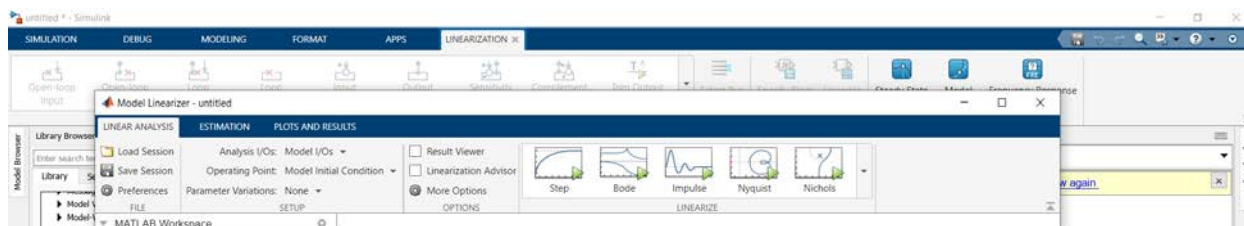


Рисунок 20 – Выбор команды на построение частотных характеристик

Выбрать команду на построение ЛЧХ – Bode – и нажать пуск (зеленая стрелка).

Появится график (см. рис. 21). На поле графика нажать правую кнопку мышки и выбрать Grid для получения сетки:

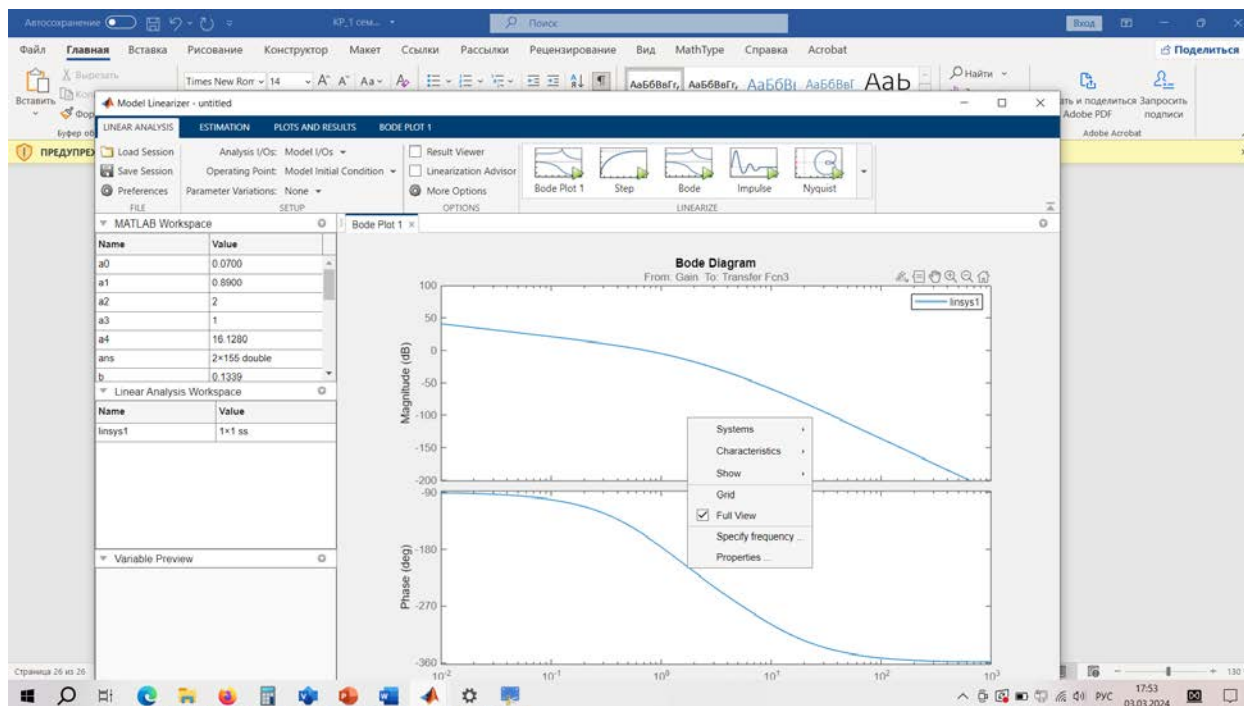


Рисунок 21 – График ЛЧХ в окне Simulink

На полученном графике указать значение частоты среза и значение ЛФХ на частоте среза (см. рис. 22):

