

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ РАСТИТЕЛЬНЫХ ПОЛИМЕРОВ

Теория механизмов и машин

Синтез зубчатых механизмов

(Примеры решения задач и контрольные работы)

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Санкт-Петербург
2007

УДК 531.8(075.8)

Теория механизмов и машин. Синтез зубчатых механизмов (Примеры решения задач и контрольные работы): учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов сост. С.Г.Петров, В.Е.Головки, Ю.Н.Лазарев, Н.В.Кузнецова, Н.И.Теплухина; ГОУВПО СПбГТУРП. СПб., 2007.

В учебно-методическом пособии рассмотрена кинематика зубчатых механизмов с подвижными и неподвижными осями, наибольшие затруднения в которой связаны с синтезом зубчатых механизмов по заданному передаточному отношению, приведены примеры решения задач по теории механизмов и машин и контрольные работы.

Предназначено для студентов специальностей 150405(170400) «Машины и оборудование лесного комплекса» и 240801(170500) «Машины и аппараты химических производств».

Рецензент: канд. техн. наук, доцент кафедры процессов и аппаратов химической технологии Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров Ю.А. Тихонов.

Подготовлено и рекомендовано к печати кафедрой теоретической механики и теории механизмов и машин ГОУВПО Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров (протокол №8 от 20 апреля 2006 г.).

Утверждено к изданию методической комиссией факультета механики автоматизированных производств ГОУВПО СПбГТУРП (протокол №2 от 23 октября 2006 г.).

© ГОУВПО Санкт-Петербургский
государственный технологический
университет растительных полимеров, 2007

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача синтеза зубчатых механизмов является составной частью курсового проекта по теории механизмов и машин, выполняемого студентами механического факультета. Эта задача состоит в определении постоянных параметров механизма по заданным кинематическим и динамическим условиям.

Основным условием синтеза зубчатых механизмов является обеспечение заданного передаточного отношения. Одно и то же передаточное отношение можно получить, применяя различные по своей схеме механизмы, которые могут сильно отличаться коэффициентом полезного действия, весом, габаритами, количеством зубчатых колёс и т.п.

В общем случае выбор схемы зубчатого механизма может быть выполнен только путем детального сравнения различных вариантов. Для упрощения задания на выполнение курсового проекта схемы зубчатых механизмов задаются. Поэтому задача синтеза зубчатого механизма в курсовом проекте сводится, по существу, к определению числа зубьев на зубчатых колесах и выполнению при этом условий, обеспечивающих его работоспособность и компактность.

В настоящих методических указаниях в сжатой и доступной форме приводятся основные сведения по расчету и компоновке зубчатого редуктора. Изложение сопровождается большим числом примеров, иллюстрирующих методику расчета зубчатого механизма. В отличие от большинства известных пособий, при использовании методических указаний не требуется привлечения дополнительной литературы - для студентов необходимы только знания по предыдущим разделам курса "Теория машин и механизмов".

При изложении основное внимание уделяется той части расчета, в которой обосновываются реально допускаемые параметры механизма, отвечающие его оптимальной компоновке.

Особо следует отметить, что наибольшую помощь методические указания окажут студентам заочного факультета, обучение которых связано, в основном, с самостоятельной работой над материалом.

2. КИНЕМАТИКА ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ С НЕПОДВИЖНЫМИ ОСЯМИ

2.1. Передаточное отношение зубчатой передачи

Передаточным отношением цилиндрической зубчатой передачи U_{12} , т.е. одной пары цилиндрических колес (рис.1), называется отношение угловой скорости ведущего зубчатого колеса к угловой скорости ведомого колеса:

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \pm \frac{r_{w1}}{r_{w2}} = \pm \frac{z_2}{z_1}.$$

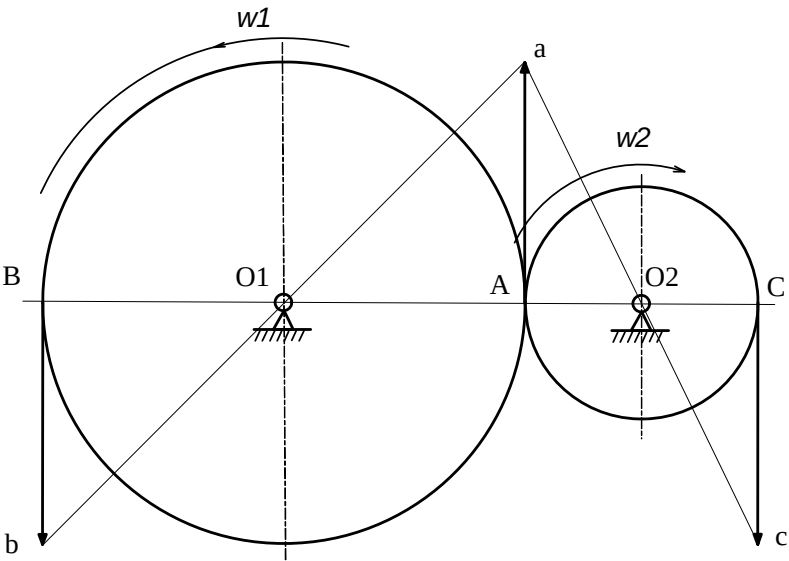
Здесь ω_1 и ω_2 соответственно угловые скорости ведущего и ведомого зубчатого колес, n_1 и n_2 число оборотов в минуту ведущего и ведомого колес, r_{w1}, r_{w2} и z_1, z_2 -соответственно радиусы начальных окружностей и количество зубьев ведущего и ведомого колес.

Для внешнего зацепления (рис.1,а) величина U_{12} будет отрицательной (колеса вращаются в разные стороны), для внутреннего зацепления (рис.1,б) - положительной (колеса вращаются в одном направлении).

Графический метод определения передаточного отношения с помощью треугольников скоростей основан на том, что скорость любой точки тела при его вращении вокруг неподвижной оси прямопропорциональна радиусу вращения: $V = \omega \cdot r$, и, следовательно, скорости точек тела, лежащих на одном радиусе, изменяются по линейному закону. На рис.1 показаны начальные окружности зубчатых колес, соприкасающихся в точке А, скорость $\vec{V}_A$ которой изображена вектором $\vec{Aa}$. Тогда для колеса 1 картина скоростей точек, находящихся на диаметре BO_1A , изобразится в виде прямоугольных треугольников O_1Aa и O_1Bb . Для колеса 2 картина скоростей точек, расположенных на диаметре AO_2C , изобразится в виде треугольников O_2Aa и O_2Cc . Для графического определения угловых скоростей следует на продолжении осевой линии O_1O_2 отложить отрезок PK и через точку K провести прямую $uu \perp KP$. Из точки P проводятся прямые $P2 \parallel ac$ и $P1 \parallel ab$ до пересечения в точках 2 и 1 с прямой uu . Отрезки $\vec{K1}$ и $\vec{K2}$ изображают (в соответствующем масштабе) угловые скорости ω_1 и ω_2 колес. Соответственно передаточное отношение:

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{K1}{K2} \quad .$$

а



б

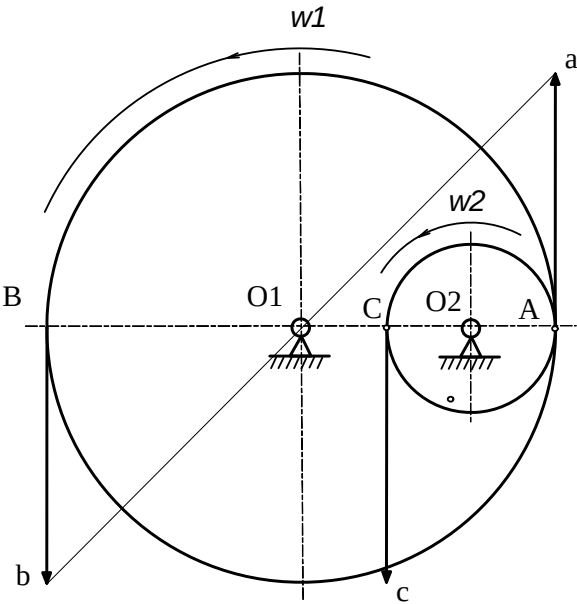


Рис. 1

2.2. Передаточное отношение многоступенчатого зубчатого механизма

В этом случае вращение от ведущего вала O_1 (рис. 2а) передается ведомому валу O_4 через промежуточные валы O_2 и O_3 , на каждом из которых установлено по два колеса: 2 и 2', 3 и 3'. Колеса 2 и 2' жестко соединены с валом O_2 и имеют угловую скорость ω_2 . Колеса 3 и 3 также жестко соединены с валом O_3 и имеют угловую скорость ω_3 .

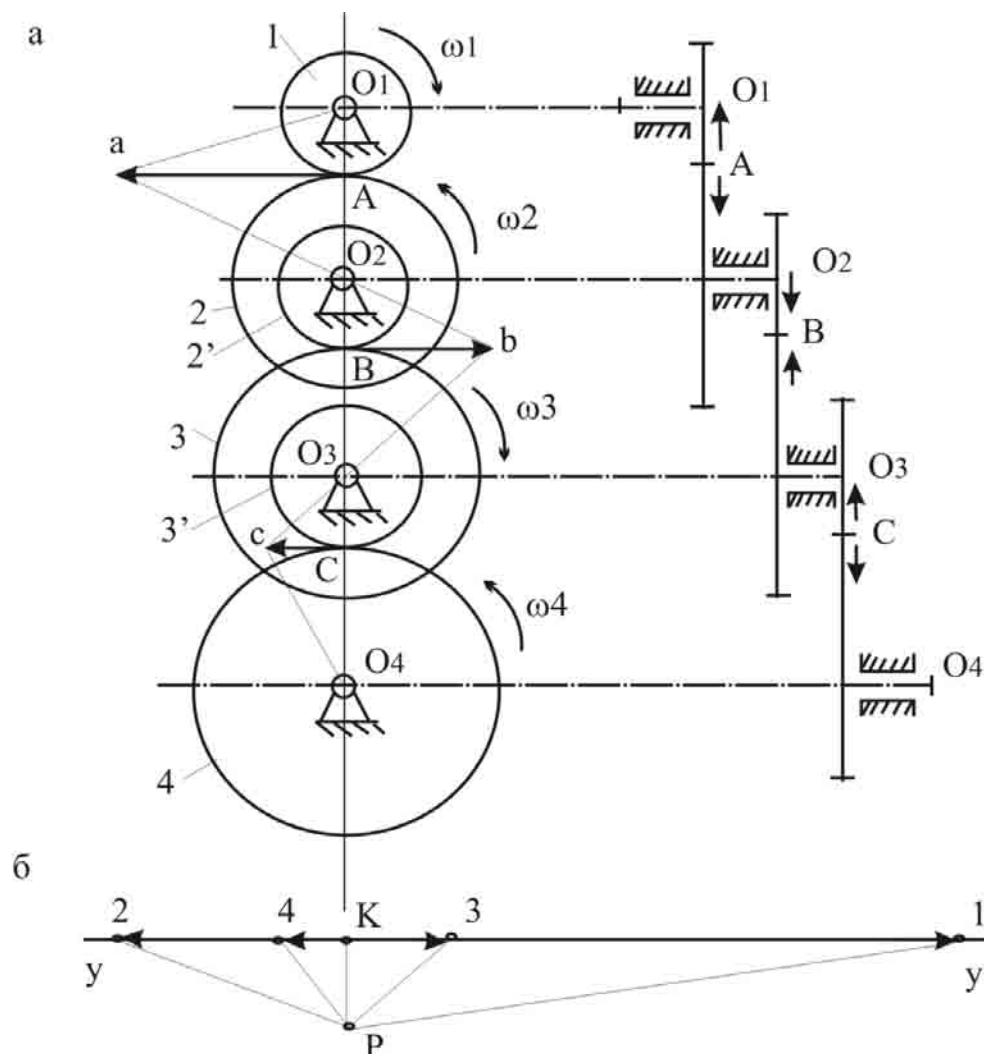


Рис.2

На левой проекции механизма направление угловых скоростей показано круговыми стрелками, а на правой - прямыми стрелками. Каждая пара прямых стрелок, показывающих направление вращения двух сопряженных колес, должна быть направлена или к точке касания этих колес, или от нее.

При последовательном соединении передаточное отношение между любой парой колес равно произведению передаточных отношении

промежуточных пар сопряженных колес. Рассматриваемая передача трехступенчатая, поэтому передаточное отношение будет:

$$U_{14} = U_{12} \cdot U_{2'3} \cdot U_{34} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_{2'}} \right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z_{3'}} \right) = -\frac{z_2 z_3 z_4}{z_1 z_{2'} z_{3'}}.$$

Для произвольного числа ступеней или осей с внешним или внутренним зацеплением колес передаточное отношение определяется по общей формуле:

$$U_{1n} = (-1)^K \cdot \frac{z_2 \cdot z_3 \cdot \dots \cdot z_n}{z_1 \cdot z_{2'} \cdot \dots \cdot z_{(n-1)}},$$

где K — число внешних зацеплений.

