

Учебное издание

Виктор Евгеньевич Головки
Иван Владимирович Ключкин
Маргарита Владимировна Максименко
Богдан Юрьевич Котельников

Динамика

**ЗАДАНИЯ
для самостоятельной работы студентов**

Учебно-методическое пособие

Редактор и корректор В.А.Басова
Техн.редактор Л.Я.Титова

Темплан 2014 г., поз. 80

Подп. к печати 18.11.2014. Формат 60х84/16. Бумага тип. №1.
Печать офсетная. Объем 3,75 печ.л.; 3,75 уч.-изд.л.
Изд. № 80. Тираж 100. Цена "С" Заказ

Ризограф Санкт-Петербургского государственного
технологического университета растительных полимеров,
198095, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, 4

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ РАСТИТЕЛЬНЫХ
ПОЛИМЕРОВ»

Динамика

ЗАДАНИЯ
для самостоятельной работы студентов

Учебно-методическое пособие

Санкт-Петербург
2014

Динамика

ЗАДАНИЯ
для самостоятельной работы студентов

Учебно-методическое пособие

Санкт-Петербург
2014

ПРЕДИСЛОВИЕ

Теоретическая механика играет весьма существенную роль в подготовке инженеров любого профиля.

Изучая эту дисциплину, студенты знакомятся с основными законами и принципами, совершенно необходимыми при изучении таких общетехнических дисциплин, как сопротивление материалов, теория механизмов и машин, детали машин и др.

Хорошее усвоение курса теоретической механики требует не только глубокого изучения теории, но и приобретения твердых навыков решения задач. Для этого необходимо самостоятельно решить большое количество задач по всем разделам курса.

Настоящий сборник содержит задачи по десяти темам курса динамики.

Число задач в каждом разделе позволяет выдавать индивидуальные наборы задач в зависимости от профиля подготовки специалиста, то есть от объема и содержания изучаемого курса теоретической механики.

ДИНАМИКА

Задача Д.1. Определение модуля и направления равнодействующей силы, приложенной к точке, когда известно, как движется точка

1. Материальная точка массы $m = m$ кг движется согласно закону $\vec{r} = \vec{i} e^{bt} + \vec{j} \cos^2 ct + \vec{k} dt^2$, где r – радиус-вектор точки относительно инерциальной системы отсчёта $Oxyz$ (r – в метрах; t – секундах). Найти модуль действующей на точку силы в момент времени $t_1 = k$ с.
2. Материальная точка массы движется по закону $\vec{r} = (bt^2 + ct + d)\vec{i}$ Определить модуль и направление действующей на точку силы в момент времени $t_1 = k$ с.
3. Материальная точка массы $m = m$ кг движется по закону $\vec{r} = -bx^2\vec{i}$, где r – в метрах, t – в секундах. Определить модуль действующей на точку силы в момент времени $t_1 = k$ с.
4. Материальная точка массы $m = m$ кг движется по закону $r = (a \sin bt)\vec{j}$, где r – в метрах, t – в секундах. Определить модуль действующей на точку силы в момент времени $t_1 = k$ с.
5. Материальная точка движется в горизонтальной плоскости Oxy согласно уравнениям $x = b \sin ct$; $y = b \sin ct$, где b и c – постоянные положительные параметры, x – в метрах, t – в секундах. Найти модуль действующей на точку силы в момент времени $t_1 = k$ с.
6. Определить горизонтальную силу F , приводящую в движение по закону $V = bt$ (в м/с) из состояния покоя находящийся на шероховатой опорной плоскости брусок массы $m = m$ кг. Полагаем коэффициент трения скольжения $f = d$ между бруском и опорной плоскостью постоянным.
7. В шахте опускается равноускоренно лифт массой $m = m$ кг. В первые $t = k$ секунд он проходит $L = d$ м. Найти натяжение каната, на котором висит лифт.
8. Горизонтальная платформа, на которой лежит груз массы $m = m$ кг, опускается вертикально вниз по закону $z = dt^2$, где z – в метрах, t – в секундах. Найти силу давления, производимого грузом на платформу во время их совместного спуска.

9. К телу массой $m = m$ кг, лежащему на столе, привязали нить, другой конец которой прикреплен к точке А. Какое ускорение надо сообщить точке А, поднимая тело вверх по вертикали, чтобы нить оборвалась, если она рвется при натяжении $T = b$ кН?

10. Горизонтальная платформа, на которой лежит груз массой $m = m$ кг, поднимается вертикально вверх по закону $z = dt^2$, где z – в метрах, а t – в секундах. Найти силу давления, производимого грузом на платформу во время их совместного спуска.

11. Определить горизонтальную силу F , приводящую в движение по закону $V = b t$ (в м/с) из состояния покоя брусок массой $m = m$ кг, находящийся на шероховатой опорной плоскости, расположенной под углом $\alpha = \alpha$ (в градусах). Полагаем коэффициент трения скольжения $f = d$ между бруском и опорной плоскостью постоянным.

12. Материальная точка массы $m = m$ кг движется со скоростью $\vec{v} = \vec{i} b e^{ct} + \vec{j} d \cos^2 bt + \vec{k} t^2$, где r – радиус-вектор точки относительно инерциальной системы отсчёта Охуу (r – в метрах; t - секундах). Найти модуль действующей на точку силы в момент времени $t_1 = k$ с.

13. Материальная точка массы движется со скоростью по закону $\vec{v} = (bt^2 + ct + d) \vec{i}$, Определить модуль и направление действующей на точку силы в момент времени $t_1 = k$ с.

14. Материальная точка массой $m = m$ кг движется по вертикали по $\vec{r} = (bx^2) \vec{k}$, где r – в метрах, t – в секундах. Определить равнодействующую действующей на точку силы в момент времени $t_1 = k$ с.

15. Найти вес тела Р, если оно, имея начальную скорость $V_0 = b$ м/с, под действием силы $F = d$ Н прошло по горизонтальной прямой путь $S = c$ м за время $t_1 = k$ с.

16. Точка массой $m = m$ кг движется по горизонтальной прямой с ускорением $a = ct$ м/с². Определить модуль силы, действующей на точку в направлении её движения в момент времени $t = k$ с.

17. Деталь массой $m = m$ кг скользит по лотку. Под каким углом к горизонтальной плоскости должен располагаться лоток, для того чтобы деталь двигалась с ускорением $a = c$ м/с²? Трение отсутствует.

18. Точка массой $m = m$ кг движется по горизонтальной оси Ox с ускорением $a_x = \ln t$ м/с². Определить модуль силы, действующей на точку в направлении движения в момент времени $t = k$ секунд.

19. Трактор, двигаясь с ускорением $a = c$ м/с² по горизонтальному участку пути, перемещает нагруженные сани массой $m = m$ кг. Определить силы тяги на крюке, если коэффициент трения скольжения саней $f = d$.

20. Тело массой $m = m$ кг, подвешенное на тросе, поднимается вертикально с ускорением $a = b$ м/с². Определить силу натяжения троса.

21. Материальная точка массой $m = m$ кг движется по прямой по скоростью $V = e^{bt}$. Определить модуль равнодействующей сил, действующих на точку в момент времени $t = k$ секунд.

22. Определить модуль равнодействующей сил, действующих на материальную точку массой $m = m$ кг в момент времени $t = k$ с, если она движется по оси Ox согласно уравнению $x = b t^2$, где t – в секундах.

23. Материальная точка массой $m = m$ кг движется прямолинейно по закону $x = dt^2 + bt + c$ (x – в метрах, t – в секундах). Определить модуль равнодействующей сил, приложенных к точке.

24. Материальная точка массой $m = m$ кг движется по оси Ox согласно уравнению $x = c \sin bt$ (x – в метрах, t – в секундах). Определить модуль равнодействующей сил, действующих на точку в момент времени $t = k$ с.

25. Тело массой $m = m$ кг движется прямолинейно по закону $x = d \sin bt$ (x – в метрах, t – в секундах) под действием силы F . Найти наибольшее значение этой силы.

26. Материальная точка массой $m = m$ кг движется в горизонтальной плоскости Oxy $\vec{a} = b\vec{i} + c\vec{j}$. Определить модуль силы, действующей на неё в плоскости движения.

27. Материальная точка массой $m = m$ кг движется в вертикальной плоскости Oxz $\vec{a} = b\vec{i} + c\vec{k}$. Определить модуль равнодействующих сил, действующих на них в плоскости движения.

28. Материальная точка массой $m = m$ кг движется в горизонтальной плоскости Oxy согласно уравнения $x = ct^2$, $y = bt^3$ (x и y – в метрах, t – в секундах). Определить модуль равнодействующей сил, приложенных к точке в момент времени $t = k$ с.

29. Материальная точка массой $m = m$ кг движется в горизонтальной плоскости Оху со скоростью $\vec{v} = ct\vec{i} + bt\vec{j}$. Определить модуль силы, действующей на неё в плоскости движения.

30. Движение материальной точки массой $m = m$ кг в плоскости Оху определяется радиус-вектором $\vec{r} = ct^2\vec{i} + bt^2\vec{j}$ (r – в метрах, t – в секундах). Определить модуль равнодействующей всех сил, приложенных к точке.

Таблица Д. 1

№ вар.	m	b	c	d	k
0	3	23	2	0,3	0,2
1	6	40	4	0,6	3,5
2	10	53	7	0,5	15,4
3	15	80	9	0,2	23,1
4	4	67	1	0,4	13,5
5	8	91	3	0,3	0,8
6	13	25	5	0,4	9,5
7	7	36	6	0,5	41,8
8	13	18	8	0,3	0,3
9	9	71	3	0,1	31,7

Задача Д.2. Интегрирование дифференциальных уравнений движения материальной точки, находящейся под действием переменных сил

1. Материальная точка массы $m=m$ кг движется вдоль горизонтальной оси Ox под действием силы $F=at$ (Н). Найти скорость V и положение точки x при $t_1=t$ при нулевых начальных условиях.
2. На тело $m=m$, движущееся по горизонтальной гладкой поверхности, действует сила отталкивания, проекция которой на горизонтальную ось Ox $F_x=k^2mx$ (Н). В начальный момент времени тело находится в покое на расстоянии $x_0=x_0$ (м) от начала отсчета. Определить: скорость тела в момент, когда расстояние от начала отсчета увеличится в $n=n$ раз.
3. Сила тяги винтов вертолѐта массой m при вертикальном подъѐме из состояния покоя в $n = n$ раз превышает его вес. Сопротивление воздуха пропорционально первой степени скорости $R=-mkV$ (Н). Определить: скорость подъѐма в момент $t=t$, а также $V_{\max}$.
4. Лодке массой $m = M$ (кг) сообщается начальная скорость $V_0=V_0$ (м/с). При движении лодка встречает сопротивление, пропорциональное квадрату скорости $R=aV^2$ (Н). Через сколько времени скорость лодки уменьшится в $n=n$ раз?
5. Материальная точка массой $m=m$ кг движется из начала координат вдоль горизонтальной оси Ox , имея начальную скорость $V_0=V_0$ (м/с) и испытывая силу сопротивления движению $R=-kx$ (Н). Найти скорость V и положение точки x при $t=k$ (с).
6. Тело массой m , движущееся по гладкой горизонтальной поверхности, притягивается к неподвижному центру с силой, проекция которой на горизонтальную ось Ox равна $F_x=-k^2mx$ (Н). В момент времени $t=0$ $x=0$ и $V_0=V_0$ (м/с). Определить: максимальное удаление тела от начала отсчета.
7. Груз массой $m=m$ (кг) опускается при помощи парашюта без начальной скорости. Сила сопротивления воздуха пропорциональна первой степени скорости $R=-bV$ (Н). Определить: скорость V груза через $t=t$ (с) после начала спуска.
8. В момент выключения мотора катер массой $m = M$ (кг) имел скорость V_0 . Какой путь пройдёт катер с выключенным мотором до момента времени, когда его скорость уменьшится в $n=n$ раз. Силу сопротивления считать пропорциональной квадрату скорости $R=aV^2$ (Н).