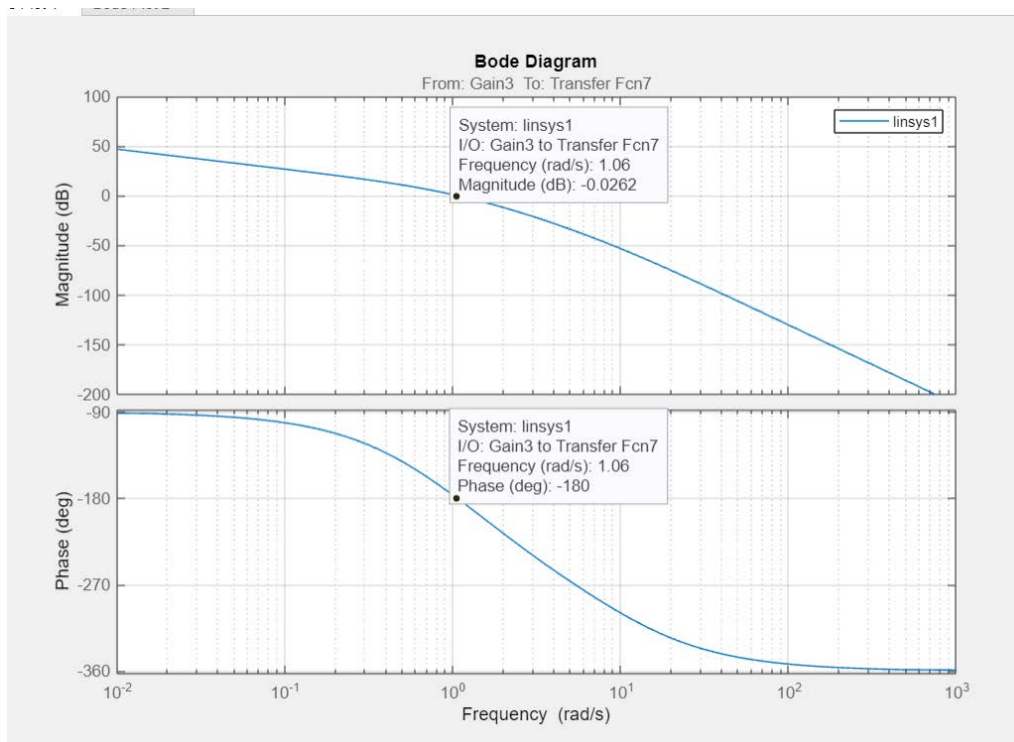


Рисунок 22 – ЛЧХ разомкнутой системы

По графикам убеждаемся, что при $L(\omega_c) = 0$ фазовая характеристика составляет величину $\varphi(\omega_c) = -180^\circ$.

2.7. Исследование системы при увеличенном коэффициенте корректирующего устройства

В имитационную модель подставим значение $\beta > \beta_{кр}$. Например, увеличим в 2 раза. Произведем перерасчет системы с новыми параметрами и убедимся, что система стала неустойчивой. Для этого в имитационной модели отредактируем блок «gain» с параметров «b», умножив на «2». Необходимо после редактирования снова запустить программу на счет нажатием клавиши Run.

Из вновь полученного графика переходной функции, представленной на рисунке 23, видно, что с течением времени амплитуда колебаний возрастает при подаче на вход системы постоянного сигнала, что свидетельствует о неустойчивости.

Далее при новом значении коэффициента передачи корректирующего устройства проведем построение ЛЧХ. На графиках ЛЧХ разомкнутой системы видно (см. рис. 24), что при $L(\omega_c) = 0$ фазовая характеристика составляет величину $\varphi(\omega_c) = -198^\circ$, то есть на частоте среза фазовая характеристика лежит ниже уровня (-180°) .