Выше был показан графический способ определения передаточного отношения с помощью треугольников скоростей (см. рис.2а) Зададимся производным отрезком $\overrightarrow{Aa}$, изображающим скорость точки A , и построим последовательно треугольники скоростей: $O_1 Aa$ - для колеса 1, $O_2 Bb$ - для колес 2 и 2', $O_3 Bb$ и $O_3 Cc$ - для колес 3 и 3' и $O_4 Cc$ - для колеса 4. На продолжении осевой линии $O_1 O_4$ (рис. 2б) отложим произвольный отрезок KP и через точку K проведем прямую $uu \perp KP$. Через точку P проведем прямые: $P1 \parallel O_1 a$, $P2 \parallel ab$, $P3 \parallel bc$ и $P4 \parallel O_4 c$ до пересечения их с прямой uu (точки 1,2,3 и 4). Отрезки $K1$, $K2$, $K3$, $K4$ пропорциональны угловым скоростям ω_1 , ω_2 , ω_3 и ω_4 , поэтому передаточные отношения записываются в виде:

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{K1}{K2}; \quad U_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{K1}{K3}; \quad U_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = -\frac{K1}{K4}.$$

При простом последовательном соединении зубчатых колес (рядовой зубчатый механизм, см. рис.3) общее передаточное отношение не зависит от количества промежуточных (паразитных) колес и чисел зубьев и может быть определено по формуле:

$$U_{14} = U_{12} \cdot U_{2'3} \cdot U_{34} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2} \right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3} \right) = -\frac{z_4}{z_1}.$$

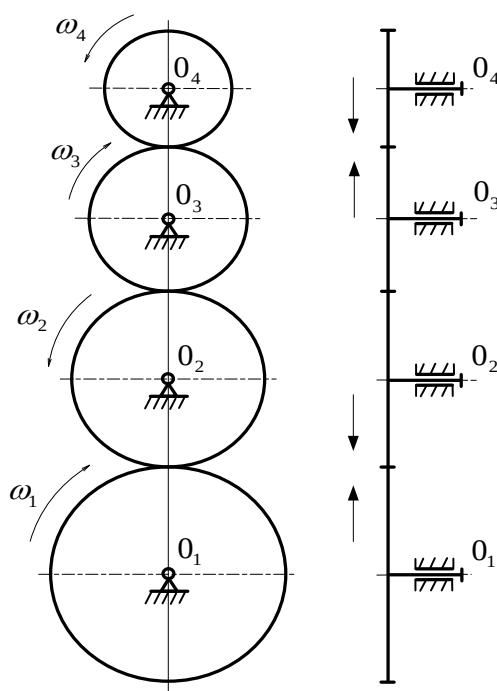


Рис.3

Обобщая этот случай для любого числа колес, получим:

$$U_{1K} = (-1)^k \cdot \frac{z_K}{z_1}, \quad (2.1)$$

где, по-прежнему, К - есть число внешних зацеплений.

"Паразитные" колеса изменяют знак передаточного отношения в зависимости от их четности и имеют различные направления вращения. Например, для схемы внешнего зацепления на рис.3 каждое четное колесо 2 и 4 вращается в сторону, противоположную вращению ведущего колеса 1, а каждое нечетное колесо 3 - в сторону вращения ведущего колеса 1.

На рис.4 показано последовательное соединение, состоящее из трех колес: 1, 2 (паразитное) и 3 (с внутренним зацеплением).

Передаточное отношение этого зубчатого механизма в соответствии с формулой (2.1) будет:

$$U_{13} = -\frac{z_3}{z_1} = -\frac{\omega_1}{\omega_3}.$$

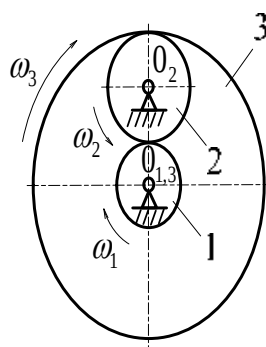


Рис. 4

3. ПОСТРОЕНИЕ РЯДА ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПО ЗАДАННОМУ ПЕРЕДАТОЧНОМУ ОТНОШЕНИЮ

В соответствии с заданием на курсовой проект общее передаточное отношение многоступенчатого зубчатого механизма либо известно, либо должно быть определено расчетным путем. Задана и конкретная схема зубчатого механизма, поэтому необходимо подобрать число зубьев колес с тем, чтобы выполнялось заданное общее передаточное отношение, и обеспечивалась работоспособность механизма.

Задача составления ряда зубчатых колес по заданному или расчетному общему передаточному отношению U_{in} имеет несколько решений, отвечающих конструктивным и технологическим требованиям. В частности в механизме должно быть, возможно, меньшее число валов, которое определяется по допустимому Z_{min} и Z_{max} числу зубьев на колесах механизма, т.е. по наибольшему передаточному отношению для двух смежных колес:

$$U_{max} = \frac{Z_{max}}{Z_{min}}.$$

Вопросы для самоконтроля:

1. Что является основным условием синтеза зубчатых механизмов?
2. Что называется передаточным отношением цилиндрической зубчатой передачи и как оно определяется?

3. Какие передачи могут быть использованы для передачи движения между валами, оси которых параллельны?
4. Каким будет знак передаточного отношения, если колеса имеют:
 - а) внешнее зацепление?
 - б) внутреннее зацепление?
5. Чему равно передаточное отношение при последовательном соединении зубчатых колес?
6. Как определяется передаточное отношение при простом последовательном соединении зубчатых колес (рядовой зубчатый механизм)?
7. Зависит ли общее передаточное отношение от количества промежуточных колес и числа зубьев этих колес при простом последовательном соединении зубчатых колес?
8. Какое влияние на значение передаточного отношения оказывают "паразитные" зубчатые колеса, и каково их назначение?

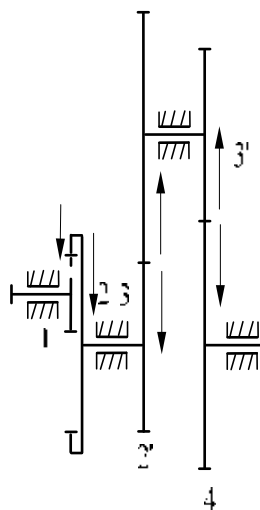


Рис. 5

Пример 1. Требуется подобрать числа зубьев для схемы трехступенчатого зубчатого механизма с общим передаточным отношением $U_{14} = 60$ (рис.5).

Для решения задачи следует задать минимальное число зубьев $Z_{\min} \geq 16$ и распределить передаточные отношения между ступенями зубчатых зацеплений так, чтобы общее передаточное отношение механизма было равно 60: $U_{12} = 5$; $U_{3'4} = -3$; $U_{2'3} = -4$. Выбирая далее количество зубьев на зубчатых

колесах 1, 2', 3' $Z_1 = Z_{2'} = Z_{3'} = 16$, получим, что количество зубьев на колесах 2, 3, 4 будет $Z_2 = Z_1 \cdot U_{12} = 16 \cdot 5 = 80$; $Z_3 = Z_2 \cdot U_{23} = 16 \cdot 4 = 64$; $Z_4 = Z_3 \cdot U_{34} = 16 \cdot 3 = 48$.

Проверяя общее передаточное отношение механизма, получим:

$$U_{14} = \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \frac{Z_3}{Z_{2'}} \cdot \frac{Z_4}{Z_{3'}} = \frac{80}{16} \cdot \left(-\frac{64}{16}\right) \left(-\frac{48}{16}\right) = 60.$$

4. ЭПИЦИКЛИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ

4.1. Планетарные и дифференциальные механизмы

Эпициклические зубчатые механизмы, т.е. зубчатые механизмы, в составе которых имеются подвижные оси зубчатых колес со степенью подвижности, равной единице, называются планетарными. Если степень подвижности эпициклического механизма больше единицы, то такой механизм называется дифференциальным (дифференциалом). В любом эпициклическом механизме в качестве звеньев используются только сателлиты, солнечные колеса и водила. Другие звенья образуют между собой кинематическую цепь, которая соединена с эпициклическим механизмом.

Ось вращения водила всегда совпадает с осями солнечных колес и называется центральной осью механизма. Так как планетарные механизмы имеют степень подвижности, равную единице, то они представляют собой обычные зубчатые механизмы с одним ведущим и одним ведомым звеном. Назначение планетарных механизмов - создавать требуемые передаточные отношения. Дифференциальные механизмы не имеют передаточного отношения, так как при одном ведущем звене они обладают неопределенностью движений. Их назначение - сложение и разделение движений.

4.2. Передаточное отношение планетарного зубчатого механизма

Планетарный зубчатый механизм обычно используется в качестве редуктора (рис.6), т.е. механизма 2, передающего вращение от электродвигателя

1 к рабочему механизму 3 с заданным отношением угловых скоростей: $\frac{\omega_1}{\omega_2}$.

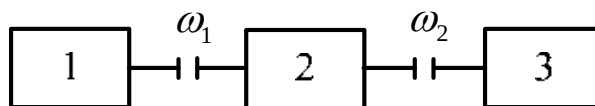


Рис.6

При этом от двигателя к рабочему механизму передается необходимая мощность и крутящий момент. Общее передаточное отношение редуктора $U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$, где $\omega_1(n_1)$ и $\omega_2(n_2)$ угловая скорость вращения входного и выходного валов соответственно.

Из курса теоретической механики известно, что в эпициклическом механизме, изображенном на рис.7а, сателлит 2 совершает сложное движение, абсолютное по отношению к стойке, относительное по отношению к водилу Н и переносное вместе с водилом.

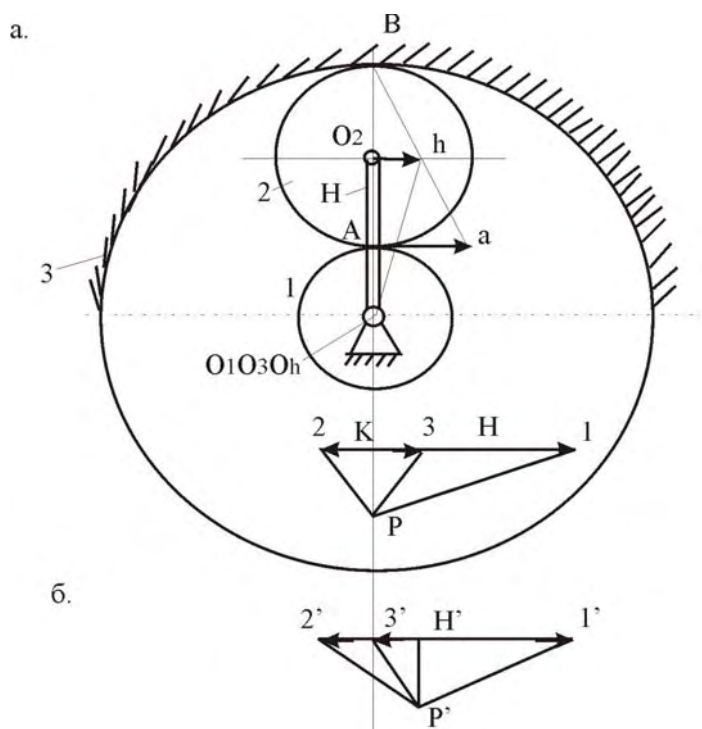


Рис.7

Для любого плоского эпициклического механизма с n зубчатыми колесами относительную угловую скорость вращения любого зубчатого колеса $\omega_i^H (i = 1, 2, \dots, n)$ можно определять как разность между его абсолютной угловой скоростью ω_i и переносной угловой скоростью водила ω_H :

$$\omega_i - \omega_H = \omega_i^H \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (4.1)$$

Если рассматривать относительное движение зубчатых колес, то водило можно считать неподвижным, а эпициклический механизм - зубчатым рядом, т.е. многоступенчатым зубчатым механизмом с неподвижными осями. С помощью формулы (4.1) нетрудно получить передаточное отношение между i -тым и j -тым колесами механизма при остановленном водиле, т.е. в зубчатом ряду:

$$U_{ij}^H = \frac{\omega_i - \omega_H}{\omega_j - \omega_H} = \frac{\omega_i^H}{\omega_j^H} = \pm \frac{Z_j}{Z_i}, \quad (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (4.2)$$

где Z_i и Z_j - число зубьев i -того и j -того колес соответственно.