9. Материальная точка массой $m = m$ (кг) движется вдоль горизонтальной оси Ox под действием силы $F=(a+bV)$ (Н). Полагая начальные условия движения точки нулевыми, найти координату x точки в момент времени $t=t$ (с).

10. Материальная точка массой $m = m$ (кг) движется из состояния покоя вдоль горизонтальной оси Ox под действием силы $F_x=a(b-kt)$ (Н). Найти скорость V и координату x в момент, когда сила обратится в нуль.

11. Лодке массой $m=M$ (кг) сообщается начальная скорость $V_0=V_0$ м/с. При движении лодка встречает сопротивление, пропорциональное первой степени скорости $R= -aV$ (Н). Определить скорость лодки в момент $t=t$ (с).

12. Лыжник массой $m=70$ кг спускается без начальной скорости по склону в $\alpha=\alpha$ градусов, не отталкиваясь палками. Длина спуска $L=b$ (м), коэффициент трения скольжения лыж о снег $f_{тр}=0,1$. Сопротивление воздуха равно $R = kV^2$ (Н). Какова скорость движения лыжника V в конце спуска?

13. Материальная точка массой $m=m$ кг движется из начала координат вдоль горизонтальной оси Ox , имея начальную скорость $V_0=a$ (м/с) и испытывая действие позиционной силы $F=-0.25 mk^2x$ (Н). Найти скорость V и положение x точки в момент времени $t=t$ (с).

14. Материальная точка массой $m=m$ (кг) движется из состояния покоя вдоль горизонтальной оси Ox под действием силы $F_x=b(a-kt)$ (Н). Найти максимальное удаление точки от начала отсчета x (м) и путь V (м/с), пройденный точкой за время $t=t$ (с), если $x_0=0$.

15. Тело массой $m=m$ (кг) движется из состояния покоя вдоль горизонтальной оси Ox под действием силы $F=at/V$ (Н). Какой путь x (м) пройдет тело за время $t=t$ (с)?

16. Самолет массой $m=10 M$ (кг) летит горизонтально. Его скорость в данный момент $V_0=10V_0$ (м/с). Сила тяги двигателя постоянна $F_{тяг}=4000$ Н и направлена под углом $\alpha=\alpha$ к горизонту; сила лобового сопротивления $R=kV^2$ (Н). Какое расстояние пройдет самолет к моменту времени, когда его скорость увеличится в $n=n$ раз?

17. Материальная точка массы $m=m$ кг под действием силы $F=at^2-bt+2$ движется вдоль оси Ox (F – в Н, t – в секундах). Определить: максимальную скорость V_{max} , которую достигнет точка при своем движении, если в начальный момент времени она имела нулевую скорость и находилась в начале координат.

18. Тело массой $m=m$ (кг) совершает прямолинейное движение вдоль горизонтальной оси Ox под действием силы $F_x = a\pi \cos kt$ (Н). Определить: положение тела на оси Ox в момент времени $t=t$ (с), если начальная скорость тела $V_0=V_0$, $x_0=0$.

19. На материальную точку массой $m=m$ (кг) действует периодическая сила $F = b \sin at$ (Н), направленная вдоль горизонтальной оси Ox . Определить скорость V (м/с) и положение точки x м при $t=t$ (с), если она вышла из начала координат без начальной скорости.

20. Вертикальный спуск парашютиста массой m происходит без начальной скорости с высоты $h=L$ м при наличии силы сопротивления, пропорциональной квадрату скорости $R = amV^2$ (Н). Определить скорость парашютиста в момент приземления.

21. Автомобиль массой $m=m$ (кг) движется по горизонтальной прямолинейной дороге. Принимая силу тяги мотора постоянной и равной $Q=1000$ (Н), а суммарное сопротивление движению $R = -kV^2$ (Н), определить скорость автомобиля по прошествии им пути S (м), если в начале этого пути он имел скорость $V_0=V_0$ (м/с).

22. Тело массой $m=m$ кг начинает двигаться из состояния покоя по гладкой горизонтальной плоскости вдоль оси Ox под действием силы $F_x = a \sin kt$ (Н). Определить положение тела на оси Ox в момент времени $t=k$ (с).

23. Тело массой $m=m$ (кг), брошенное вертикально вверх со скоростью $V_0=V_0$ (м/с), испытывает сопротивление среды $R = -kV$ (Н). Определить, через какое время t (с) тело достигнет наивысшего положения.

24. Для взлёта самолетов с корабля применяют специальные катапульты, уменьшающие длину свободного пробега самолета. Считая, что действие катапульты эквивалентно дополнительной тяге $F=4,9$ кН, определить, насколько сократится длина взлетной дорожки, если масса самолёта $m=m$ (кг), тяга винта $Q=14,71$ кН, взлётная скорость $V_0=500V_0$ (м/с), а сопротивление воздуха $R = -aV^2$ (Н).

25. Материальная точка массой $m=m$ (кг) движется вдоль горизонтальной оси Ox из состояния покоя под действием силы $F=10a-bt$ (Н). В начальный момент времени точка находилась на расстоянии $x_0=x_0$ м от начала отсчёта. Определить момент времени t (с), когда точка вернется в начальное положение.

26. Для измерения глубины котлована на его дно бросают без начальной скорости груз массой m , который через $t=t$ (с) достигает дна. Какова глубина котлована? Сопротивление среды считать пропорциональным первой степени скорости $R = -mkV$ (Н).

27. Материальная точка массой $m=m$ кг движется вдоль горизонтальной оси Ox из состояния покоя под действием силы $F=-kx$ (Н). В начальный момент времени точка находилась на расстоянии $x_0=x_0$ м от начала отсчёта. Определить скорость точки V м/с в момент времени $t=t$ (с).

28. Материальная точка массой $m=m$ (кг) движется вдоль горизонтальной оси Ox из состояния покоя под действием силы $F_x=b-at^3$ (Н). Найти скорость точки V (м/с) и величину x м в момент времени $t=t$ (с). В начальный момент точка имела нулевую скорость и находилась в начале координат.

29. Тело массой $m=m$ (кг) поднимается по гладкой плоскости, наклоненной к горизонту под углом $\alpha=\alpha$ градусов, получив начальную скорость $V_0=V_0$ (м/с). Сопротивление среды пропорционально первой скорости $R=-aV$ (Н). Через какое время t_c тело остановится?

30. Тело массой $m=m$ (кг), находящееся в покое, начинает движение вдоль горизонтальной оси Ox под действием силы $F_x=b-e^{kt}$ (Н). Определить: скорость тела V (м/с) и его координату x м в момент времени $t=t$ (с).

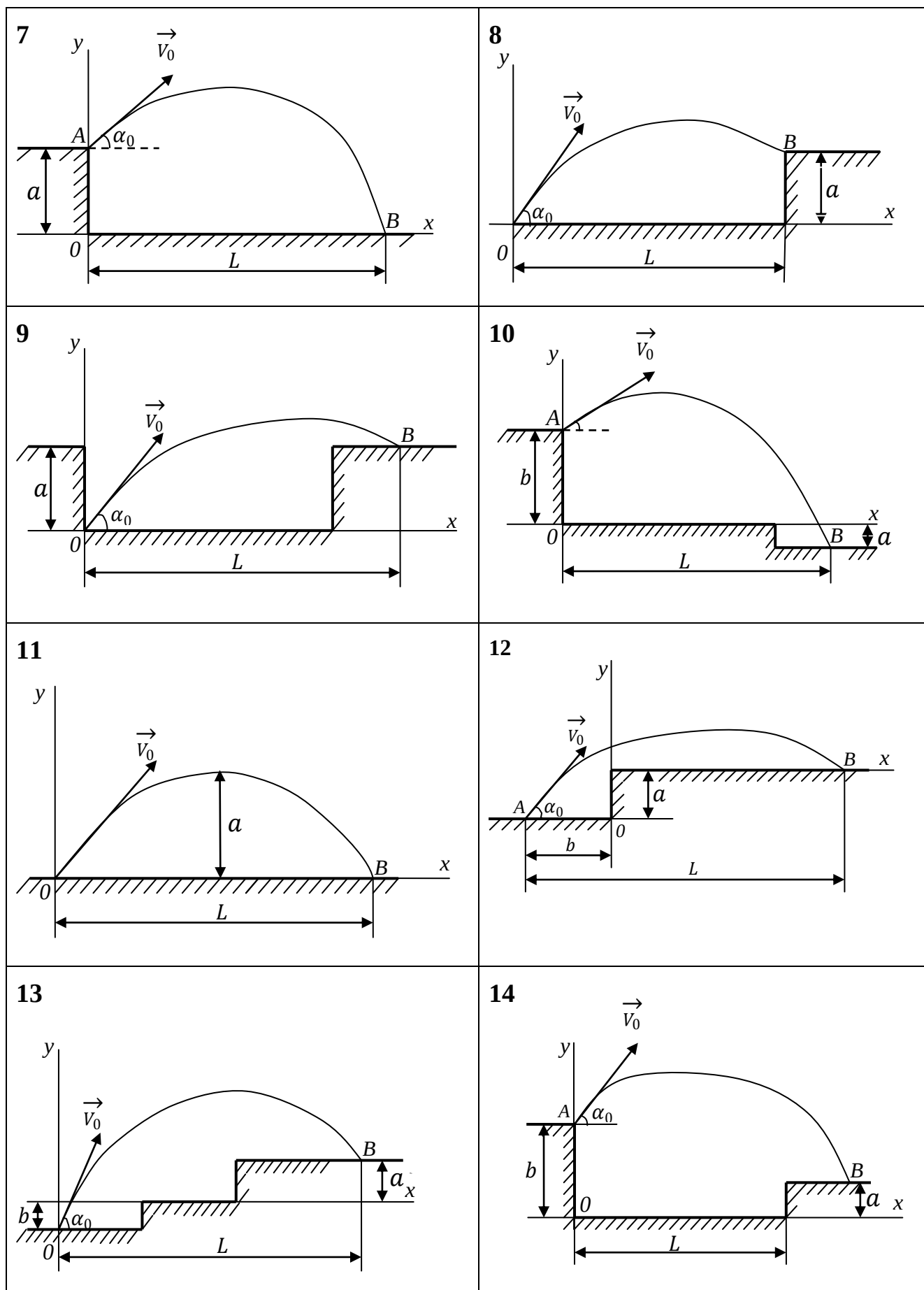
Таблица Д. 2

№вар.	k	a	b	m	M	x_0	V_0	n	t	L	α
0	0.3	6	35	9	500	2	4	9	4	100	30
1	0.8	5	60	1	50	4	9	4	8	150	10
2	0.3	5	20	8	800	1	3	5	1	120	30
3	0.7	3	55	2	300	5	8	3	7	90	40
4	0.5	6	25	6	500	3	2	6	5	180	15
5	0.4	7	40	7	75	2	5	8	2	70	35
6	0.7	4	50	5	60	4	6	7	6	160	20
7	0.6	7	30	3	400	3	4	8	5	60	45
8	0.6	5	65	5	100	1	7	2	4	200	25
9	0.5	8	45	4	700	5	1	7	4	140	40