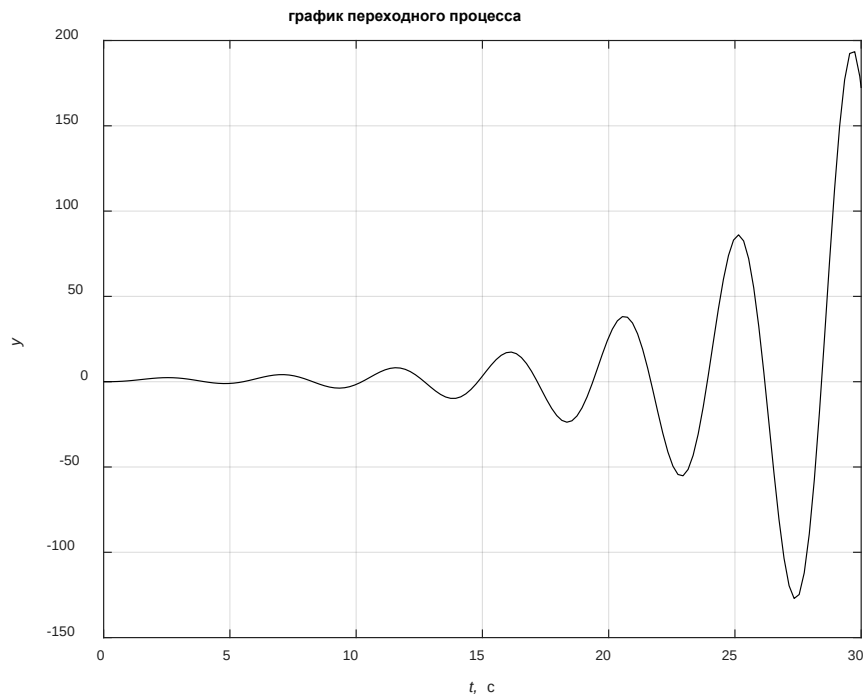


Рисунок 23 – Переходная функция для неустойчивой системы при $\beta > \beta_{кр}$

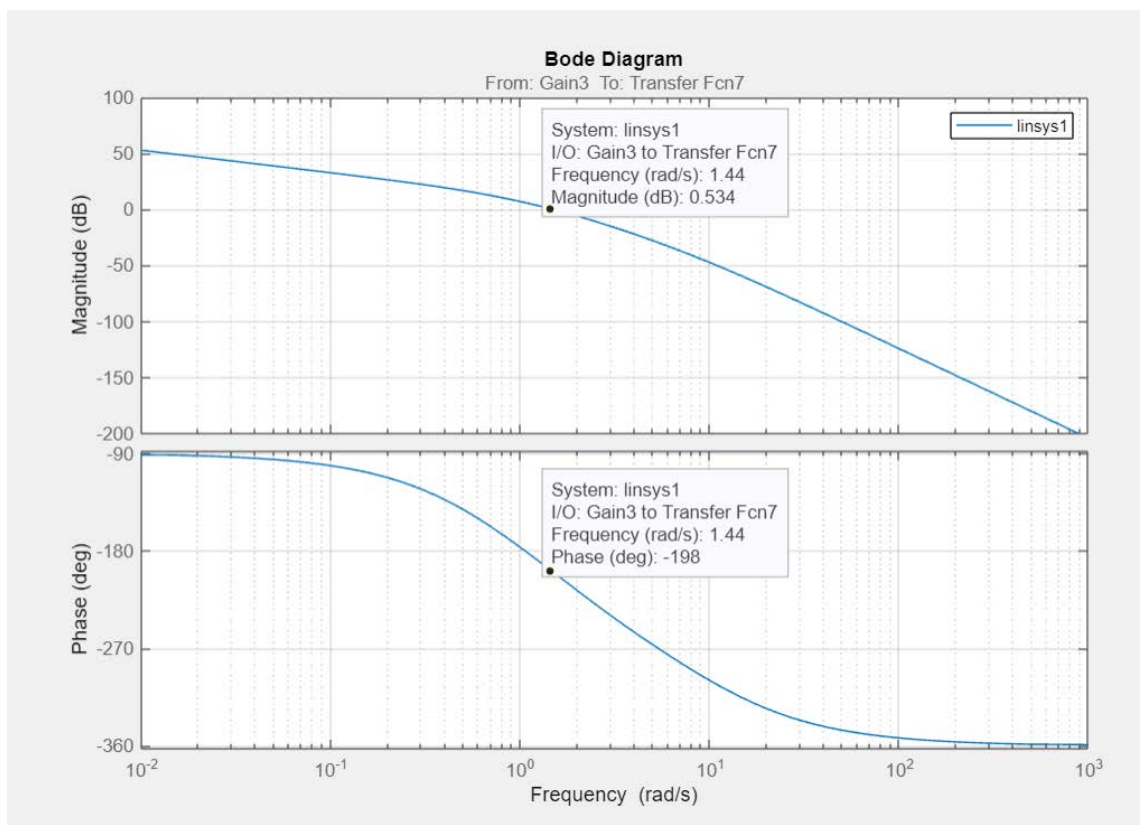


Рисунок 24 – ЛЧХ разомкнутой системы при $\beta > \beta_{кр}$

Согласно критерию Найквиста, замкнутая система не устойчива.