Условимся, что верхний индекс у величины передаточных отношений будет указывать номер неподвижного звена, при котором получается данное передаточное отношение. Формула (4.2) является универсальной для аналитического исследования кинематики любых эпициклических механизмов и называется формулой Виллиса. При ее использовании следует учитывать направление вращений зубчатых колес, которое является положительным, если вращение происходит против часовой стрелки, и отрицательным - если по часовой стрелке.

Пример 2. Рассмотрим дифференциальный механизм, изображенный на рис.8а. Угловые скорости вращения колес и водила соответственно равны: $\omega_1 = 200 \text{ c}^{-1}$, $\omega_2 = -100 \text{ c}^{-1}$, $\omega_H = -50 \text{ c}^{-1}$. Требуется определить число зубьев Z_2 и Z_3 зубчатых колес 2 и 3. Количество зубьев зубчатого колеса 1 по условию механизма с наименьшим габаритом $Z_1 = 12$.

Приведем решение задачи двумя методами: аналитическим и графическим. По первому методу сначала с помощью формулы (4.2) определим передаточное отношение между колесами 1 и 3:

$$U_{13}^H = \frac{200 - (-50)}{-100 - (-50)} = -5.$$

Передаточное отношение в обратном движении равно:

$$U_{13}^H = -\frac{Z_3}{Z_1} = -5,$$

откуда получаем, что число зубьев колеса 3 будет $Z_3 = 5Z_1 = 5 \cdot 12 = 60$.

Из условия соосности редуктора: $Z_1 + 2Z_2 = Z_3$

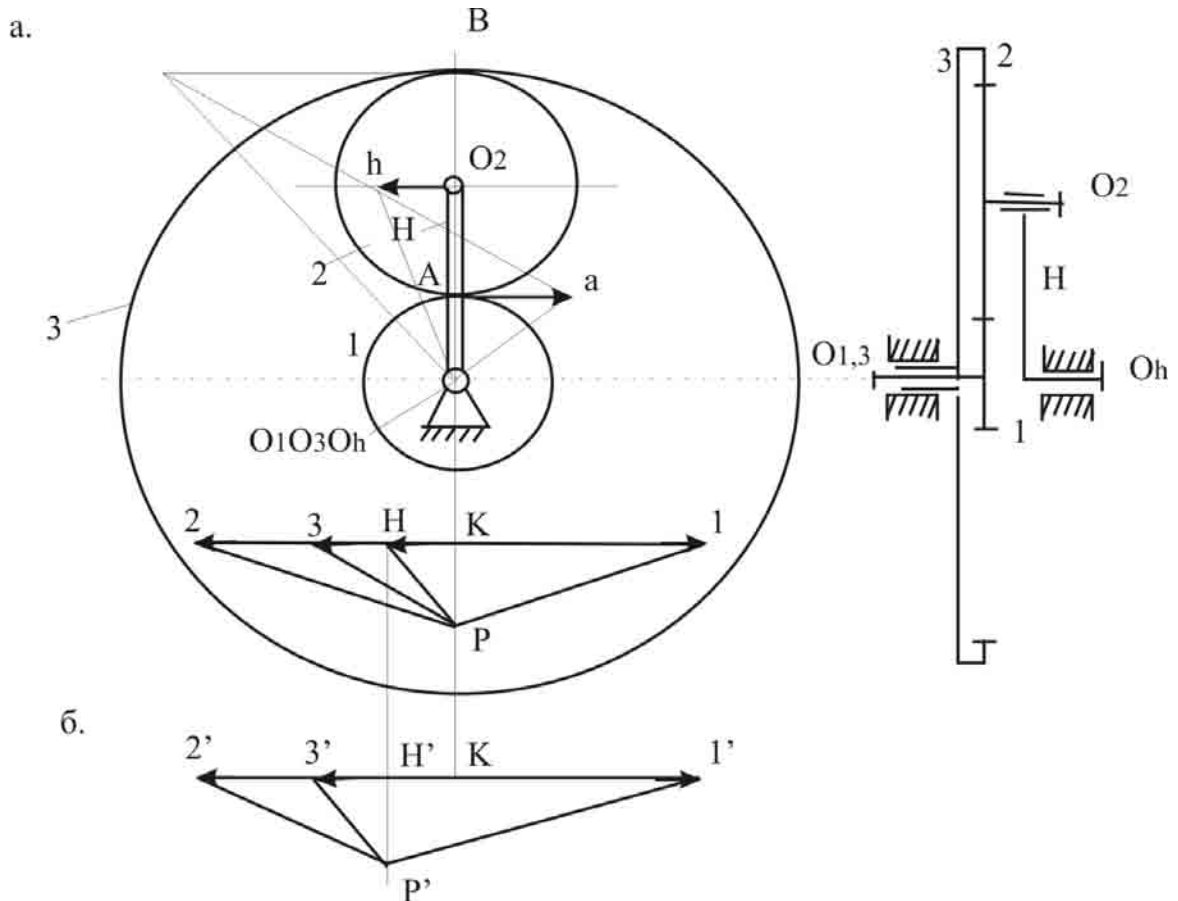


Рис.8

определяем число зубьев колеса 2:

$$Z_2 = \frac{Z_3 - Z_1}{2} = \frac{60 - 12}{2} = 24.$$

Отметим, что для сохранения межцентрового расстояния нужно взять взаимно-обратные коэффициенты смещения: $X_2 = -X_1$.

Теперь, используя (4.2), определяем угловую скорость вращения колеса 2 из уравнения

$$-\frac{24}{12} = \frac{200 - (-50)}{\omega_2 - (-50)}, \text{ откуда } \omega_2 = -175 \text{ с}^{-1}.$$

Относительная угловая скорость сателлита (зубчатого колеса 2) вокруг собственной оси O_2 согласно (4.1) будет:

$$\omega_2^H = \omega_2 - \omega_H = -175 - (-50) = -125 \text{ с}^{-1}.$$

Графический способ определения неизвестных угловых скоростей ω_2 и ω_H с помощью построения треугольников скоростей, если заданы числа зубьев $Z_1 = 12$, $Z_2 = 24$, $Z_3 = 60$ и угловые скорости $\omega_2 = 200 \text{ с}^{-1}$ и $\omega_1 = -100 \text{ с}^{-1}$, показан на рис.8б. Последовательность решения здесь следующая:

Задаваясь в некотором масштабе отрезком $\overrightarrow{Aa}$, изображающим скорость точки А $\vec{V}_A$, длину отрезка $\overrightarrow{Bb}$, изображающего скорость $\vec{V}_B$ точки В, находим, используя соотношение между скоростями точек А и В:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{r_3 \omega_3}{r_1 \omega_1} = \frac{Z_3 \omega_3}{Z_1 \omega_1} = \frac{60 \cdot (-100)}{12 \cdot 200} = -2,5.$$

Тогда $Bb = 2,5aA$.

Далее строим треугольник скоростей O_1Aa колеса 1 и треугольник скоростей O_3Bb колеса 3. Соединяя прямой ab точки a и b , получим треугольники скоростей колеса 2 ACa и BCb , причем точка С будет мгновенным центром вращения колеса 2. Для водила Н получаем треугольник скоростей O_3Oh .

На продолжении линии O_2O_1 откладываем произвольный отрезок PK и проводим прямую $уу \perp PK$. Через точку Р проводим лучи: $P1 \parallel O_1a$; $P2 \parallel ab$; $P3 \parallel O_1b$ и $PH \parallel O_Hh$.

Отрезки $\overrightarrow{K1}$, $\overrightarrow{K2}$, $\overrightarrow{K3}$ и $\overrightarrow{KH}$ в выбранном масштабе изображают угловые скорости колес 1, 2, 3 и водила Н. Поэтому можно вычислить угловые скорости колеса 2 и водила с помощью соотношений

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 K2}{K1} = \frac{200 \cdot (-35)}{40} = -175 \text{ с}^{-1},$$

$$\omega_H = \frac{\omega_1 K H}{K_1} = \frac{200 \cdot (-10)}{40} = -50 \text{ c}^{-1}.$$

Для графического определения угловых скоростей звеньев в обращённом движении (остановлено водило) нужно вертикальный отрезок PK (рис.8.а) переместить в положение $P'H'$ (рис.8.б). Тогда отрезки $H'1$, $H'2'$ и $H'3'$ будут изображать угловые скорости звеньев ω_1 , ω_2 и ω_3 в обращенном движении.

Механизм, изображенный на рис.8, превращается в планетарный с числом степеней свободы $W=1$, если одно из двух колес 3 или 1 сделать неподвижным. Для кинематического исследования полученного планетарного механизма можно использовать формулу Виллиса, считая в ней равной нулю угловую скорость неподвижного центрального колеса:

$$U_{1H} = \frac{h_1}{h_H} = 1 - U_{13}^H; \quad U_{2H} = \frac{h_2}{h_H} = 1 - U_{23}^H,$$

если неподвижно колесо 3

$$U_{3H} = \frac{h_3}{h_H} = 1 - U_{31}^H; \quad U_{1H} = \frac{h_2}{h_H} = 1 - U_{23}^H, \quad (4.4)$$

если неподвижно колесо 1. Передаточное отношение можно определить на основании соотношения:

$$U_{H1} = \frac{1}{U_{1H}}.$$

Пример 3. Рассмотрим планетарный механизм, представленный на рис.7. Будем считать, что угловые скорости колеса 1 и водила известны: $\omega_1 = 200 \text{ c}^{-1}$, $\omega_H = 33,3 \text{ c}^{-1}$. Определим число зубьев Z_1 , Z_2 и Z_3 колес 1, 2 и 3 по условию механизма с наименьшим габаритом. Количество зубьев малой шестерни 1 примем $Z_1 = 15$. Аналитическое решение задачи проводится в следующей последовательности.

С помощью формулы (4.3) определяем передаточное отношение:

$$U_{13}^H = 1 - \frac{200}{33,3} = -5.$$

Передаточное отношение в обратном движении будет:

$$U_{13}^H = -\frac{Z_3}{Z_1} = -5,$$

откуда получаем число зубьев колеса 3:

$$Z_3 = 5Z_1 = 5 \cdot 15 = 75.$$

Условие соосности позволяет определить число зубьев колеса 2:

$$Z_2 = \frac{Z_3 - Z_1}{2} = \frac{75 - 15}{2} = 30.$$

Теперь, используя (4.3), находим передаточное отношение:

$$U_{2K} = 1 - \frac{Z_3}{Z_2} = 1 - \frac{75}{30} = -1,5.$$

Поэтому $\omega_2 = U_{2H} \cdot \omega_H = -1,5 \cdot 33,3 = -50 \text{ c}^{-1}$.

Относительная угловая скорость сателлита (колеса 2) вокруг собственной оси в соответствии с (4.1) будет: $\omega_2^H = \omega_2 - \omega_H = -50 - 33,3 = -83,3 \text{ c}^{-1}$.

Графический способ определения неизвестных угловых скоростей с помощью треугольников скоростей, если заданы числа зубьев $Z_1 = 15$ и $Z_2 = 30$ колес 1 и 2 и угловая скорость $\omega_1 = 200 \text{ c}^{-1}$, представлен на рис.7а. Построение начинается с изображения в выбранном масштабе отрезка $\overrightarrow{Aa}$, изображающего скорость $\overrightarrow{V_A}$ точки А. С его помощью строится треугольник скоростей колеса 1 OAa . Учитывая, что точка В является полюсом мгновенного вращения колеса 2 ($V_B = 0$), находим картину скоростей этого колеса - треугольник скоростей ABa , в котором отрезок $\overrightarrow{O_2h}$ изображает скорость $\overrightarrow{V_{O_2}}$ оси O_2 колеса 2. В то же время $\overrightarrow{V_{O_2}}$ есть скорость точки, принадлежащей водилу H , поэтому для водила получаем треугольник скоростей $O_H O_2 h$.

Далее на продолжении линии $O_2 O_1$ откладываем произвольный отрезок PK и проводим прямую $уу \perp PK$. Через точку P проводим лучи: $P1 \parallel |O_1 a$; $P2 \parallel |ab$; $P3 \parallel |O_1 b$ и $PH \parallel |O_H h$. Отрезки $\overrightarrow{K1}$, $\overrightarrow{K2}$ и $\overrightarrow{K3}$ изображают угловые скорости колес 1, 2 и водила H , поэтому получаем:

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 K 2}{K 1} = \frac{200 \cdot 6,5}{40} = 32,5 c^{-1},$$

$$\omega_H = \frac{\omega_1 K H}{K 1} = \frac{200 \cdot (-10)}{40} = -50 c^{-1}.$$

На рис.7б показано определение угловых скоростей звеньев в обратном движении (водило остановлено). Здесь угловые скорости ω_1^H , ω_2^H и ω_3^H колес 1, 2 и 3 в обратном движении изображаются отрезками $\overrightarrow{H'1'}$, $\overrightarrow{H'2'}$ и $\overrightarrow{H'3'}$.