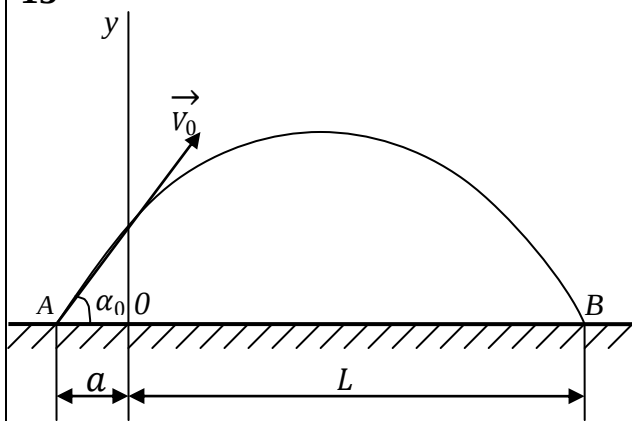
Задача Д.3. Исследование движения тела, брошенного под углом к горизонту, без учёта сопротивления воздуха

Рассмотреть движение снаряда под действием только силы тяжести. Определить уравнение траектории и наибольшая высота точки снаряда, Данные приведены в табл. Д.3.

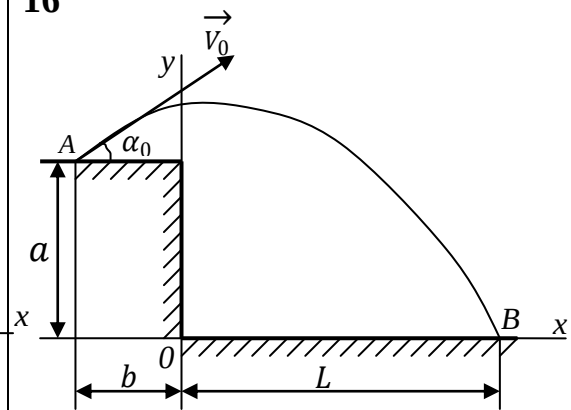
1	2
3	4
5	6



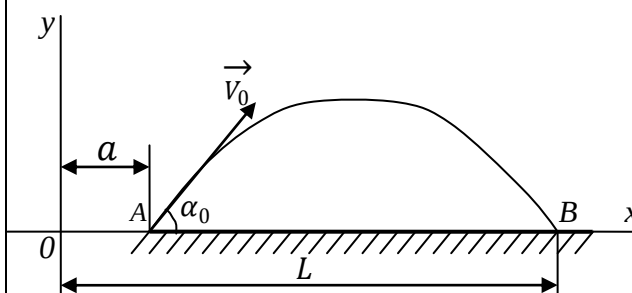
15



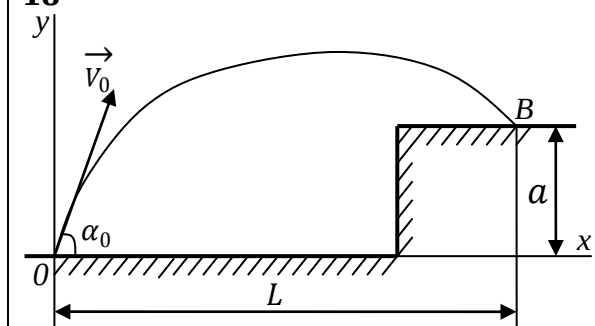
16



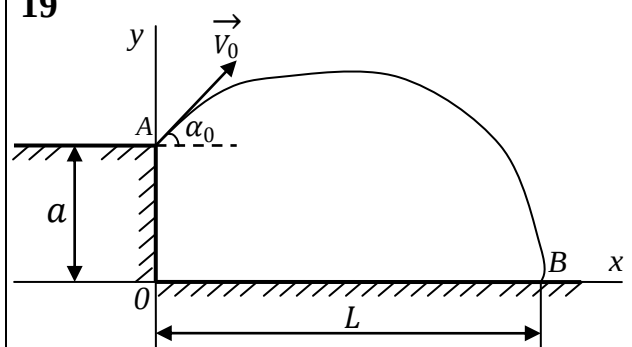
17



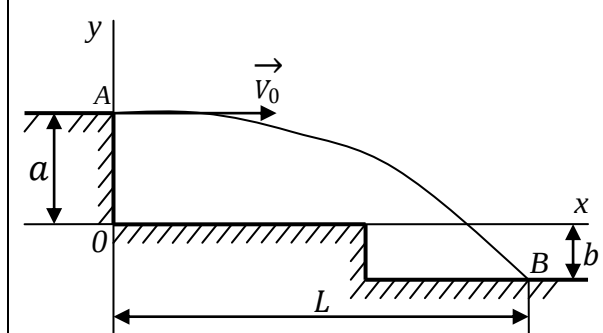
18



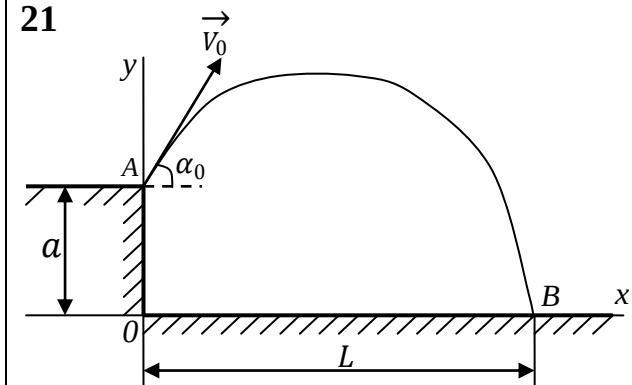
19



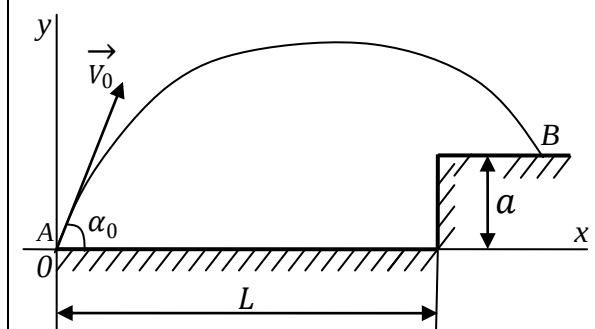
20



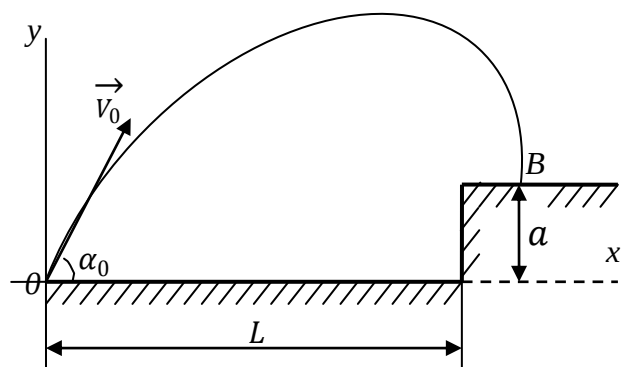
21



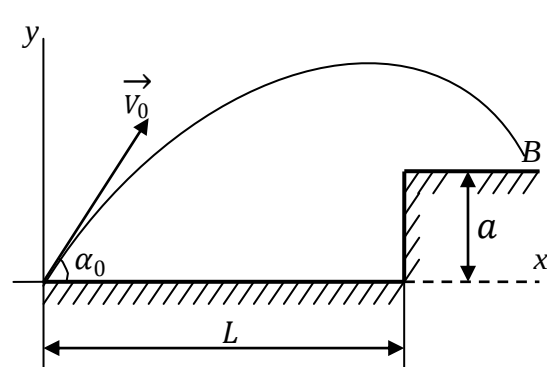
22



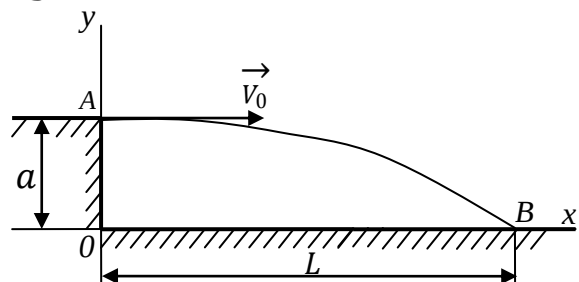
23



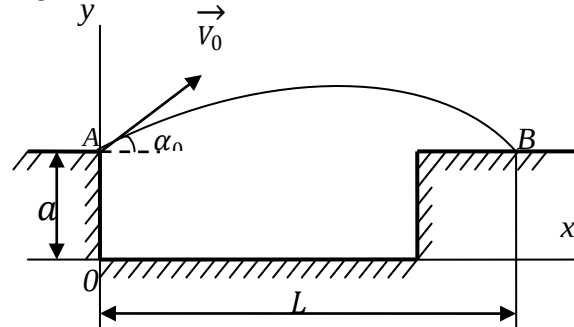
24



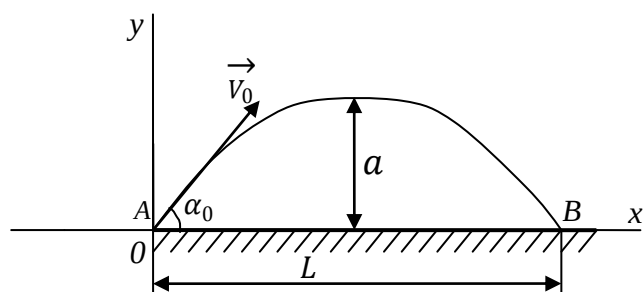
25



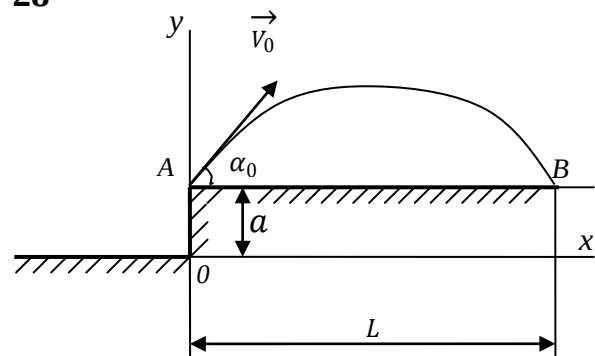
26



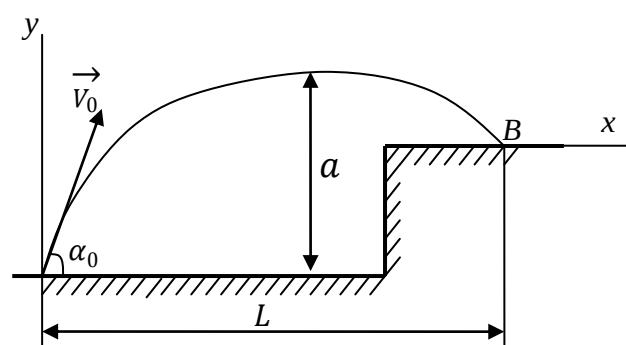
27



28



29



30

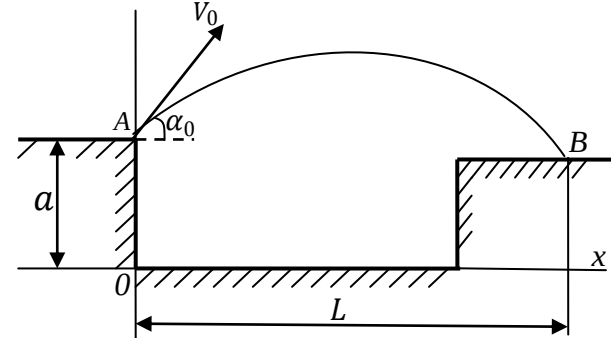
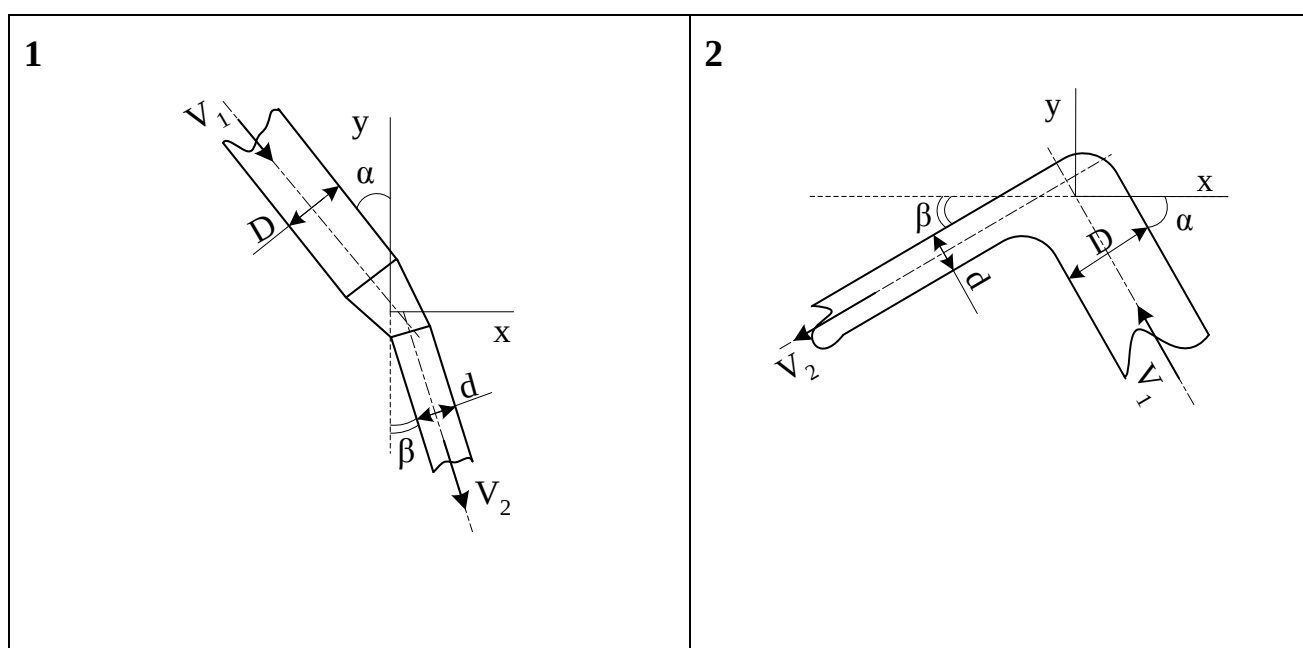


Таблица Д. 3

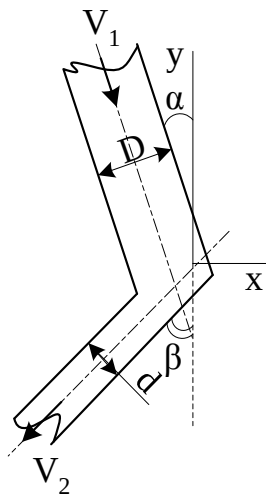
№вар.	V_0	α_0	L	a	b	x_c	y_c
	м/с	град	м	м	м	м	м
0	800	30	?	100	50	0,1 L	?
1	?	?	20000	300	100	0,5 L	?
2	600	45	?	150	100	?	0,15 L
3	?	?	25000	10	50	?	0,12 L
4	900	50	?	200	90	0,1 L	?
5	?	?	12000	50	40	0,2 L	?
6	700	60	?	250	120	?	0,14 L
7	?	?	10000	200	60	?	0,1 L
8	750	40	?	350	140	0,4 L	?
9	?	?	15000	400	70	?	0,13 L

Задача Д.4. Теорема об изменении количества движения механической системы в ее применении к сплошной среде

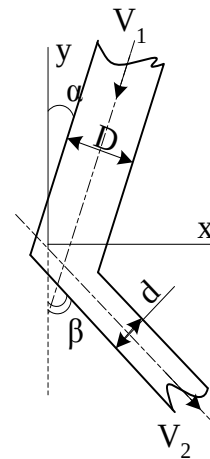
Вода входит в неподвижный канал переменного сечения, симметрично относительно горизонтальной плоскости, со скоростью V_1 под углом α . Скорость воды у выхода из канала V_2 направлена под углом β . Определить модуль составляющей силы R , с которой вода действует на стенку канала.