2.8. Исследование системы при уменьшенном коэффициенте корректирующего устройства

Далее уменьшим коэффициент $\beta < \beta_{кр}$. Зададимся значением $\beta = 0,5 \cdot \beta_{кр}$. Необходимо снова отредактировать блок «gain» для корректирующего звена, задав параметр блока $0,5 \cdot \beta_{кр}$, и провести перерасчет модели. По графику переходного процесса (рис. 25) убеждаемся в устойчивости системы.

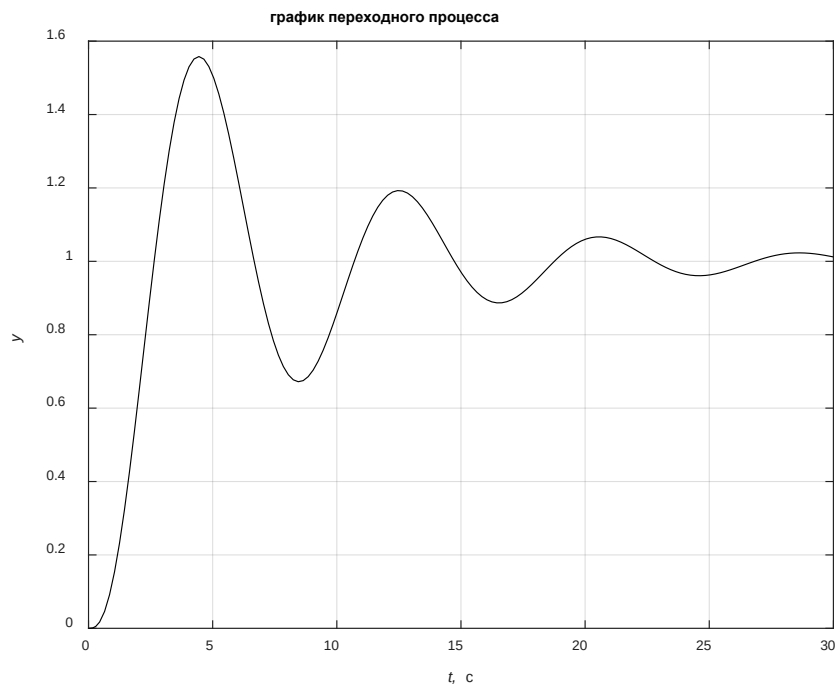


Рисунок 25 – Переходная функция системы при $\beta = 0,5 \cdot \beta_{кр}$

Для устойчивой системы по графику переходной характеристики необходимо определить время регулирования и найти перерегулирование (рис. 26).

Для этого надо подобрать время моделирования таким образом, чтобы система застabilizировалась и вошла в установившийся режим. Далее рекомендуется отредактировать программу для удобства нахождения пятипроцентной зоны:

```
load rezalt.mat;% Загрузка результатов моделирования
t=ans(1,:); % по оси абсцисс задается время
y=ans(2,:); % по оси ординат задается выходная переменная
tend=50;% Время моделирования
y105=[1.05 1.05];% верхняя граница пятипроцентной зоны
y95=[0.95 0.95];% нижняя граница пятипроцентной зоны
ttr=[0 tend]; % вектор времени
plot(t,y,'k',ttr,y105,'k--',ttr,y95,'k--')% построение графика на плоскости по
двум координатам с указанием границ пятипроцентной зоны
grid% сетка на графике
```

`xlabel('\it t,\rmc')`% обозначение оси абсцисс
`ylabel('\ity')`% обозначение оси ординат
`title('график переходного процесса')`% название графика