5. СЛОЖНЫЕ ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Пример сложного зубчатого механизма с подвижными и неподвижными осями показан на рис.9а,

Кинематическая цепь состоит из двух последовательно соединенных механизмов:

1 - двухступенчатого зубчатого механизма (редуктора) с неподвижными осями и включает колеса 1, 2, 2', 3 (на рис.9.б показано определение линейных и угловых скоростей этого механизма);

2 - планетарного механизма (редуктора), состоящего из колес 3, 4 и неподвижного 5 и водила H (диаграмма линейных и угловых скоростей на рис.9в).

Общее передаточное отношение равно произведению частных передаточных отношений отдельных простых зубчатых механизмов, входящих в состав сложного зубчатого редуктора:

$$U_{1H} = U_{13} \cdot U_{3'H},$$

где $U_{13} = U_{12} \cdot U_{2'3}$ - передаточное отношение первого редуктора,

$U_{3'H} = (1 - U_{3'5}^H)$ - передаточное отношение второго редуктора.

Отметим, что одноступенчатый планетарный редуктор содержит центральное подвижное колесо, центральное неподвижное колесо, водило и сателлиты.

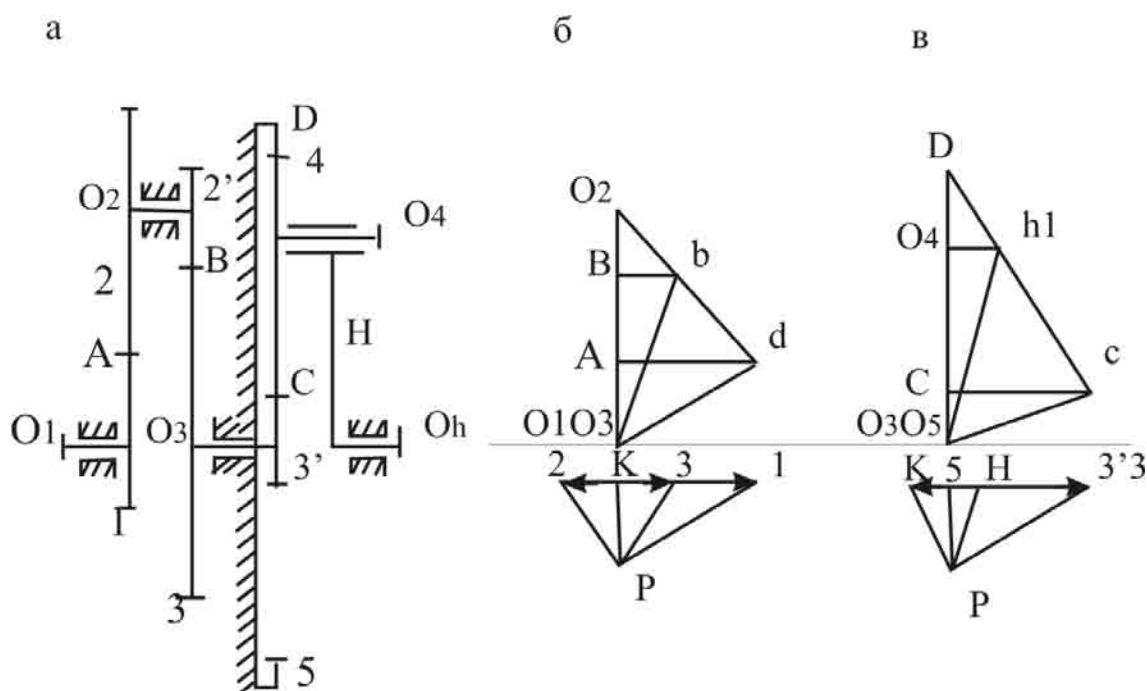


Рис. 9

Задачи по определению передаточного отношения многоступенчатой передачи рекомендуется решать в следующей последовательности:

- 1 - определить число ступеней в передаче;
- 2 - найти передаточное отношение каждой ступени;
- 3 - вычислить передаточное отношение всей передачи.

6. СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

6.1. Условия синтеза

Синтез планетарных механизмов или проектирование представляет собой подбор чисел зубьев зубчатых колес механизма, удовлетворяющих следующим условиям:

- 1 - условию заданного передаточного отношения;
- 2 - условию соосности ведущего и ведомого колёс;
- 3 - условию соседства сателлитов;
- 4 - условию сборки: сумма зубьев солнечных колес должна быть кратной числу сателлитов.

Условие 3 связано с тем, что обычно в редукторах с целью уменьшения нагрузок на зубья колес и динамической уравновешенности механизма устанавливает не один, а несколько сателлитов. Они должны устанавливаться под равными углами, располагаться в одной плоскости, а окружности вершин зубьев сателлитов не должны пересекаться. Последнее условие связано с тем, что сборка механизма не всегда возможна: после установки первого сателлита зубья последующих могут не совпасть со впадинами одного из солнечных колес.

В качестве примеров синтеза планетарных механизмов ниже будут рассмотрены типичные задачи о подборе чисел зубьев соосных планетарных редукторов.

6.2. Синтез планетарного редуктора с внешним и внутренним зацеплениями и однорядными сателлитами

Рассмотрим схему четырехзвенного редуктора, представленную на рис.10. Будем считать, что передаточное отношение известно.

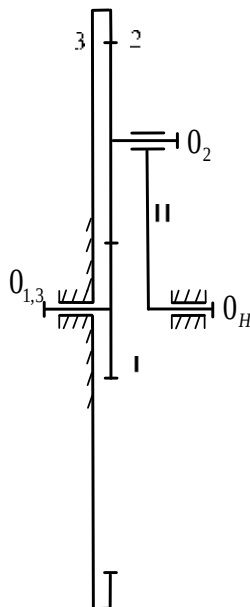


Рис.10

Используя приведенные ранее соотношения (см. (4.3)), можем записать условие обеспечения заданного передаточного соотношения в виде:

$$U_{1H} = 1 - U_{13}^H, \quad (6.1)$$

где U_{13} есть передаточное отношение в обратном движении. В формуле (6.1) учтено также, что колесо 3 неподвижно, и его угловая скорость $\omega_3 = 0$. В соответствии со схемой механизма имеем:

$$U_{13}^H = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_2} = -\frac{Z_3}{Z_1},$$

и формула (6.1) принимает вид:

$$U_{1H} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1} \quad (6.2)$$

Условие соосности заключается в том, что оси вращения ведущего колеса 1 и водила Н должны располагаться на одной линии. Обозначая через m - модуль зубчатых колес, а через

$$r_i = \frac{mZ_i}{2} \quad (6.3)$$

радиус делительной окружности i -того колеса, запишем условие соосности в форме:

$$r_1 + 2r_2 = r_3$$

или с учетом выражения для r_i :

$$Z_1 + 2Z_2 = Z_3 \quad (6.4)$$

Условие соседства определяет максимальное число сателлитов K , устанавливаемых между центральными (солнечными) колесами 1 и 3 без касания окружностями вершин зубьев соседних сателлитов. Для динамической уравновешенности механизма сателлиты устанавливаются так, что все центральные углы, образованные лучами, исходящими из центра солнечных колес и проходящими через центры соседних сателлитов, равны $\frac{2\pi}{K}$ (рис.11).

Очевидно, что при этом условие соседства будет выполняться, если

$$(r_1 + r_2) \sin \frac{\pi}{K} > r_{a2}, \dots \dots \dots (6.5)$$

где r_1, r_2 - радиусы делительных окружностей колеса 1 и сателлитов 2;

r_{a2} - радиус окружности выступов зубьев сателлитов, определяемый по формуле

$$r_{a2} = \frac{mZ_2}{2} + f_o m. \quad (6.6)$$

Коэффициент высоты зуба f_o в (6.6) обычно принимается равным 1. Тогда с учетом (6.3), (6.6) неравенство (6.5) принимает вид:

$$(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{K} > Z_2 + 2 \quad (6.7)$$

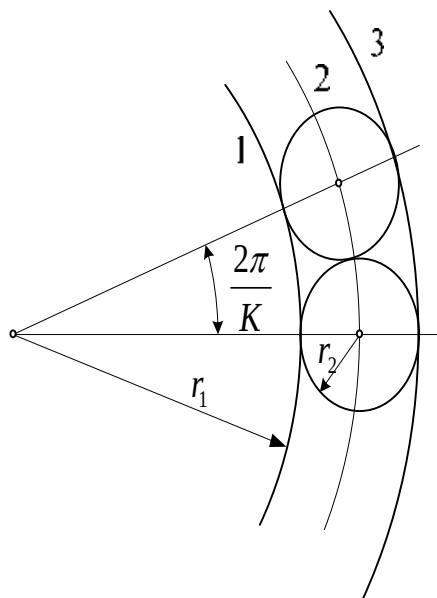


Рис.11

Условие сборки накладывает зависимость на число зубьев центральных колес 1 и 3 (см. рис.12):

$$Z_1 P_t = K(b_1 P_t + C_1), \quad Z_3 P_t = K(b_2 P_t + C_2),$$

где P_t - общий шаг зацепления сопряженных колес, b_1 и b_2 - неизвестные целые числа, C_1 , C_2 - неизвестные величины, меньшие P_t .

Складывая последние соотношения после деления на P_t , получим:

$$Z_1 + Z_3 = \left(b_1 + b_2 + \frac{C_1 + C_2}{P_t} \right) K \quad (6.8)$$

Число зубьев колес есть целое число, поэтому и правая часть (6.8) должна быть целым числом. Это возможно только, если $C_1 + C_2 = P_t$.

Следовательно,

$$Z_1 + Z_3 = C \cdot K, \quad (6.9)$$

где $C = b_1 + b_2 + 1$ - произвольное целое число.

Формулы (6.2), (6.4) и (6.9) образуют замкнутую неоднородную линейную систему алгебраических уравнений относительно Z_1 , Z_2 , Z_3 , решение которой может быть получено, например, по правилу Крамера и представлено в виде:

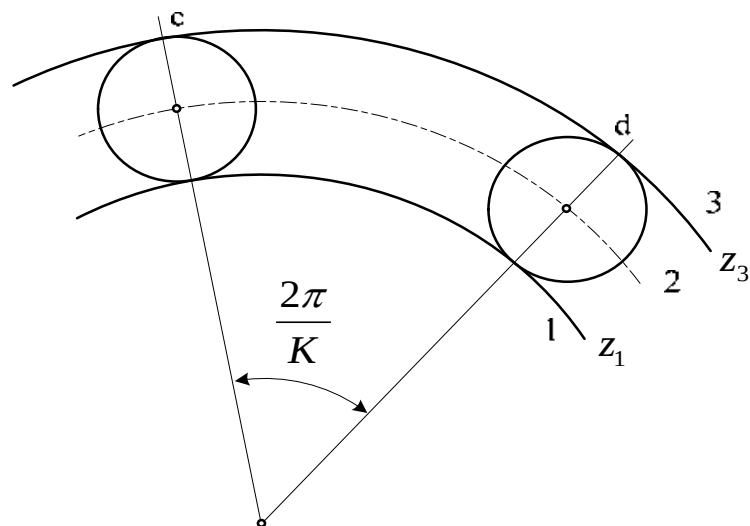


Рис. 12

$$z_1 = \frac{CK}{U_{1H}}, \quad z_2 = CK \frac{U_{1H} - 2}{2U_{1H}}, \quad z_3 = CK \frac{U_{1H} - 1}{U_{1H}}.$$

Отсюда вытекает следующее соотношение:

$$z_1 : z_2 : z_3 : C = 1 : \frac{U_{1H} - 2}{2} : (U_{1H} - 1) : \frac{U_{1H}}{K}. \quad (6.10)$$

(6.10) называется уравнением синтеза для рассматриваемого механизма. Оно позволит определить число зубьев колес, если задано общее передаточное отношение U_{1H} и число сателлитов. Очевидно, что при этом число зубьев одного из колес можно выбирать произвольно. Обычно для уменьшения габаритов редуктора и отсутствия подрезания зубьев задают число зубьев центрального колеса 1, выбирая это число по возможности меньшим. Что касается числа сателлитов K , то в случае, если оно не задано, его подбирают таким образом, чтобы выполнялись условия соседства и сборки.

Отметим, что в уравнении (6.10) C есть целое число (6.9). Поэтому при проведении расчетов в случаях, когда величина $\frac{U_{1H}}{K}$ является не целым числом, следует ее представить в виде дроби и домножить правую часть (6.10) на любое целое число, кратное знаменателю этой дроби.

Суммируя изложенное в данном подразделе, можно указать следующий порядок выполнения синтеза механизма.

1. Записать уравнение синтеза механизма (6.10).