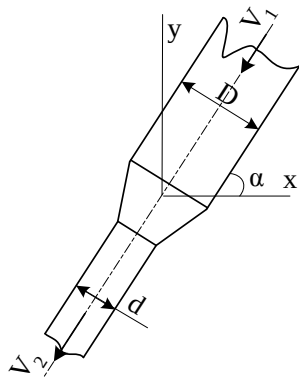
3



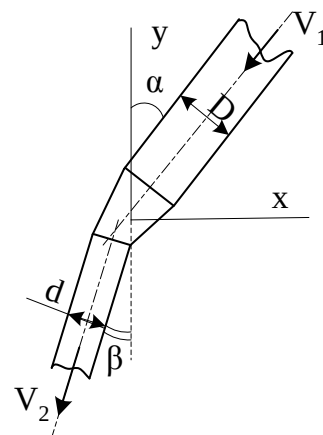
4



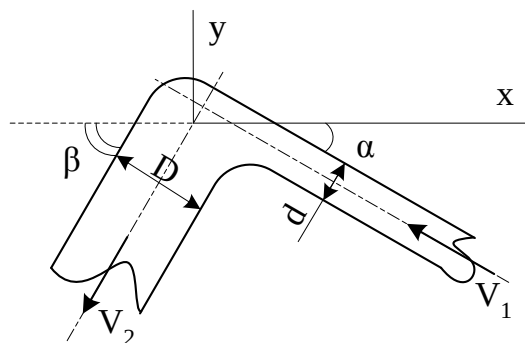
5



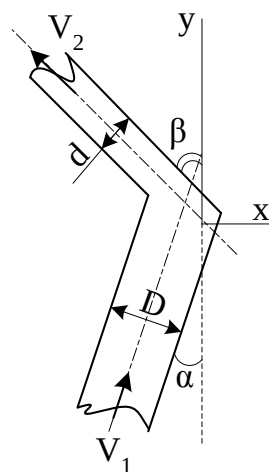
6



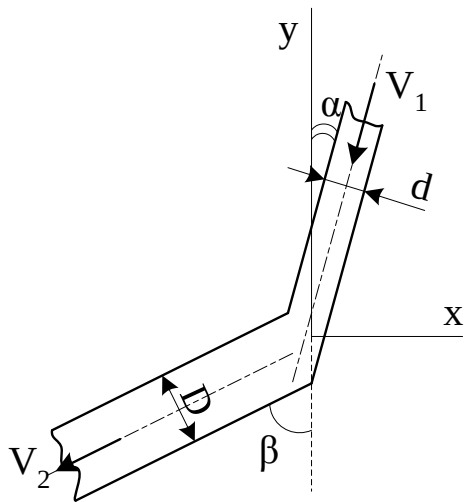
7



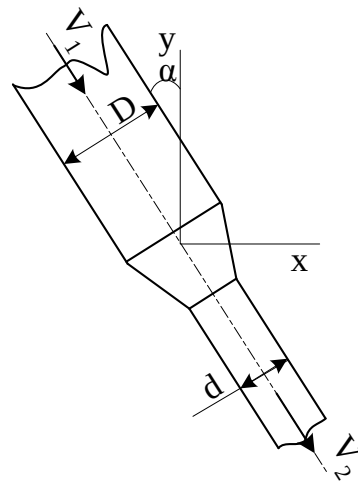
8



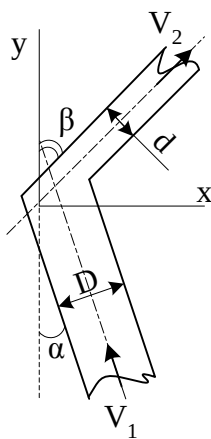
9



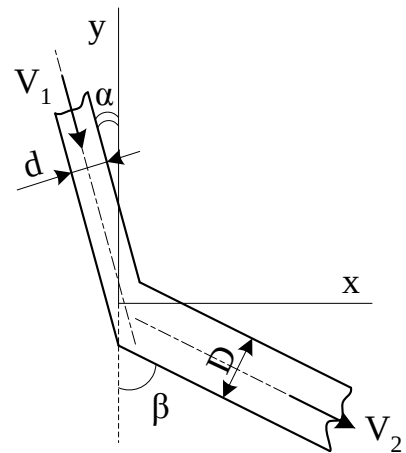
10



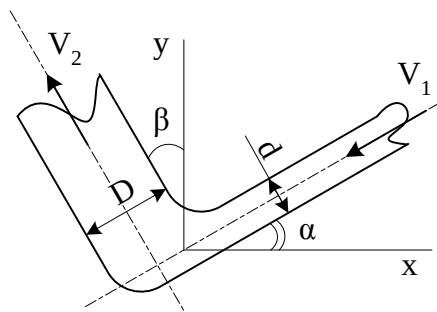
11



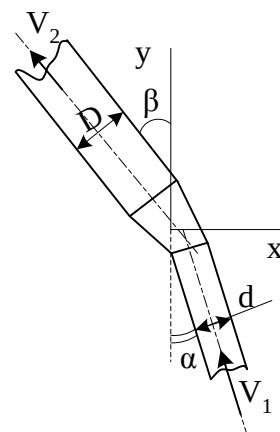
12



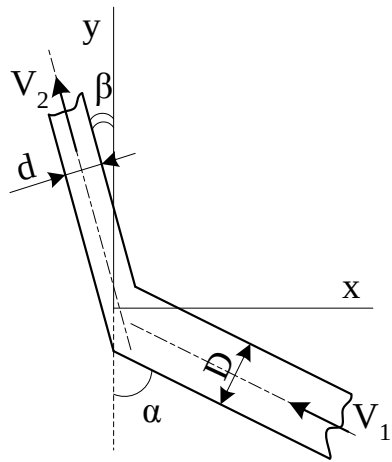
13



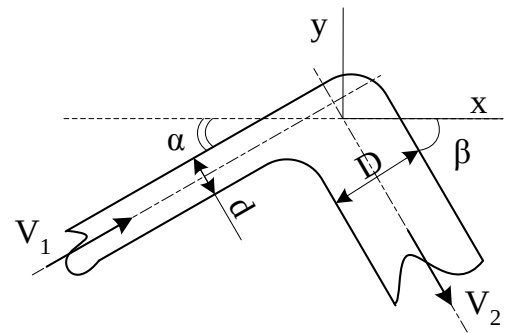
14



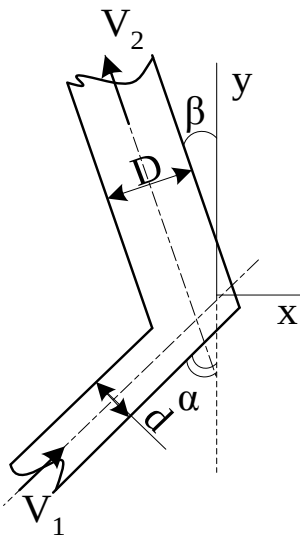