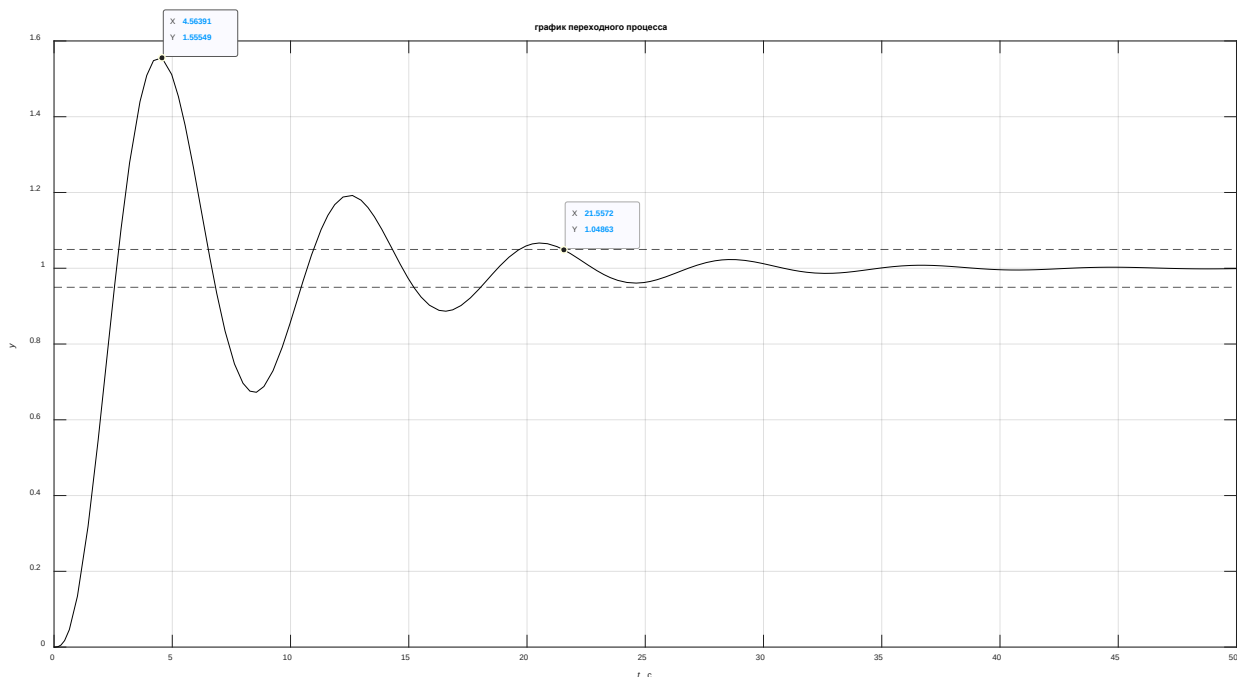


Рисунок 26 – Нахождение показателей качества

На графике указать перерегулирование и время регулирования.

Согласно рисунку 26, время регулирования $t_p=21,56$ с, перерегулирование:

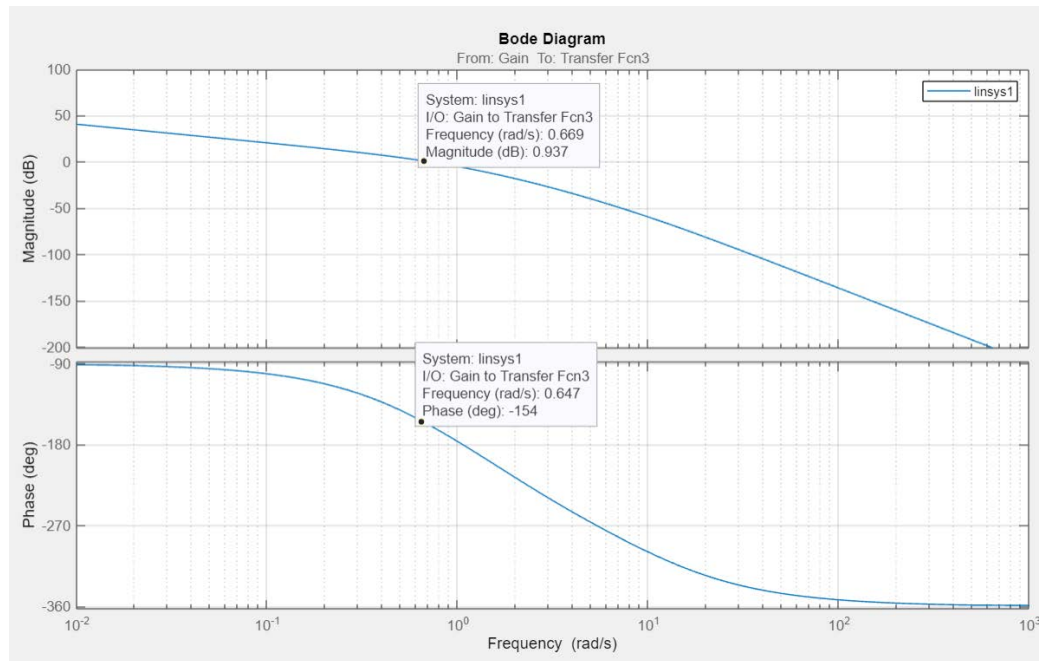
$$\sigma = \frac{y_{\max} - y_{\text{уст}}}{y_{\text{уст}}} \cdot 100\% = \frac{1,56 - 1}{1} \cdot 100\% = 56\%,$$