2. Представить правую часть уравнения синтеза в виде отношения целых чисел.

3. Задать число зубьев колеса 1.

4. С помощью уравнения синтеза вычислить Z_2 и Z_3 .

5. Из уравнения синтеза определить величину C .

6. Проверить условия обеспечения заданного передаточного отношения (6.2), соседства (6.7), соосности (6.4) и сборки (6.9).

Пример 4. Рассмотрим механизм на рис.10, для которого передаточное отношение $U_{1H} = 4$, а число сателлитов $K = 5$. Запишем для него уравнение синтеза (6.10):

$$Z_1 : Z_2 : Z_3 : C = 1 : 1 : 3 : \frac{4}{5}. \quad (6.11)$$

Помножим правую часть (6.11) на 5. В результате получим уравнение синтеза в виде:

$$Z_1 : Z_2 : Z_3 : C = 5 : 5 : 15 : 4. \quad (6.12)$$

Выберем, с целью обеспечения меньших габаритов редуктора $Z_1 = 15$. Из (6.12) находим:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = 1, \quad Z_2 = Z_1 = 15,$$

Аналогично получим:

$$\frac{Z_2}{Z_3} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}, \quad Z_3 = 3Z_2 = 45,$$

$$\frac{Z_3}{C} = \frac{15}{4}, \quad C = \frac{Z_3 \cdot 4}{15} = 12.$$

Проверяем выполнение условий синтеза. Условие обеспечения заданного передаточного отношения (6.2):

$$I + \frac{45}{15} = 4 \equiv U_{1H}.$$

Условие соосности (6.4):

$$15 + 2 \cdot 15 = 45 \equiv Z_3.$$

Условие соседства (6.7):

$$(15+15)\sin\frac{\pi}{K}=17,6, \quad Z_2+2=17.$$

$$17,6 > 17$$

Условие сборки (6.9):

$$15 + 45 = 60, \quad CK = 12 \cdot 5 = 60.$$

Итак, все условия синтеза оказались выполнены, поэтому принимаем число зубьев первого колеса $Z_1 = 15$, второго - $Z_2 = 15$, и третьего - $Z_3 = 45$.

6.3. Синтез планетарного редуктора с двумя внешними зацеплениями и двухрядными сателлитами

Рассмотрим схему четырехзвенного планетарного редуктора, изображенного на рис.13.

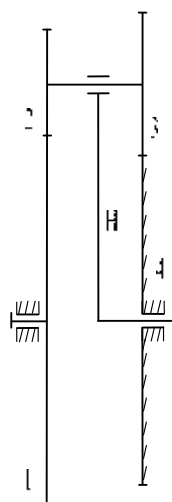


Рис. 13

Задаваясь передаточным отношением от колеса 1 к водилу H и числом сателлитов K , приведем соотношения, вытекающие из условий синтеза и связывающие числа зубьев Z_1 , Z_2 , Z_3 и Z_4 колес 1, 2, 3 и 4 редуктора.

Условие обеспечения заданного передаточного отношения см.(4.3) записывается:

$$U_{1H} = 1 - \frac{Z_4 \cdot Z_2}{Z_1 \cdot Z_3}. \quad (6.13)$$

Условие соосности в рассматриваемой задаче имеет вид:

$$m_{12}(Z_1 + Z_2) = m_{34}(Z_3 + Z_4), \quad (6.14)$$

где m_{12} и m_{34} модули сопряженных колес 1,2 и 3,4. Отметим, что модули колес выбираются при проведении прочностного расчета редуктора, а в данном курсовом проекте - задаются.

Условие сборки с учетом кинематической схемы механизма может быть получено как и в предыдущем примере и имеет вид:

$$Z_4 - \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2} = KC, \quad (6.15)$$

где K , по-прежнему, есть число сателлитов, C - произвольное целое число.

Условие соседства определяет максимальное число сателлитов в каждом ряду (первый ряд включает колеса 1,2, а второй - колеса 3. 4), и поэтому записывается в виде двух неравенств, аналогичных (6.7):

$$\begin{aligned} (Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{K} &> Z_2 + 2; \\ (Z_3 + Z_4) \sin \frac{\pi}{K} &> Z_3 + 2. \end{aligned} \quad (6.16)$$

В (6.16) принято, что коэффициент высоты головки зуба $f_o=1$. Число сателлитов K в обоих рядах колес одинаковое и должно удовлетворять каждому из неравенств.

Соотношения (6.13), (6.14) и (6.15) могут рассматриваться как уравнения относительно неизвестных Z_1 , Z_2 , Z_3 и Z_4 . Так как число неизвестных на два больше числа уравнений, то любые две неизвестные величины могут быть приняты за свободные неизвестные, а остальные - выражены через эти неизвестные. Обычно в качестве свободных неизвестных выбираются Z_1 и Z_4 . При этом уравнения (6.13), (6.14) и (6.15) являются линейными алгебраическими уравнениями относительно Z_3 , Z_2 , C , разрешая которые получим:

$$Z_3 = \frac{q \cdot Z_2}{1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H}}; Z_4 = \frac{q(1 - U_{1H}) Z_1}{1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H}};$$

$$C = -\frac{q \cdot U_{1H} \cdot Z_1}{K \cdot \left(1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H}\right)} . \quad (6.17)$$

Здесь введено обозначение: $q = \frac{m_{12}}{m_{34}}$ Учитывая (6.17), можно уравнение синтеза (6.10) в рассматриваемом случае записать в виде:

$$\begin{aligned} Z_1 : Z_2 : Z_3 : Z_4 : C = & \left(1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H}\right) Z_1 : \left(1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H}\right) Z_2 : \\ & : q Z_2 : q (1 - U_{1H}) Z : \left(-\frac{q \cdot U_{1H} \cdot Z_1}{K}\right) . \end{aligned} \quad (6.18)$$

С помощью соотношения (6.18) удобно подбирать числа зубьев колес редуктора. Это рекомендуется делать в следующей последовательности. Сначала задать величины Z_1 и Z_2 , выбрав их по возможности меньшими и такими, чтобы разность

$$1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H} \text{ была кратной } q .$$

Далее из пропорции:

$$Z_2 : Z_3 = \left(1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H}\right) Z_2 : q Z_2$$

определяется величина:

$$Z_3 = \frac{q}{1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H}} \cdot Z_2 , \quad (6.19)$$

а из пропорции:

$$Z_3 : Z_4 = q Z_2 : q (1 - U_{1H}) Z_1$$

вычисляется число зубьев колеса 4:

$$Z_4 = \frac{(1 - U_{1H}) Z_1}{Z_2} \cdot Z_3 . \quad (6.20)$$

Очевидно, что Z_2 необходимо задавать еще и так, чтобы числа Z_3 и Z_4 были целыми.

Последняя пропорция:

$$Z_4 : C = q (1 - U_{1H}) Z_1 : \left(- \frac{q \cdot U_{1H} \cdot Z_1}{K} \right),$$

составленная с помощью (6.18), позволяет определить число C

$$C = - \frac{U_{1H}}{K \cdot (1 - U_{1H})} \cdot Z_4, \quad (6.21)$$

которое должно быть целым. Если оно получилось дробным, то на основании (6.18) можно принять C равным числителю этой дроби, а ранее полученные числа зубьев колес домножить на знаменатель дроби. В случае больших значений Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 , не удовлетворяющих заданным габаритам механизма, расчет следует произвести заново, задаваясь другими Z_1 и Z_2 .

После подбора величин Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 необходимо проверить, удовлетворяют ли они неравенствам (6.16). Если неравенства (6.16) не выполняются, то следует либо уменьшить число сателлитов K , либо произвести новый расчет с другими Z_1 и Z_2 .

Пример 5. Подберем числа зубьев колес редуктора, выполненного по схеме, представленной на рис.13, если передаточное отношение $U_{1H} = 0,6$, отношение модулей зубчатых пар $q=0,8$, число сателлитов $K=4$.

Зададим Z_1 и Z_2 так, чтобы

$$1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H} = 0,8 \quad \frac{q}{1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{1H}} = 1.$$

Этому соотношению удовлетворяют, например, значения $Z_1=40$ и $Z_2=80$. Тогда из (6.19), (6.20), (6.21) находим:

$$Z_3 = \frac{q}{1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H}} \cdot Z_2 = 80; \quad Z_4 = \frac{(1 - U_{1H}) Z_1}{Z_2} \cdot Z_4 = 16$$

$$C = - \frac{U_{1H} \cdot Z_2}{K \cdot (1 - U_{1H})} \cdot Z_4 = -6$$

Подставляем полученные значения Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 в неравенства (6.16). При этом первое из них выполняется ($120 \frac{\sqrt{2}}{2} > 2 + 80$), а второе нет ($96 \frac{\sqrt{2}}{2} < 82$).

Следовательно, условие соседства не выполнено.

Производим новый расчет, изменяя соотношение между числом зубьев колес в парах с целью удовлетворения условий (6.16). Принимаем равное число зубьев первого и второго колес: $Z_1 = Z_2$.

Тогда $1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{1H} = 0,7$,

поэтому принимаем $Z_1 = Z_2 = 70$ ($1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{1H}$ не кратно $q = 0,8$), и для получения целого числа Z_3 необходимо задаваться, в соответствии с (6.19), Z_2 кратным 0,7. Находим далее:

$$Z_3 = \frac{q \cdot Z_2}{1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H}} = 80; \quad Z_4 = (1 - U_{1H}) Z_3 = 32;$$

$$C = -\frac{U_{1H}}{K \cdot (1 - U_{1H})} \cdot Z_4 = -12.$$

Неравенства (6.16) при подстановке полученных чисел зубьев удовлетворяются:

$$140 \frac{\sqrt{2}}{2} > 2 + 70,$$

$$112 \frac{\sqrt{2}}{2} > 2 + 80.$$

Величины Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 и C кратны 2, однако вдвое уменьшить число зубьев всех колес нельзя, ибо не будет выполняться второе неравенство (6.16).

Полученные данные решают задачу по подбору зубьев, однако значения Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 не обеспечивают по габаритам достаточно хороший вариант исполнения редуктора. В самом деле, число зубьев колеса может быть равно 14+17, а в полученном варианте наименьшее из всех чисел (Z_4) вдвое больше,

пера колес 1,2 имеет $Z_1 + Z_2 = 140$. Произведем еще один подбор чисел Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 с целью уменьшения габаритов механизма.

Примем:

$$1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{1H} = 0,6. \quad (6.22)$$

При этом:

$$\frac{q}{1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H}} = \frac{4}{3},$$

поэтому Z_2 следует принять кратным 3. Соотношению (6.22) удовлетворяют значения $Z_1 = 2Z_2$. Выбираем $Z_1 = 30, Z_2 = 15$. Тогда находим:

$$Z_3 = \frac{q \cdot Z_2}{1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H}} = 20; \quad Z_4 = \frac{q(1 - U_{1H})Z_1}{1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H}} = 16,$$

$$C = -\frac{q \cdot U_{1H} \cdot Z_1}{K \cdot 0,6} = -6.$$

Неравенства (6.16) удовлетворяются:

$$45 \frac{\sqrt{2}}{2} > 2 + 15,$$

$$36 \frac{\sqrt{2}}{2} > 2 + 20.$$

Окончательно принимаем $Z_1 = 30, Z_2 = 15, Z_3 = 20, Z_4 = 16$.

6.4. Синтез планетарного редуктора с одним внешним и одним внутренним зацеплениями и двухрядными сателлитами

Схема рассматриваемого механизма представлена на рис.14. Нетрудно убедиться, что условия синтеза (обеспечение заданного передаточного отношения, соосности и сборки) записываются, соответственно, в форме:

$$U_{1H} = 1 + \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3},$$

$$q(Z_1 + Z_2) = Z_4 - Z_3, \quad Z_4 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2} = KC. \quad (6.23)$$

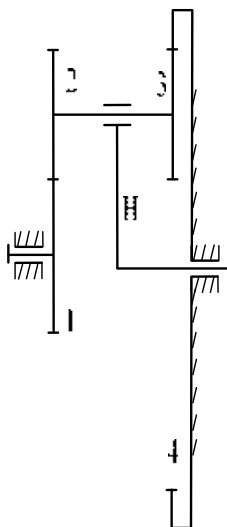


Рис. 14

Условия соосности имеют вид неравенств:

$$(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{K} > Z_2 + 2, \quad (Z_4 - Z_3) \sin \frac{\pi}{K} > Z_3 + 2 \quad (6.24)$$

Выбирая по-прежнему в качестве свободных неизвестных Z_1 и Z_2 , находим:

$$Z_3 = \frac{q \cdot Z_2}{\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H} - 1}; \quad Z_4 = \frac{q(U_{1H} - 1)Z_1}{\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{1H} - 1},$$

$$C = \frac{i}{k} \cdot \frac{q \cdot U_{1H} \cdot Z_1}{\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{1H} - 1}. \quad (6.25)$$

Уравнение синтеза на основании (6.25) приводится к виду:

$$Z_1 : Z_2 : Z_3 : Z_4 : C = \left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H} - 1 \right) Z_1 : \left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H} - 1 \right) Z_2 :$$

$$: qZ_2 : q(U_{1H} - 1)Z_1 : \frac{q \cdot U_{1H}}{K} \cdot Z_1. \quad (6.26)$$

Нетрудно видеть, что методика подбора числа зубьев колес дачного механизма аналогична методике подбора, изложенной в (6.3).