15



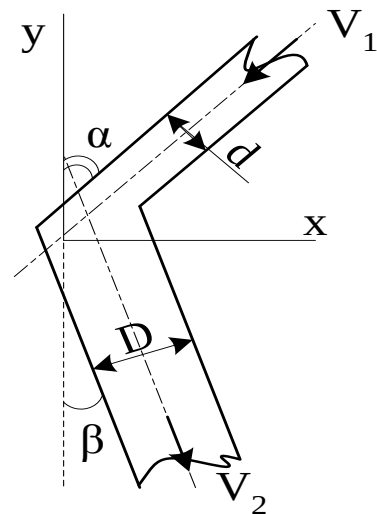
16



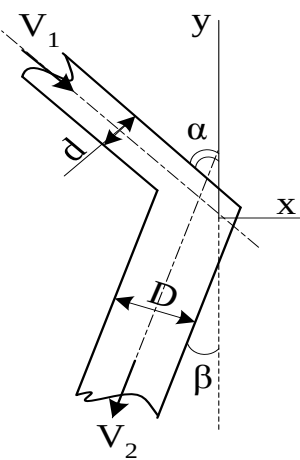
17



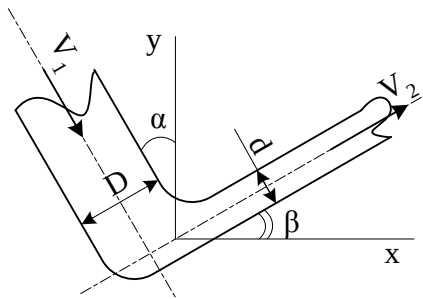
18



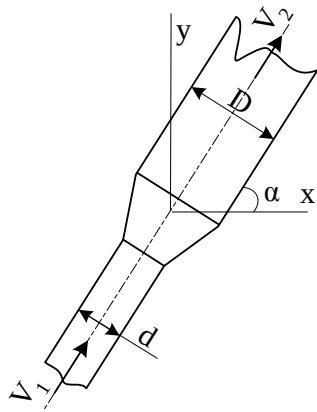
19



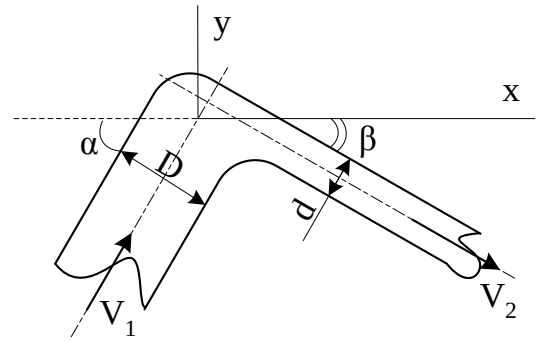
20



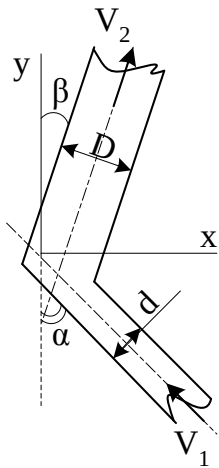
23



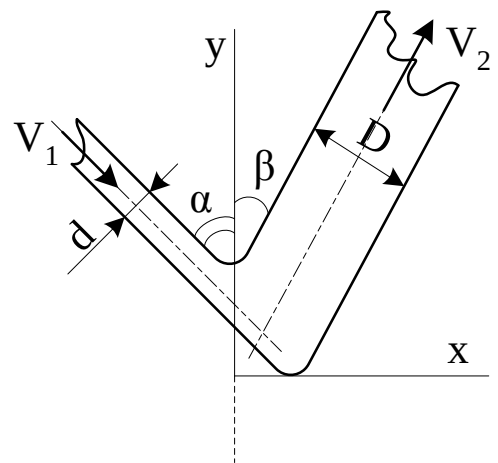
24



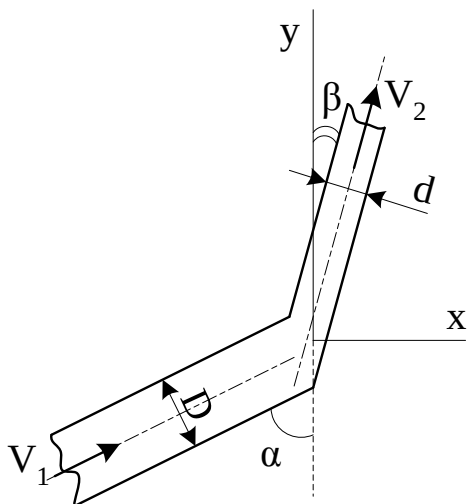
25



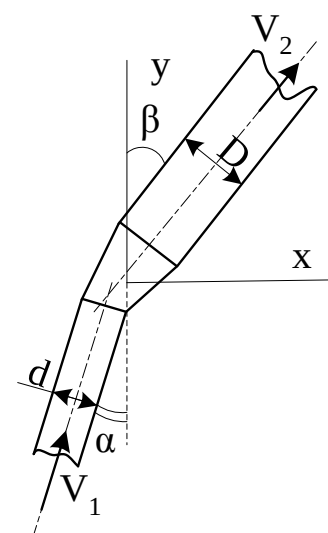
26



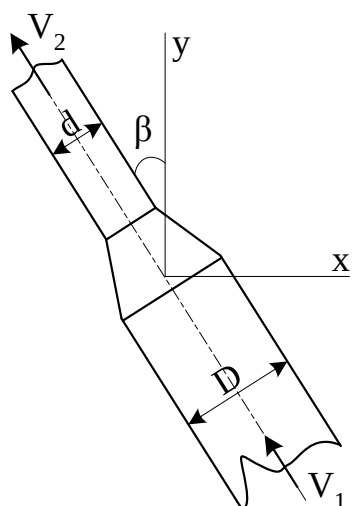
27



28



29



30

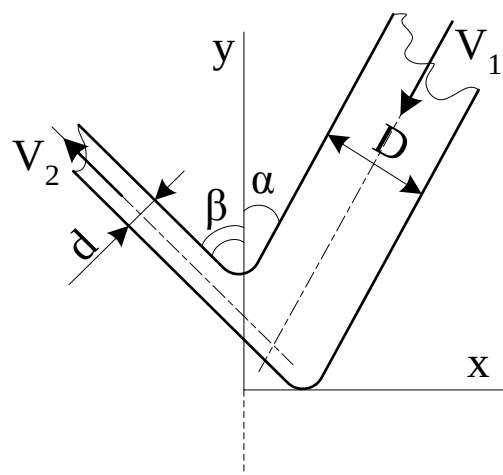
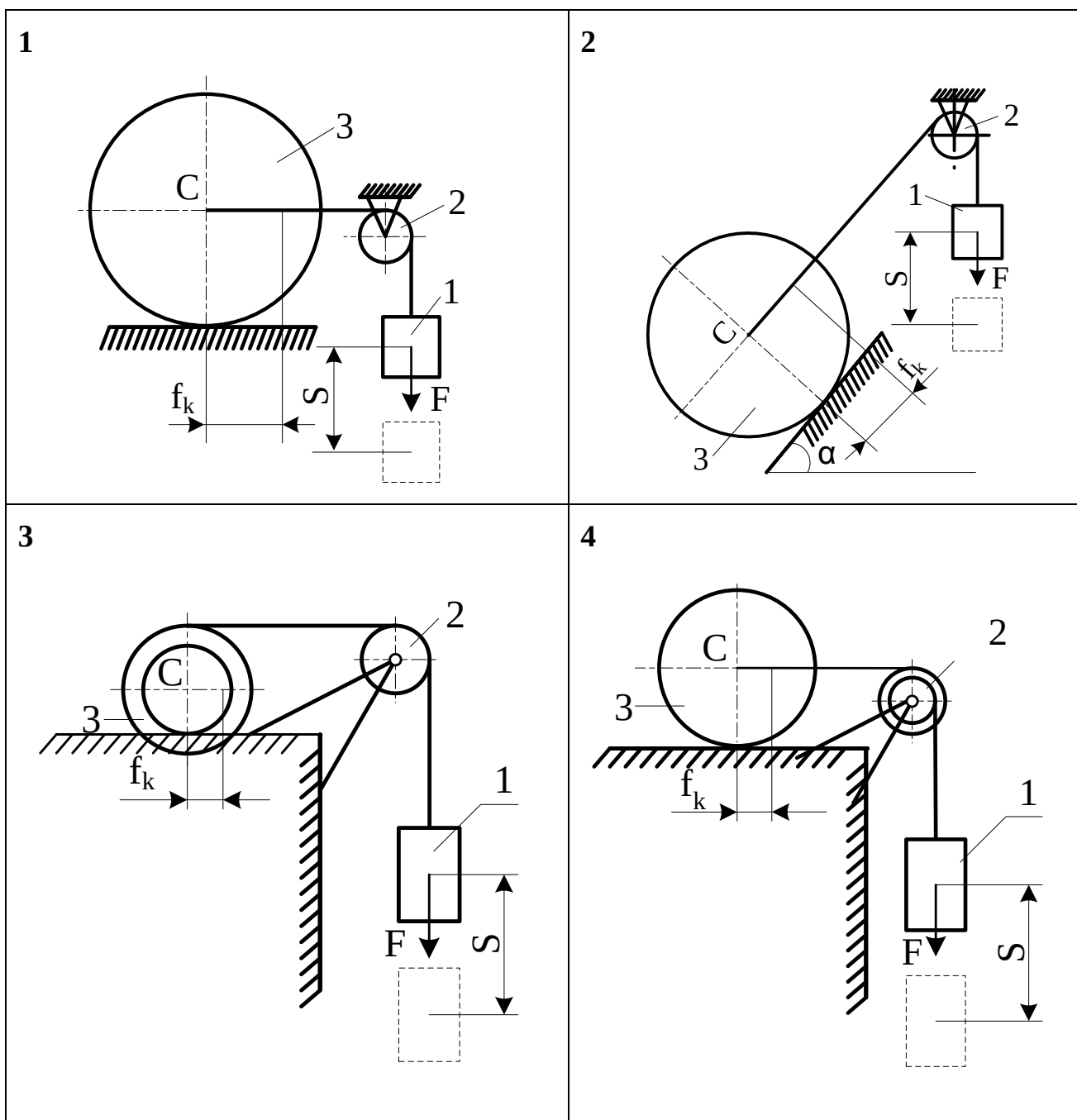