где $y_{\max}$ – максимальное значение выходной регулируемой переменной; $y_{\text{уст}}$ – установившееся значение выходной регулируемой переменной.

Найдем запасы устойчивости для данной системы при коэффициенте передачи КУ $\beta=0,5 \cdot \beta_{\text{кр}}$. Осуществляем построение ЛЧХ разомкнутой системы.

На полученном графике (см. рис. 27) указать запасы устойчивости по фазе (на частоте среза) и запасы устойчивости по амплитуде (на частоте, где ЛФХ пересекает уровень (-180) градусов):

а)



б)

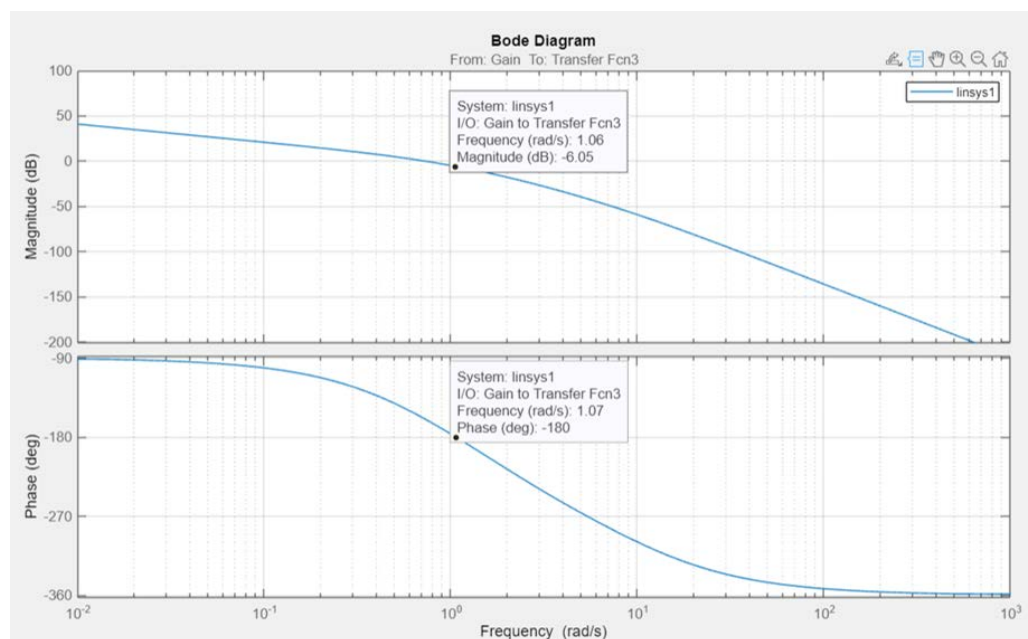


Рисунок 27 – ЛЧХ разомкнутой системы при $\beta=0,5*\beta_{кр}$:

а – определение запасов устойчивости по фазе, б – определение запасов устойчивости по модулю

Из графиков видно, что запасы устойчивости составляют:

$$\Delta\varphi \approx |-180 - (-155)| = 25^0, \quad \Delta L \approx 6dB.$$

Пояснительная записка к курсовой работе заканчивается выводом и списком используемой литературы.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