Пример 6. Подберем Z_1 , Z_2 , Z_3 и Z_4 редуктора на рис. 14, если передаточное отношение $U_{1H} = 12$, $q = 1,1$ число сателлитов $K=3$.

Зададим:

$$\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{1H} - 1 = -2,2.$$

Этому соотношению отвечают значения $Z_1 = \frac{4}{11} Z_2$. Примем $Z_1 = 16$, $Z_2 = 44$.

Тогда из (6.25) находим:

$$Z_2 : Z_3 = \left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{1H} - 1 \right) : q \quad \text{или}$$

$$Z_3 = \frac{\rho}{\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot U_{1H} - 1} \cdot Z_2 = 22.$$

Аналогично, из пропорции: $Z_3 : Z_4 = Z_2 : (U_{1H} - 1) : Z_1$ определяем величину:

$$Z_4 = \frac{(U_{1H} - 1) Z_1}{Z_2} \cdot Z_3 = 88.$$

Постоянная C вычисляется из пропорции $Z_4 : C = (U_{1H} - 1) : \frac{U_{1H}}{K}$.

Получаем:

$$C = -\frac{U_{1H}(U_{1H} - 1) \cdot Z_1}{K} \cdot Z_4 = 32.$$

Подставляя полученные числа зубьев в неравенства (6.24), убеждаемся, что они удовлетворяются:

$$60 \frac{\sqrt{3}}{2} > 2 + 44 \quad \text{и} \quad 66 \frac{\sqrt{3}}{2} > 2 + 22.$$

Значения $Z_1=16$, $Z_2=44$, $Z_3= 22$, $Z_4= 83$ обеспечивают меньшие габариты механизма.

В заключение отметим, что процесс подбора чисел зубьев для каждой схемы редуктора может быть существенно облегчен в случае применения компьютера. При этом достаточно составить (с помощью программиста) несложную программу, при помощи которой перебираются из заданного

численного диапазона всевозможные значения Z_1 и Z_2 с шагом 1. В соответствии с приведенными формулами для каждой пары чисел Z_1 и Z_2 вычисляются значения Z_3 , Z_4 и C и, если они получились целыми, проверяется выполнение условий соседства. На печать следует выводить только результаты вычислений, удовлетворяющие поставленной задаче. Очевидно, что для одних и тех же исходных данных может быть получено несколько вариантов расчета, из которых и выбирается оптимальный.

Применение ЭЦВМ, однако, следует рекомендовать в случаях, когда студент уже имеет навыки проведения инженерных расчетов машин и механизмов, для приобретения же этих навыков необходимо проводить самостоятельный численный анализ вариантов при выполнении курсового проекта.

Вопросы для самоконтроля:

1. Какие зубчатые механизмы называются планетарными, а какие дифференциальными?
2. Может ли ось вращения водила не совпадать с осями солнечных колес?
3. Как определить передаточное отношение при относительном движении зубчатых колес, т.е. при остановленном водиле?
4. В какой последовательности нужно определять передаточное отношение многоступенчатой передачи?
5. Какие условия необходимо выполнить при синтезе планетарного механизма?
6. В чем заключается условие соседства сателлитов?
7. Как сформулировать обеспечение условия сборки?
8. Что означает обеспечение условия сборки?
9. Как записывается условие соосности для планетарного редуктора с двумя внешними зацеплениями и двухрядными сателлитами? Как выглядит условие соседства в этом случае?
10. Как записывается условие соосности для планетарного редуктора с двумя внешними зацеплениями и двухрядными сателлитами? Как выглядит условие соседства в этом случае?

11. Как записывается условие соседства и соосности для планетарного редуктора с одним внешним и внутренним зацеплением и двухрядными сателлитами?

7. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Кинематический анализ сложных зубчатых механизмов

Типы заданий для контрольной работы и варианты выбираются по первой букве фамилии студента, а номер числового варианта берется по последней цифре учебного шифра (номер зачетки).

В контрольную работу входит кинематическое исследование сложных зубчатых механизмов: планетарного или дифференциального.

Исследование каждого механизма провести двумя методами: аналитическим и графическим. Графическая часть работы выполняется на листе чертежной бумаги формата А3 (297×420). Аналитические расчеты производят либо в отдельной пояснительной записке, либо непосредственно на чертеже. Результаты исследования механизмов аналитическим или графическим методами необходимо свести в итоговую таблицу на листе, вычислить ошибки (в процентах) графических расчетов по сравнению с аналитическими.

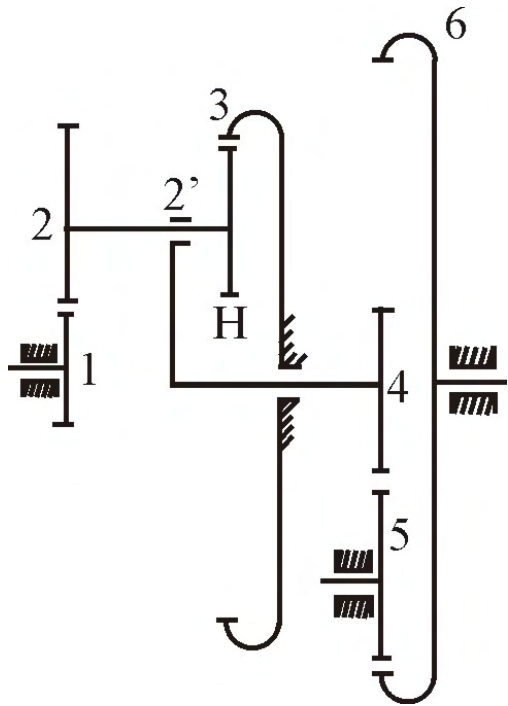
Недостающие числа зубьев колес определить из условия соосности, считая, что все зубчатые колеса механизма имеют один и тот же модуль и угол зацепления.

Модуль m (если он не задан), а также масштабные коэффициенты μ_s, μ_v и μ_ω для исследуемых механизмов выбирать из условия полного заполнения листа схемами, планами и расчетами.

Так как в первую из задач входит определение числа оборотов в минуту одного или нескольких звеньев по заданным скоростям ведущих, то в этом случае необходимо произвести вычисление всех указанных выше масштабных коэффициентов.

ТИП А

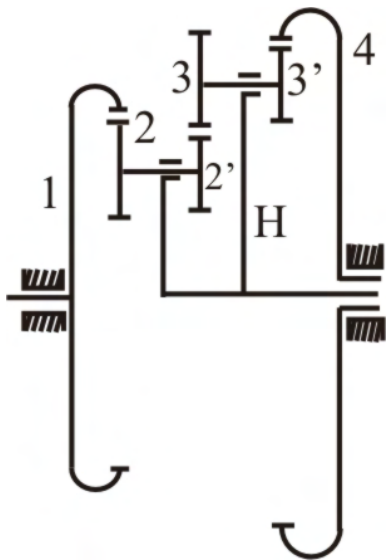
Определить n_6



№ вар.	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	n_1
1	11	19	40	29	24	210
2	14	18	45	12	22	512
3	17	23	51	14	25	128
4	17	29	60	19	33	989
5	13	15	39	15	12	910
6	17	20	58	13	19	309
7	14	28	55	16	18	246
8	17	17	51	14	21	160
9	19	21	54	17	22	610
10	18	22	52	19	15	490

ТИП Б

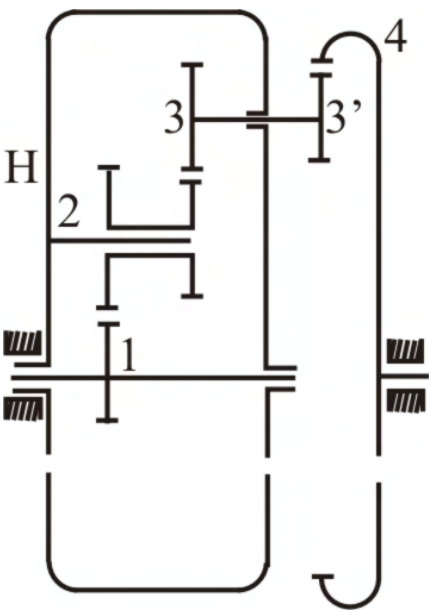
Определить n_4



№ вар.	Z_1	Z_2	Z_2^*	Z_3^*	Z_4	n_1	n_H	m , мм
1	60	25	15	20	90	100	-150	28
2	54	18	15	21	84	76	-120	28
3	48	12	18	15	81	175	-320	30
4	45	14	21	18	94	194	-135	26
5	64	16	20	24	104	126	-160	22
6	75	15	20	26	120	164	-70	22
7	60	20	16	18	90	142	-128	28
8	84	21	15	24	120	140	-180	26
9	66	22	14	20	100	269	-231	28
10	60	24	16	26	92	159	-140	24

ТИП В

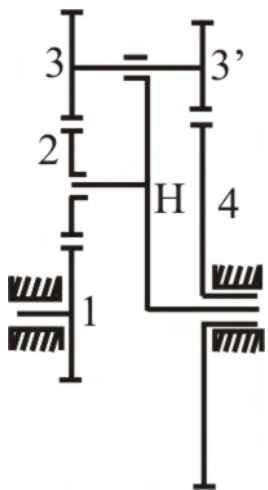
Определить n_4



№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	Z_2'	Z_3	Z_3'	n_1	n_H	m , мм
1	17	25	25	23	12	125	10	24
2	15	27	18	24	16	440	80	24
3	16	23	18	28	23	606	60	26
4	18	29	21	29	29	350	60	20
5	20	23	24	30	23	750	75	22
6	22	28	24	30	28	235	100	20
7	24	24	30	40	20	785	200	20
8	16	21	33	44	21	650	50	26
9	13	22	15	30	11	775	75	28
10	12	16	14	21	14	540	100	36

ТИП Г

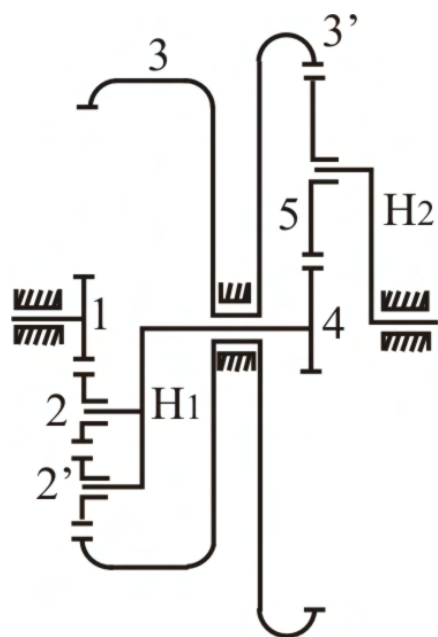
Определить n_2 ; n_3 и n_4



№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	Z_3	Z_4	n_1	n_H	m , мм
1	22	18	20	54	290	110	24
2	18	15	22	45	94	50	30
3	22	12	18	36	320	77	28
4	25	20	15	60	380	200	22
5	22	15	15	40	299	99	26
6	32	16	18	70	370	160	20
7	14	12	16	30	150	70	39
8	25	18	12	48	432	625	22
9	25	21	20	70	102	51	22
10	28	14	21	60	205	340	24

ТИП Д

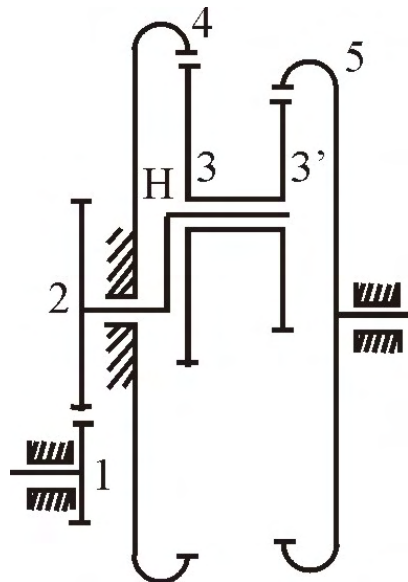
Определить n_1



№ вар.	Z_1	Z_2	$Z_{2'}$	Z_4	Z_5	n_3	n_{H2}
1	25	13	12	20	15	200	400
2	29	15	14	30	27	440	340
3	25	14	16	16	28	90	190
4	23	11	12	20	22	160	260
5	15	14	13	12	12	240	340
6	18	15	12	20	13	210	110
7	20	13	15	20	26	88	188
8	14	11	10	20	14	180	80
9	16	10	14	16	18	375	475
10	28	10	11	15	18	540	440