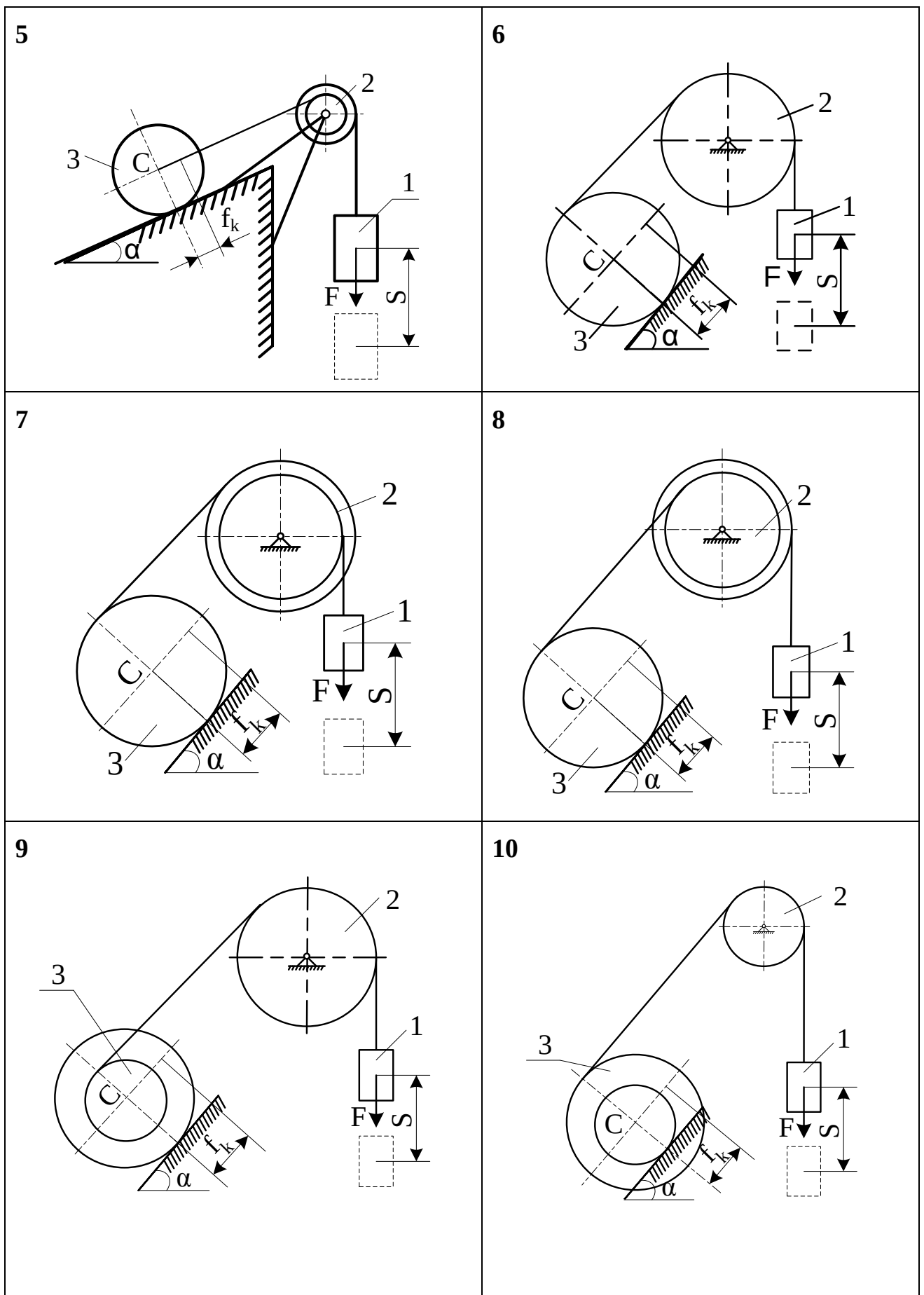
Таблица Д. 4

№вар.	V_1	D	d	α	β	R
	м/с	м	м	град	град	-
0	1,0	0,52	0,22	5	50	R_x
1	1,2	0,42	0,12	25	45	R_y
2	1,5	0,50	0,17	10	35	R_x
3	1,8	0,40	0,15	15	40	R_y
4	2,5	0,56	0,22	15	30	R_x
5	2,0	0,40	0,10	20	45	R_y
6	3,4	0,60	0,12	10	35	R_x
7	3,0	0,54	0,20	15	40	R_y
8	3,2	0,50	0,10	25	30	R_x
9	3,8	0,43	0,15	20	50	R_y

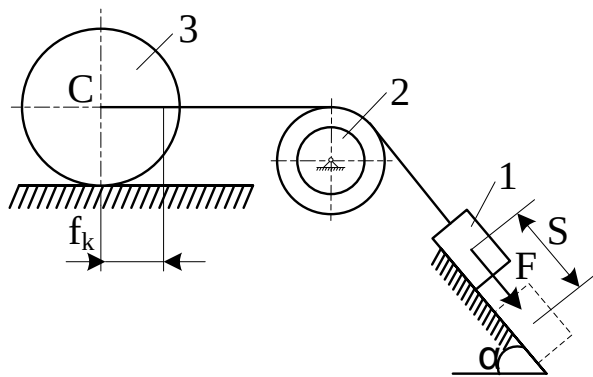
Задача Д.5. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы

Для заданной механической системы определить $v_1 = f(s_1)$. Считать, что у блоков и катков массы распределены по наружному радиусу. Массами нитей пренебречь, предполагая их нерастяжимыми. Принять, что движение начинается из состояния покоя. В задании принять следующие обозначения: m_1, m_2, m_3 – масса тел; R и r – радиусы больших и малых окружностей; $f_{\text{тр}} = 0,2$ – коэффициент трения скольжения; $f_k = 0,3$ – коэффициент трения качения. Проскальзывания отсутствуют.