№, п/п	T_0 , с	k_0	k_{po}	$k_{им}$	$T_{им}$, с	k_d	T_d , с
1	9,1	2,5	2,8	51,3	0,36	0,09	0,08
2	1,9	1,6	3,6	51,3	0,23	0,03	0,08
3	1,5	2,2	3,9	51,3	0,43	0,34	0,04
4	3,4	0,8	3,8	51,3	0,3	0,04	0,02
5	10,8	1,7	4,5	51,3	0,28	0,46	0,08
6	8,5	2,1	3,6	51,3	0,66	0,3	0,01
7	2	1	1,2	51,3	0,52	0,46	0,01
8	7,4	1,1	3,7	51,3	0,68	0,17	0,09
9	5,7	2,3	2,1	51,3	0,3	0,52	0,01
10	2,6	1,4	2,1	51,3	0,12	0,55	0,02
11	8,3	2,5	3,3	51,3	0,5	0,47	0,04
12	8,5	1,5	1,2	51,3	0,01	0,41	0,07
13	6,7	1,6	1,2	51,3	0,16	0,07	0,01
14	7,1	1,6	2,1	51,3	0,66	0,43	0,08
15	10,1	1,4	3,2	51,3	0,23	0,27	0,06
16	11	0,8	3,5	51,3	0,47	0,31	0,02
17	8,4	0,8	1,6	51,3	0,31	0,25	0,1
18	5,8	2,2	1,1	51,3	0,08	0,26	0,01
19	8,1	0,5	1,6	51,3	0,51	0,08	0,08
20	1,3	1,1	4	51,3	0,3	0,16	0,08
21	4,5	0,9	3,7	51,3	0,29	0,09	0,1
22	6,9	1,6	4,4	51,3	0,02	0,5	0,06
23	10	2,1	2,7	51,3	0,42	0,35	0,1
24	5,1	1,4	4,5	51,3	0,78	0,33	0,05
25	1,3	0,7	0,5	51,3	0,46	0,11	0,03
26	8,5	1,4	2,4	51,3	0,57	0,28	0,09
27	3,6	0,7	2,6	51,3	0,18	0,04	0,1
28	2,7	2,7	3,7	51,3	0,64	0,25	0,1
29	10,1	2,1	3,1	51,3	0,24	0,48	0,06
30	2,5	0,8	4	51,3	0,32	0,19	0,05

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – СПб.: Профессия, 2003. – 752 с. – Текст : непосредственный.
2. Ковалёв, Д. А. Теория автоматического управления : учебное пособие / Д. А. Ковалёв, В. А. Шаряков, О. Л. Шарякова. – СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2019. – 80 с. – Текст : непосредственный.
3. Ковалёв, Д. А. Теория автоматического управления : практикум / Д. А. Ковалёв, В. А. Шаряков, О. Л. Шарякова. – СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2022. – 131 с. – Текст : непосредственный.
4. Ковалёв, Д. А. Теория автоматического управления. Линейные системы : учебно-методическое пособие / Д. А. Ковалёв, О. П. Томчина, В. А. Шаряков, О. Л. Шарякова. – СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2019. – 84 с. – Текст : непосредственный.
5. Овинников, А. А. Основы работы в средах MATLAB и Simulink : учебное пособие / А. А. Овинников. – Москва: Курс, 2022. – 136 с. – Текст : непосредственный.
6. Оформление текстовой части курсовой работы и курсового проекта. Краткая выписка из ГОСТ 7.32-2017 «Отчет о научно- исследовательской работе. Структура и правила оформления» : методические рекомендации для студентов и преподавателей / сост.: М. Д. Баранова, А. Ю. Котова. – СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2023. – 20 с. – URL: <http://nizrp.narod.ru/recomedation.pdf> (дата обращения 10.04.2025). – Текст : электронный.

Учебное издание

**Ковалёв Дмитрий Александрович
Шаряков Владимир Анатольевич
Шарякова Ольга Леонидовна**

**Теория автоматического управления
Расчет области допустимых значений параметров
проектируемого звена САУ**

Часть 1

Учебно-методическое пособие по курсовому проектированию

Редактор и корректор Д. А. Романова
Техн. редактор М. Д. Баранова

Учебное электронное издание сетевого распространения

Системные требования:
электронное устройство с программным обеспечением
для воспроизводства файлов формата PDF

Режим доступа: http://publish.stud.ru/tp_get_file.php?id=202016, по паролю.
- Загл. с экрана

Дата подписания к использованию 16.10.2025 г. Рег № 5128/25

Высшая школа технологии и энергетики СПбГУПТД,
198095, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, 4.