ТИП Е

Определить n_5



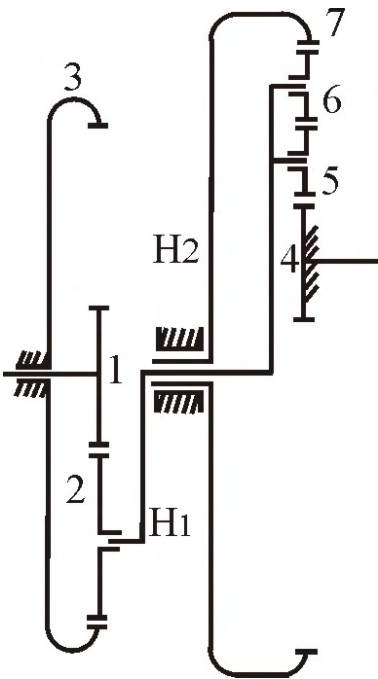
№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	Z_3	Z_4	Z_5	n_1	m , мм
1	11	18	40	60	45	540	33
2	18	32	42	63	79	158	20
3	24	25	48	63	78	832	20
4	12	16	36	54	72	320	36
5	13	17	46	56	68	680	33
6	16	18	48	78	66	297	28
7	11	16	38	57	68	288	36
8	17	30	51	68	88	198	20
9	17	27	45	80	65	1053	22
10	19	31	57	96	72	930	20

№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	Z_4	Z_4'	Z_5	n_1	m, mm
1	25	23	28	21	70	288	20
2	29	17	24	16	60	299	22
3	24	21	27	18	63	810	22
4	31	17	30	25	75	448	20
5	11	11	17	13	51	470	45
6	33	17	22	18	66	310	20
7	21	21	36	24	84	90	24
8	18	17	21	15	63	266	28
9	28	19	24	18	72	517	20
10	13	15	25	20	70	560	20

ТИП 3

№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	Z_2'	Z_3	Z_3'	Z_4	n_1	m, мм
1	11	22	17	51	12	32	550	26
2	17	31	16	51	21	28	434	20
3	11	18	20	75	18	26	450	26
4	16	20	14	70	16	24	300	28
5	22	24	18	66	17	34	600	22
6	17	21	20	68	15	25	280	24
7	21	25	20	63	20	30	450	22
8	17	32	16	68	20	25	360	20
9	19	30	15	46	23	30	530	22
10	23	24	20	50	19	19	480	22

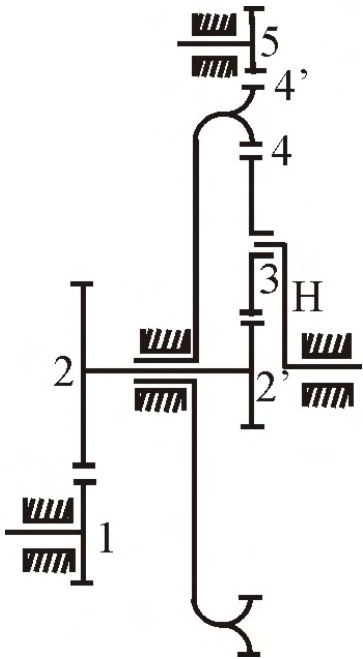
Определить n_7



ТИП И

№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	Z_4	Z_5	Z_6	n_1	m , мм
1	11	12	14	17	20	460	42
2	17	23	36	34	30	410	24
3	24	12	32	30	26	270	28
4	13	14	18	16	20	270	36
5	17	11	32	28	24	560	36
6	27	19	15	17	13	230	22
7	27	23	17	15	19	500	20
8	28	20	19	13	11	670	20
9	22	21	14	12	14	129	22
10	23	22	14	21	14	540	22

Определить n_H

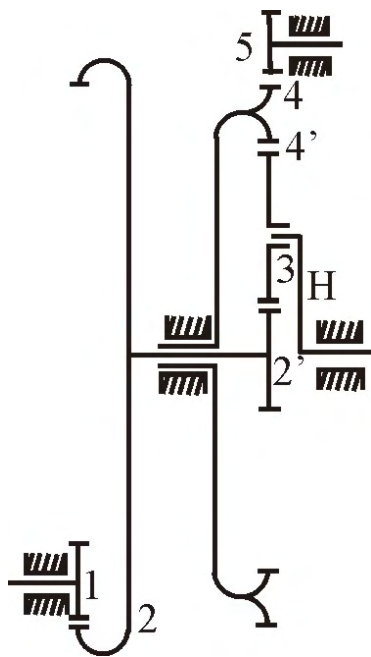


ТИП К

№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	Z_2'	Z_3	Z_4'	Z_5	$n_1=n_5$	m , мм
1	11	15	18	11	56	14	320	39
2	15	25	20	15	63	18	245	24
3	19	31	24	14	62	20	589	20
4	26	15	19	13	52	13	960	24
5	16	30	22	12	55	11	170	22
6	14	28	40	15	84	12	110	26
7	18	24	14	11	42	14	200	24
8	12	24	17	16	64	16	264	28
9	13	25	21	17	65	26	380	26
10	20	24	26	18	75	15	132	22

ТИП Л

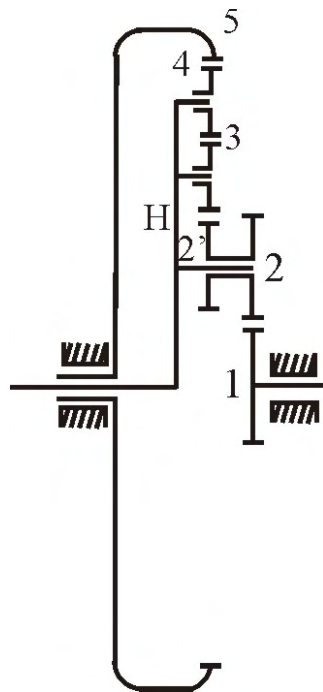
Определить n_H



№ вар.	Z_1	Z_2	$Z_{2'}^*$	$Z_{3'}^*$	Z_4	Z_5	n_1	n_5	m , мм
1	18	60	12	15	49	10	100	420	36
2	20	70	15	28	65	26	483	600	22
3	12	48	14	24	70	14	216	490	26
4	13	39	18	12	54	18	150	450	33
5	12	60	20	11	84	12	160	520	30
6	15	75	24	15	65	13	210	440	26
7	26	65	20	16	60	20	225	270	28
8	21	63	22	16	66	11	219	550	26
9	16	64	28	18	77	14	544	770	22
10	22	66	21	12	60	14	210	404	30

ТИП М

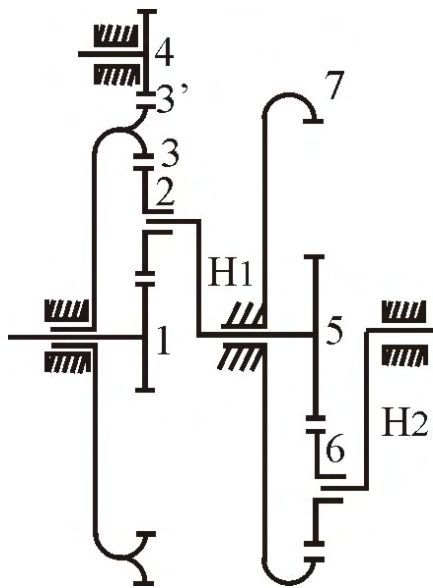
Определить n_1



№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	$Z_{2'}$	Z_3	Z_4	n_H	n_5	m , мм
1	26	14	10	15	20	152	100	24
2	21	12	15	11	14	180	120	30
3	11	19	12	14	19	50	-60	33
4	13	24	15	12	12	79	40	26
5	25	22	12	15	11	90	60	20
6	20	12	18	12	10	120	-90	30
7	27	22	15	10	12	140	80	20
8	26	22	18	11	11	57	-60	20
9	31	18	12	18	12	42	-20	20
10	28	15	15	12	15	268	100	22

ТИП Н

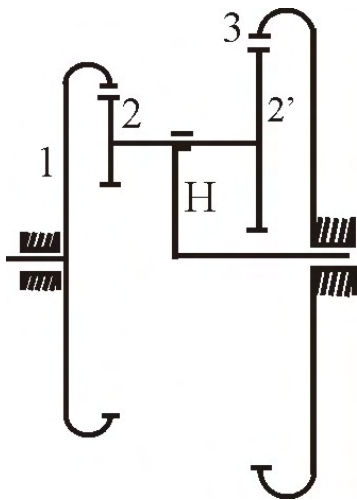
Определить n_{H2}



№ вар.	Z_1	Z_2	$Z_{3'}$	Z_4	Z_5^*	Z_6^*	$n_1 = -n_4$	m , мм
1	42	21	90	15	16	15	279	30
2	22	22	75	15	16	19	350	28
3	48	24	110	22	20	19	585	20
4	24	27	85	17	16	17	255	26
5	42	21	100	25	16	14	300	30
6	30	18	100	20	20	27	940	20
7	44	22	105	21	14	17	465	30
8	23	23	80	20	16	13	464	30
9	44	22	120	24	12	19	930	30
10	23	23	115	23	21	23	440	24

ТИП О

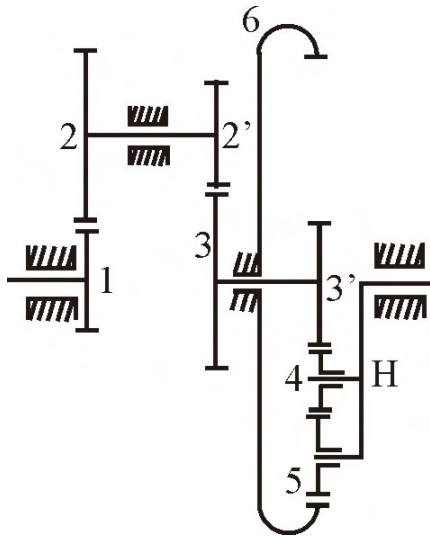
Определить n_H и n_2



№ вар.	Z_1	Z_2	$Z_{2'}$	n_1
1	65	25	40	120
2	77	21	14	400
3	50	20	30	150
4	80	25	30	110
5	65	25	30	60
6	63	14	21	280
7	60	12	16	80
8	60	20	35	120
9	45	15	35	160
10	66	21	18	210

ТИП П

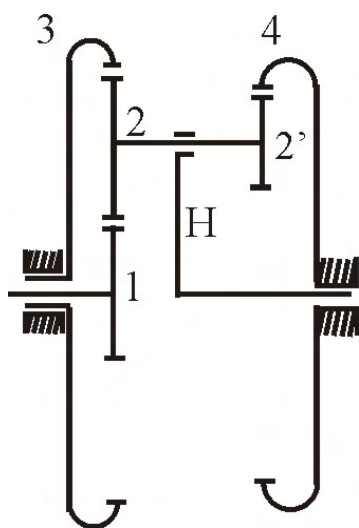
Определить n_H



№ вар.	Z_1	Z_2	$Z_{2'}$	Z_3	$Z_{3'}$	Z_4^*	Z_5^*	n_1	m , мм
1	36	40	21	30	24	18	14	320	30
2	21	35	18	25	23	17	27	440	22
3	27	38	19	42	21	15	12	320	36
4	24	38	17	30	19	13	23	360	28
5	32	40	19	36	18	23	15	320	26
6	24	32	18	27	20	17	18	420	28
7	29	44	20	40	22	17	12	400	33
8	23	42	15	25	17	12	18	420	33
9	28	42	14	21	16	21	14	630	28
10	22	40	13	26	15	22	11	480	30

ТИП Р

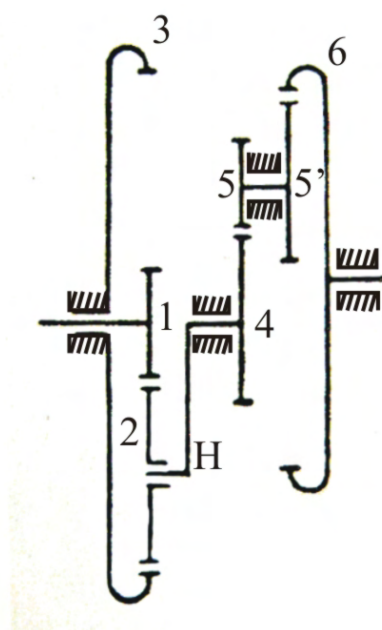
Определить n_3 и n_4



№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	$Z_{2'}$	n_1	m , мм
1	28	21	16	370	20
2	20	29	21	273	20
3	24	24	18	210	20
4	21	27	15	250	20
5	23	12	11	479	28
6	26	19	11	270	22
7	18	29	25	570	20
8	18	18	12	240	28
9	22	26	18	296	20
10	30	17	34	320	20