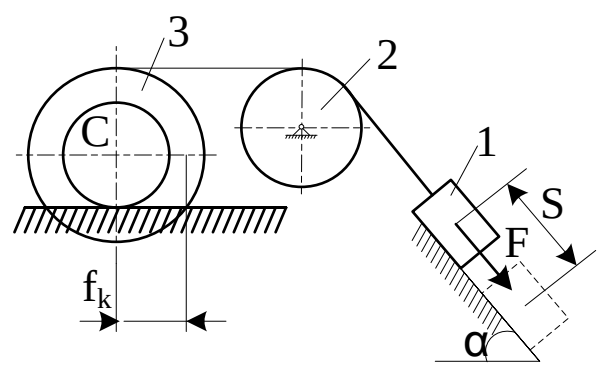




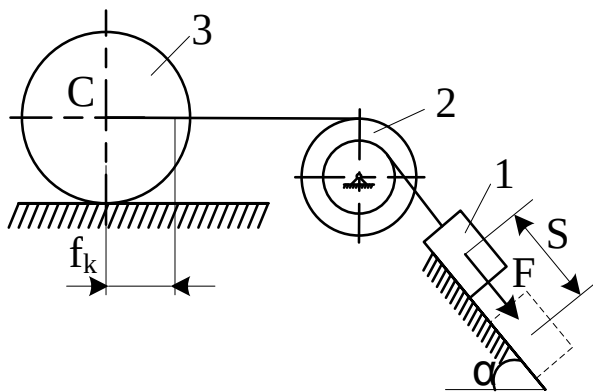
11



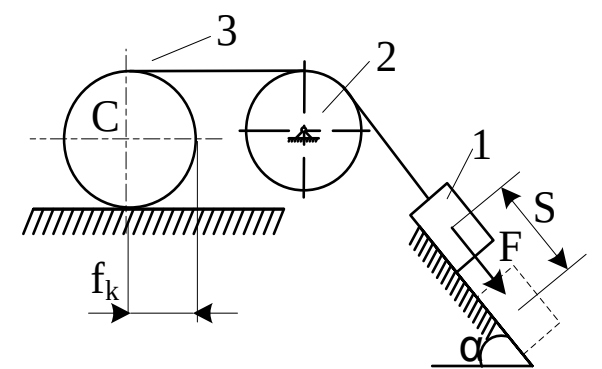
12



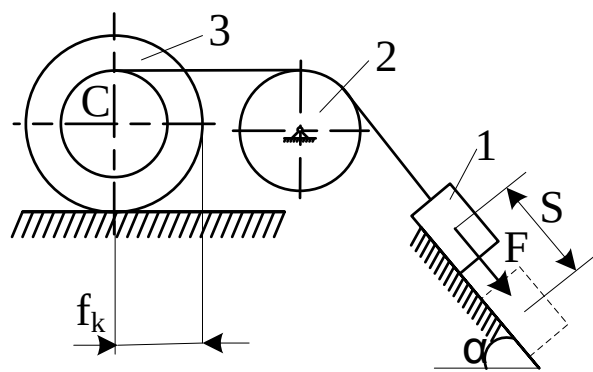
13



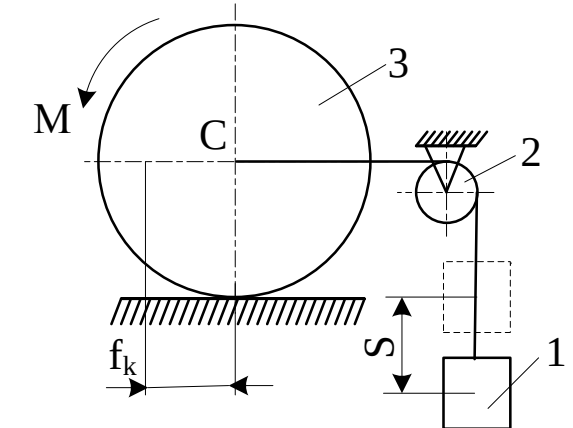
14



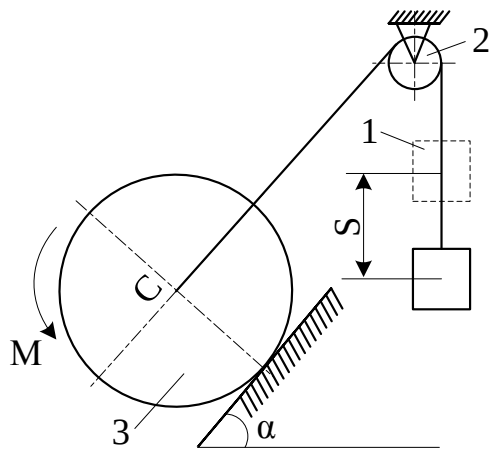
15



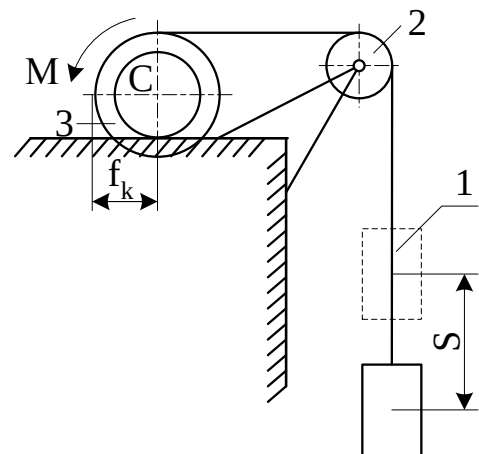
16



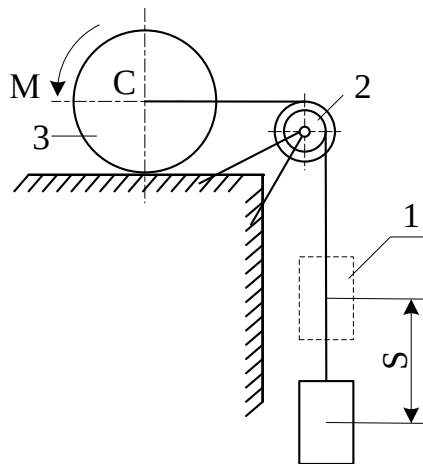
17



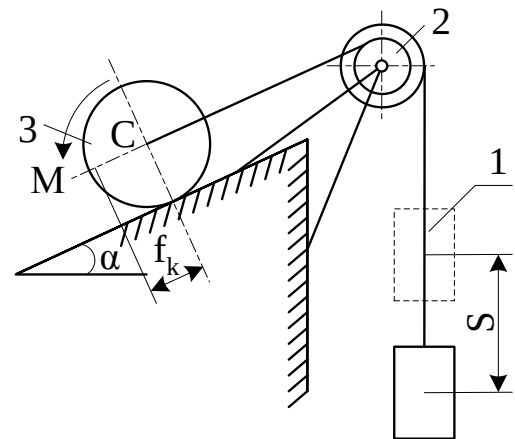
18



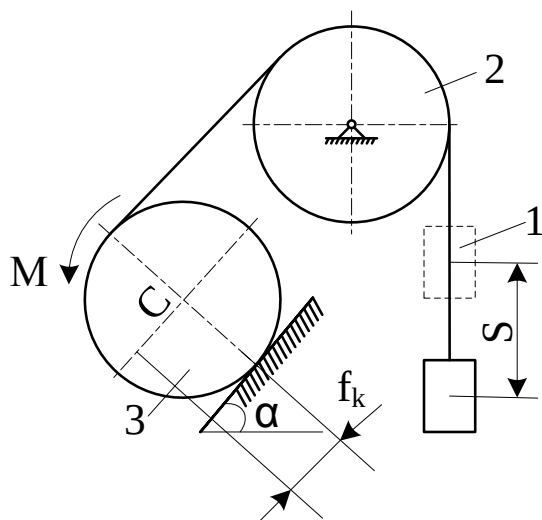
19



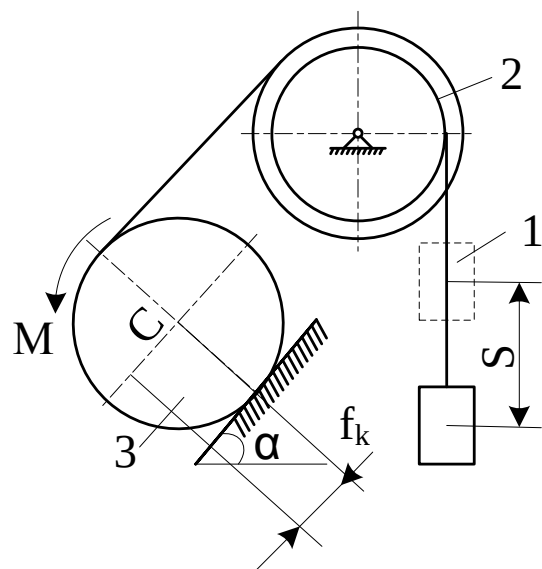
20



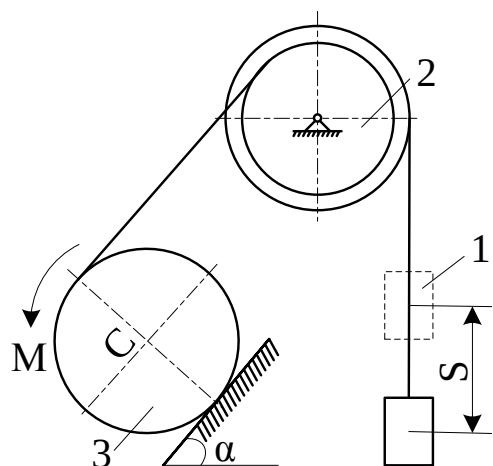
21



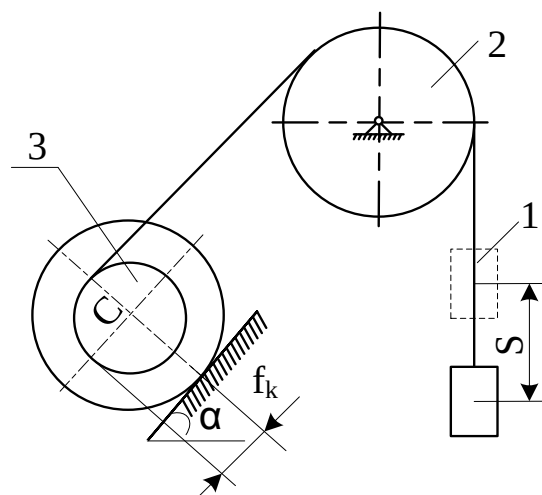
22



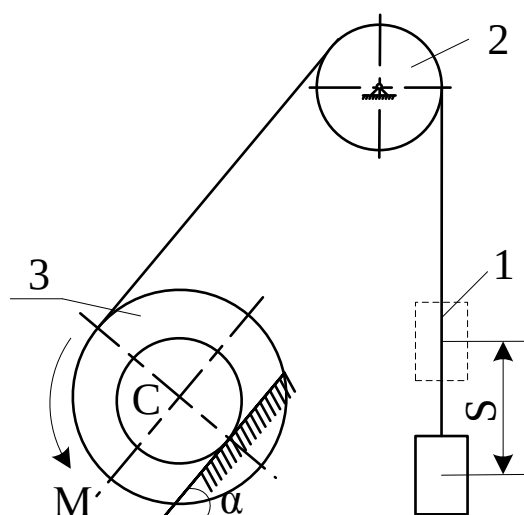
23



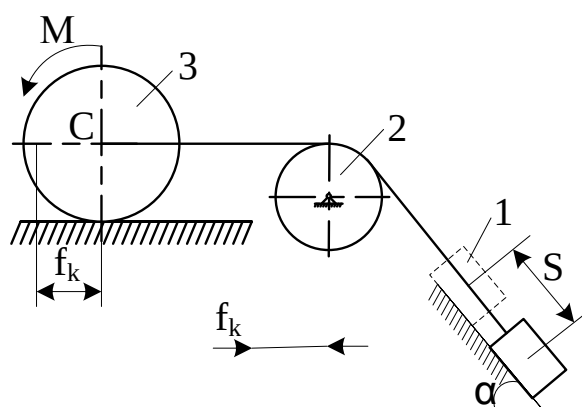
24



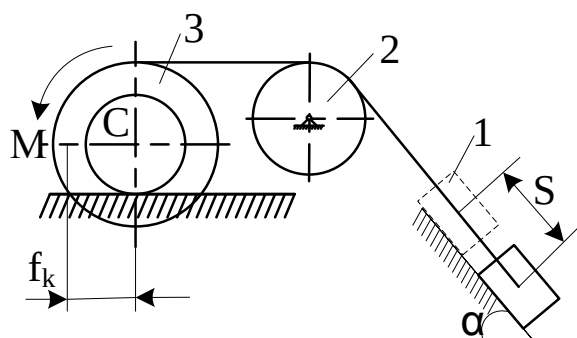
25



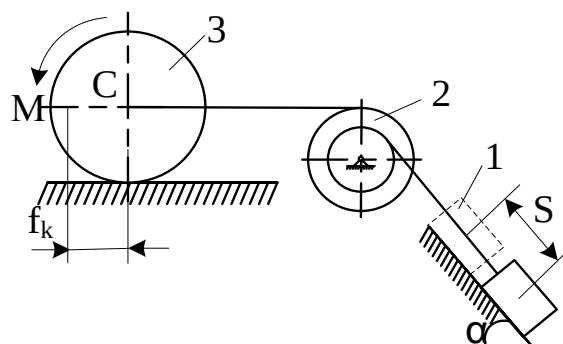
26



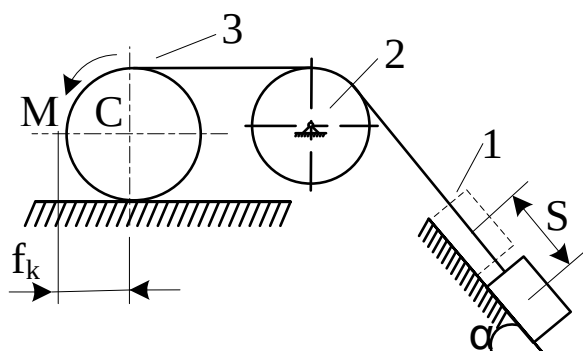
27



28



29



30

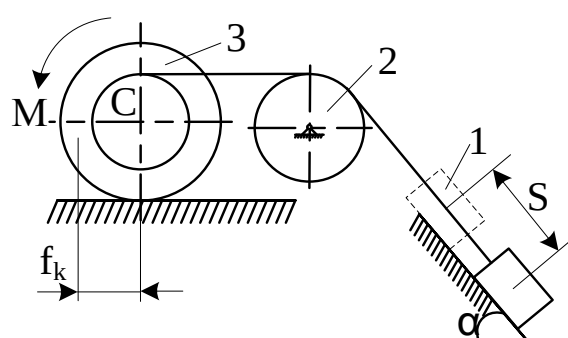


Таблица Д. 5

№ вар.	m_1	m_2	m_3	R_1	R_2	K	A	F	M	S
	кг	кг	кг	см	см	-	град	Н	Нм	м
0	100	200	500	20	30	0,5	30	5000	5000ф	2
1	400	500	100	40	50	0,6	40	4500	2000ф	4
2	300	100	400	20	40	0,5	50	6000	2500ф	5
3	500	200	300	40	50	0,4	60	3000	7000ф	1
4	100	300	200	30	20	0,6	60	4000	3000ф	3
5	200	500	400	40	50	0,5	30	5500	2000ф	4
6	200	400	400	30	40	0,5	60	2500	5500ф	2
7	400	300	100	50	20	0,4	50	7000	3500ф	3
8	200	200	300	50	30	0,4	40	3500	6000ф	1
9	300	100	200	40	50	0,6	50	2000	5500ф	5