ТИП У

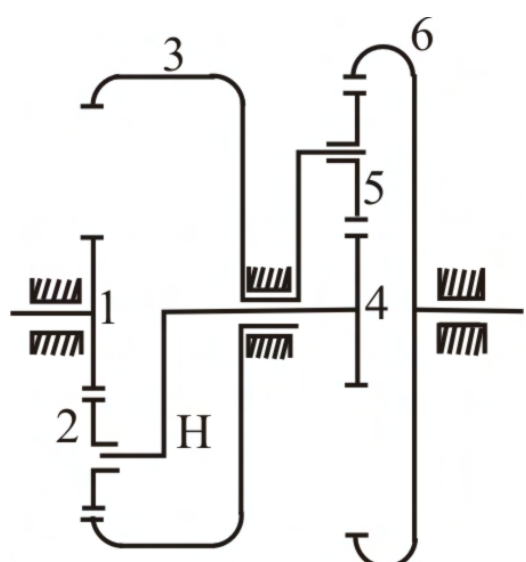
Определить n_6



№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	Z_4	Z_5	$Z_{5'}$	Z_6	n_1	m , мм
1	12	17	20	11	17	51	319	33
2	20	26	28	16	21	63	276	22
3	15	17	24	20	27	54	320	30
4	11	14	18	11	16	48	700	39
5	19	26	27	23	29	58	460	22
6	13	18	21	14	30	60	248	30
7	15	19	17	15	26	52	400	28
8	14	22	22	15	19	57	810	28
9	21	26	28	21	30	70	470	20
10	16	21	24	20	25	75	370	26

ТИП Ф

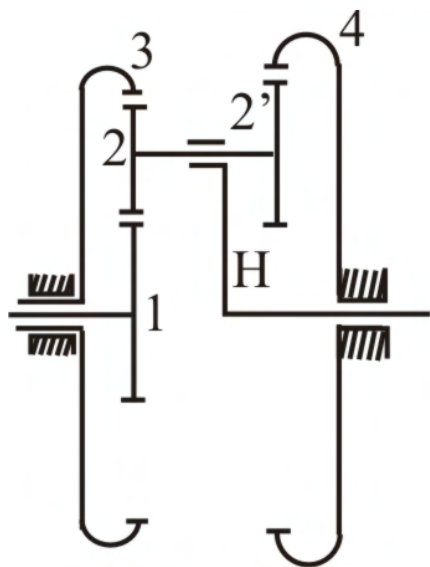
Определить n_6



№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	Z_4	Z_5	n_1	n_3	m , мм
1	12	13	25	12	490	-147	39
2	19	15	25	15	748	-187	28
3	17	13	26	12	450	-90	33
4	16	15	24	18	310	-93	30
5	22	17	30	15	390	-78	26
6	21	13	28	14	340	-68	28
7	24	19	32	16	430	-86	22
8	23	14	19	13	370	-74	26
9	18	22	27	18	280	-70	24
10	21	17	28	21	190	-57	26

ТИП X

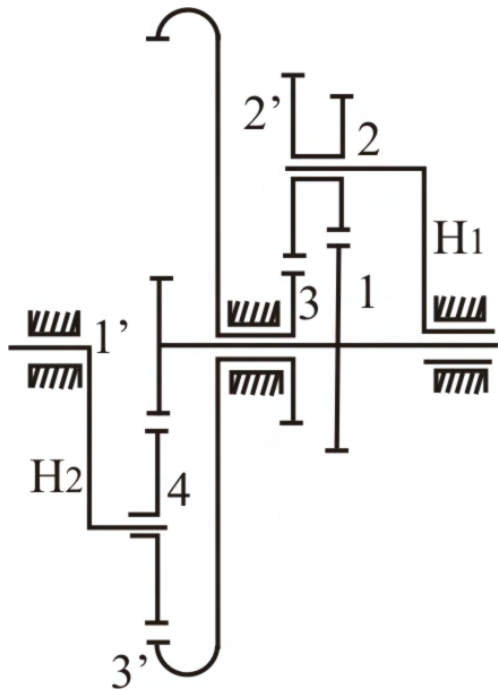
Определить n_3 и n_H



№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	Z_2'	n_1	n_4	m , мм
1	16	12	20	280	80	36
2	20	12	12	490	50	30
3	20	20	24	420	90	24
4	22	11	15	400	75	26
5	20	15	25	550	50	28
6	26	13	21	325	70	26
7	25	13	26	356	50	26
8	20	16	24	580	60	28
9	20	18	12	400	120	26
10	30	18	24	316	85	20

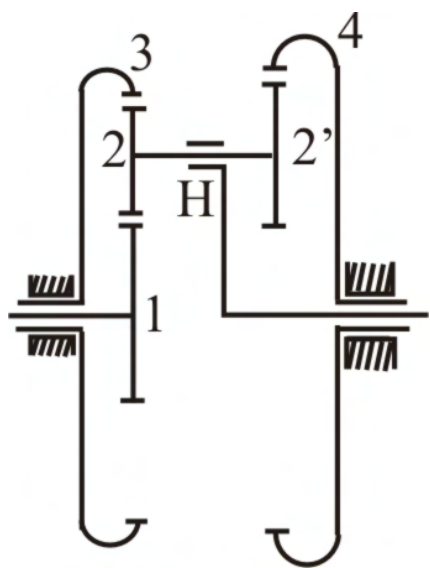
ТИП Ц

Определить n_{H2}



№ вар.	Z_1	Z_2	Z_3	Z_1'	Z_4	n_1	n_{H1}
1	43	23	20	16	40	420	-280
2	34	18	16	14	21	350	-100
3	27	24	18	16	26	408	-136
4	27	12	15	13	39	250	-150
5	35	14	21	20	45	195	-130
6	27	18	24	21	42	360	-240
7	28	24	20	18	36	120	-60
8	20	18	12	15	33	320	-160
9	30	20	16	14	21	80	-60
10	28	20	14	12	30	60	-80

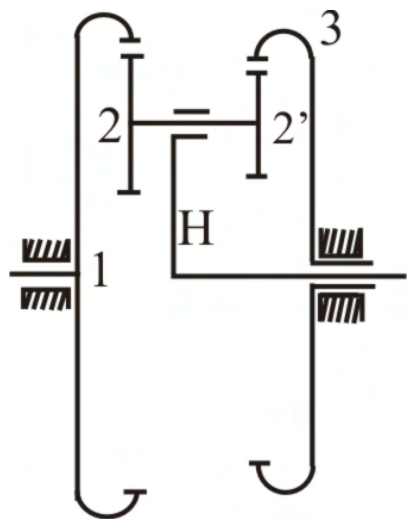
Определить n_H и n_3
если $n_3 = -n_4$



ТИП Щ

№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	$Z_{2'}$	n_1	m , мм
1	12	21	33	790	30
2	16	28	14	308	22
3	28	21	14	182	20
4	22	22	16	390	22
5	20	26	39	805	22
6	12	15	25	243	36
7	15	21	36	697	28
8	16	26	42	281	24
9	15	27	21	746	24
10	20	22	42	487	24

Определить n_H и n_2

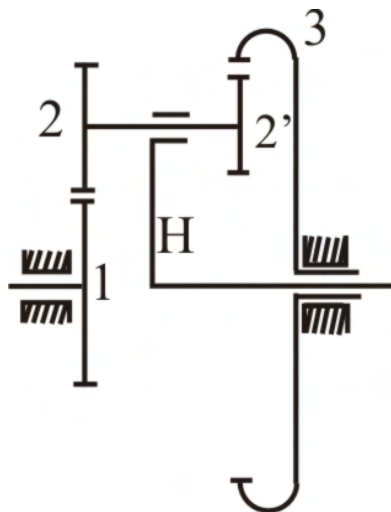


ТИП Э

№ вар.	Z_1	Z_2	$Z_{2'}$	n_1	n_3
1	80	40	25	360	210
2	60	30	20	400	100
3	70	30	25	230	350
4	64	16	12	300	160
5	65	35	15	250	130
6	84	21	14	140	80
7	85	30	25	236	170
8	56	14	21	500	80
9	75	35	20	420	120
10	72	18	12	380	160

ТИП Ю

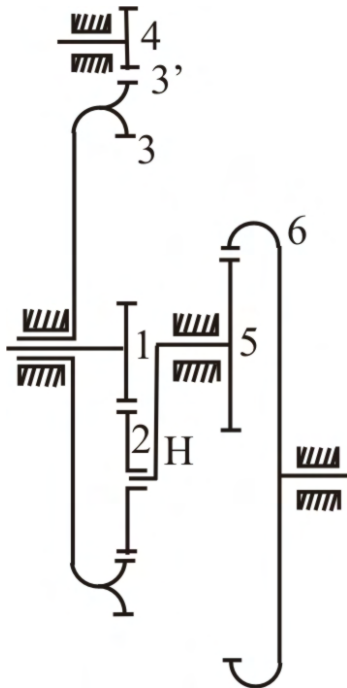
Определить n_H и n_2



№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	Z_2'	n_1	n_3	m , мм
1	20	13	11	200	-160	30
2	14	25	13	180	-105	26
3	32	18	14	150	-100	20
4	26	16	23	630	-210	24
5	26	17	35	118	-140	22
6	31	16	15	350	-120	20
7	29	15	12	106	-290	22
8	23	12	18	170	-138	28
9	26	13	20	196	-200	26
10	32	16	10	134	-100	20

ТИП Я

Определить n_6



№ вар.	Z_1^*	Z_2^*	Z_3'	Z_4	Z_5	Z_6	$n_1 = -n_4$	m , мм
1	18	23	100	20	40	70	410	24
2	21	21	70	14	32	80	200	24
3	17	20	105	21	38	95	370	26
4	22	19	80	16	30	66	451	24
5	19	19	65	13	28	63	360	26
6	20	18	90	10	35	70	209	26
7	23	23	110	22	36	78	130	22
8	23	21	75	15	27	63	154	22
9	17	24	120	24	34	85	410	24
10	16	28	95	17	27	63	770	22

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: Учебное пособие. - М.: ИНФРА; Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003.

Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин: М.: Высшая школа, 2004.

Попов С.А., Тимофеев Г.А., Самойлова М.В. Проектирование кулачковых механизмов: Учебное пособие для курсового проектирования по ТММ. М: Изд-во: МГТУ им. Н.Э. Баумана; 1998.

Т.А. Архангельская, С.А. Попов, Г.А. Тимофеев, М.В. Самойлова, Л.А. Черная Учебное пособие для курсового проектирования по теории механизмов и механике машин. М: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана;1985.

Коренько А.С. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. М: Изд-во: Альянс; 2006.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	3
2. Кинематика зубчатых механизмов с неподвижными осями.....	4
2.1. Передаточное отношение зубчатой передачи.....	-
2.2. Передаточное отношение многоступенчатого зубчатого механизма.....	6
3. Построение ряда зубчатых колес по заданному передаточному отношению.....	9
4. Эпициклические механизмы.....	11
4.1. Планетарные и дифференциальные механизмы.....	-
4.2. Передаточное отношение планетарного зубчатого механизма.....	-
5. Сложные зубчатые механизмы.....	18
6. Синтез планетарных механизмов.....	19
6.1. Условия синтеза.....	-
6.2. Синтез планетарного редуктора с внешним и внутренним зацеплениями и однорядными сателлитами.....	20
6.3. Синтез планетарного редуктора с двумя внешними зацеплениями и двухрядными сателлитами.....	25
6.4. Синтез планетарного редуктора с одним внешним и одним внутренним зацеплениями и двухрядными сателлитами.....	30
7. Контрольная работа.....	34
Библиографический список.....	49

Учебное издание
Теория машин и механизмов
Синтез зубчатых механизмов
(Примеры решения задач и контрольные работы)

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Сергей Гаррикович Петров
Виктор Евгеньевич Головкин
Юрий Николаевич Лазарев
Наталья Владимировна Кузнецова
Наталья Игоревна Теплухина

Редактор и корректор М.А. Полтораки

Техн. редактор Л.Я.Титова

Темплан 2007 г., поз. 4

Подп. к печати 00.00.07. Формат 60×84/16.

Бумага тип.№1. Печать офсетная. Объем 3,25 печ.л., 3,25 уч.-изд.

Изд.№4. Тираж 150 экз. Цена “С”. Заказ 1931

Ризограф ГОУВПО Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров, 198095, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, 4.