Задача Д.6. Исследование вращательного движения твердого тела

1. После выключения двигателя вентилятор, вращающийся с угловой скоростью $\omega_0 = \omega(\text{с}^{-1})$, тормозится силами аэродинамического сопротивления, момент которых $M_1 = -\alpha\omega^2$ (Нм). Определить время t (с), за которое угловая скорость вентилятора уменьшится в n раз. Момент инерции вентилятора относительно оси вращения $I = I$ (кгм²).
2. После выключения двигателя вентилятор, вращающийся с угловой скоростью $\omega_0 = \omega(\text{с}^{-1})$, тормозится силами аэродинамического сопротивления, момент которых $M_2 = -\alpha\omega$ (Нм), и силами трения в подшипниках, момент которых $M_1 = k$ (Нм). Определить, через какой промежуток времени вентилятор остановится. Момент инерции вентилятора относительно оси вращения $I = I$ (кгм²).
3. После выключения двигателя вентилятор, вращающийся с угловой скоростью $\omega_0 = \omega(\text{с}^{-1})$, тормозится силами аэродинамического сопротивления, момент которых $M_2 = \alpha\omega^2$ (Нм), и силами трения в подшипниках. Момент $M_1 = k$ (Нм) от трения в подшипниках можно считать постоянным. Момент инерции вентилятора относительно оси вращения $I = I$ (кгм²). Определить, через какой промежуток времени t (с) вентилятор остановится.
4. К валу, находившемуся в покое, прикладывается постоянный момент $M_1 = k$ (Нм). Одновременно возникают силы, момент которых $M_2 = a \cos(0,1\pi t)$ (Нм). Момент инерции вала относительно оси вращения $I = I$ (кгм²). Определить угловую скорость вала ω_1 (с⁻¹) через $t = t$ (с) после начала вращения.
5. Твёрдое тело, вращающееся с угловой скоростью $\omega_0 = \omega(\text{с}^{-1})$, тормозится силами сопротивления, моменты которых M_1 и M_2 . Причём момент $M_1 = -k$ (Нм) от трения в подшипниках можно считать постоянным. Тормозящий момент пропорционален угловой скорости вращения $M_2 = -\alpha\omega$ (Нм). Момент инерции тела относительно оси вращения $I = I$ (кгм²). Определить, через какой промежуток времени t (с) тело остановится.
6. Маховик массой $m = m$ (кг) и радиусом $r = r$ (см) приводится во вращение из состояния покоя постоянным моментом $M_1 = k$ (Нм). Маховик испытывает силы сопротивления, момент которых $M_1 = -\alpha\omega^2$ (Нм). Маховик считать однородным диском. Определить время t (с), по истечении которого угловая скорость маховика станет равной $\omega_1 = \omega$ (с⁻¹).

7. После выключения двигателя вентилятор, вращающийся с угловой скоростью $\omega_0 = \omega c^{-1}$, тормозится силами аэродинамического сопротивления, момент которых $M_2 = -\alpha \omega^2$ (Нм). Определить угол, на который повернётся вентилятор, когда его угловая скорость $\omega_0 = \omega c^{-1}$ уменьшится в $N=N$ раз. Момент инерции вентилятора относительно оси вращения $I = I$ (кгм²).

8. Маховик, находившийся в покое, приводится во вращение вокруг неподвижной оси постоянным моментом $M_1 = k$ (Нм), при этом возникает момент сил сопротивления $M_2 = -\alpha \omega$ (Нм). Радиус инерции маховика $\rho = r$ (м). Определить угловую скорость маховика $\omega(c^{-1})$ через $t_1 = t$ (с) после начала вращения.

9. Маховик начинает вращаться вокруг неподвижной оси из состояния покоя, причём вращающий момент $M = k\varphi - a\varphi^3$ (Нм). Момент инерции маховика $I = I$ (кгм²). Установить закон изменения угловой скорости маховика $\omega = \omega(\varphi)$ как функцию угла поворота φ рад. Определить значение угловой скорости $\omega(c^{-1})$ в тот момент, когда маховик сделает $N=N$ оборотов.

10. К валу, находившемуся в покое, прикладывается постоянный момент $M_1 = k$ (Нм). Одновременно возникают силы, момент которых $M_2 = a \cos(0,2 \pi t)$ (Нм). Момент инерции вала относительно оси вращения $I = I$ (кгм²). Определить, сколько оборотов N сделает вал через $t_1 = t$ (с) после начала вращения.

11. На тормозящийся вал действует постоянный момент сил трения в подшипниках $M_1 = k$ (Нм) и момент сил сопротивления, вызываемый электромагнитной муфтой и изменяющийся по закону $M_2 = a(1 - \exp(-\alpha t))$ (Нм). Установить закон изменения угловой скорости вала как функцию времени $\omega = \omega(t)$, если начальная угловая скорость $\omega_0 = \omega(c^{-1})$, а момент инерции $I = I$ (кгм²). Определить величину угловой скорости вала $\omega(c^{-1})$, соответствующую моменту времени $t_1 = t$ (с).

12. Маховик, вращающийся с угловой скоростью $\omega_0 = \omega(c^{-1})$, тормозится силами сопротивления, моменты которых M_1 и M_2 . Тормозящий момент M_2 пропорционален угловой скорости $M_2 = -\alpha \omega$ (Нм). Момент M_1 от трения в подшипниках постоянен: $M_1 = -k$ (Нм). Маховик считать однородным диском радиуса $r = r$ (см) и массой $m = m$ (кг). Определить угловую скорость маховика $\omega(c^{-1})$ через $t_1 = t$ (с) после начала торможения.

13. Движущийся момент электродвигателя в некоторых условиях обратно пропорционален квадрату угловой скорости $M = \alpha / \omega^2$ (Нм). Момент инерции ротора электродвигателя $I = I$ (кгм²). Определить, через какое время угловая скорость ω (с⁻¹) электродвигателя увеличится в $N = N$ раз, если начальная угловая скорость $\omega_0 = \omega$ с⁻¹.

14. Маховик, находившийся в покое, приводится во вращение вокруг неподвижной оси постоянным моментом $M_1 = k$ (Нм), при этом возникает момент сил сопротивления $M_2 = \alpha / \omega$ (Нм). Момент инерции маховика относительно оси вращения $I = I$ (кгм²). Сколько оборотов N сделает маховик за $t_1 = t$ (с) после начала вращения?

15. Маховик радиуса $r = r$ (см) и массой $m = m$ (кг), находившийся в покое, приводится во вращение постоянной по величине силой $P = k$ (Н), приложенной на его ободе. При этом возникает сила сопротивления, пропорциональная угловой скорости $F = -\alpha \omega$ (Н). Сила сопротивления приложена на расстоянии $r = r$ (см) от оси вращения. Маховик считать однородным диском. Определить угловую скорость ω (с⁻¹) маховика через $t_1 = t$ (с) после начала вращения.

16. К ведущему валу редуктора при пуске прикладывается момент $M = k(1 - \alpha \omega)$ (Нм). Момент инерции вала $I = I$ (кгм²). Определить угол φ в радианах, на который повернётся вал через $t_1 = t$ (с) после пуска.

17. На тормозящийся вал действует момент сил сопротивления, вызываемый электромагнитной муфтой и изменяющийся по закону $M = k(1 - \exp(-\alpha t))$ (Нм). Установить закон изменения угла поворота вала $\varphi = \varphi(t)$ как функцию времени, если начальная угловая скорость $\omega_0 = \omega$ (с⁻¹), момент инерции вала $I = I$ (кгм²). Определить значение угла поворота вала, соответствующее моменту времени $t = t$ (с).

18. Маховик массой $m = m$ (кг) и радиусом $r = r$ (см) приводится во вращение из состояния покоя постоянным моментом $M_1 = k$ (Нм). Маховик испытывает силы сопротивления, момент которых $M_2 = -\alpha \omega^2$ (Нм). Маховик считать однородным круглым диском. Определить угловую скорость маховика ω (с⁻¹), когда он повернется на угол $\varphi = N$ радиан.

19. Вал, вращающийся с угловой скоростью $\omega_0 = \omega$ (с⁻¹), начинает испытывать воздействие сил, момент которых $M = k \sin \alpha t$ (Нм). Установить закон изменения угловой скорости как функцию времени $\omega = \omega(t)$. Определить величину угловой скорости ω (с⁻¹) через $t_1 = t$ (с) после начала воздействия сил. Момент инерции вала относительно оси вращения $I = I$ (кгм²).

20. Маховик, находившийся в покое, приводится во вращение вокруг неподвижной оси постоянным моментом $M_1 = \text{const}$. При этом возникает тормозящий момент $M_2 = -\alpha\omega$ (Нм). Маховик считать однородным диском массой $m=m$ (кг) и радиусом $r=r$ (см). Определить, каким должен быть момент M_1 (Нм), чтобы через $t_1 = t$ (с) угловая скорость маховика равнялась $\omega_1 = \omega$ (с⁻¹).

21. Маховик радиусом $r=r$ (см) и массой $m=m$ (кг), вращающийся с угловой скоростью $\omega_0 = \omega$ (с⁻¹), испытывает силы сопротивления, момент которых пропорционален угловой скорости $M = -\alpha\omega$ (Нм). Установить закон изменения угла поворота как функцию угловой скорости $\varphi = \varphi(\omega)$. Определить, сколько оборотов N сделает маховик до остановки. Маховик считать однородным диском.

22. После выключения двигателя вентилятор, вращающийся с угловой скоростью $\omega_0 = \omega$ (с⁻¹), тормозится силами аэродинамического сопротивления, момент которых $M_2 = -\alpha\omega^2$ (Нм), и силами трения в подшипниках. Момент от трения в подшипниках можно считать постоянным $M_1 = k$ (Нм). Момент инерции вентилятора относительно оси вращения $I = I$ (кгм²). Определить, сколько оборотов N сделает вентилятор до остановки.

23. К шкиву в момент пуска прикладывается момент $M = k(1 - \alpha\omega)$ (Нм). Шкив считать однородным кольцом радиуса $r=r$ (см) и массой $m=m$ (кг). Установить закон изменения угловой скорости шкива как функцию времени $\omega = \omega(t)$. Определить значение угловой скорости шкива ω (с⁻¹) через $t_1 = t$ (с).

24. К однородному цилиндру массой $m=m$ (кг) и радиусом $r=r$ (см), вращающемуся с угловой скоростью $\omega_0 = \omega$ (с⁻¹), прикладывается момент $M = \alpha t / \omega$ (Нм). Определить угловую скорость цилиндра ω (с⁻¹) через $t_1 = t$ (с) после приложения момента.

25. На тело, вращающееся с угловой скоростью $\omega_0 = \omega$ (с⁻¹), начинает действовать тормозящий момент, модуль которого $M = -\alpha\varphi^2$ (Нм). Определить, на сколько оборотов $N=N$ повернется тело до его остановки, если $\varphi_0 = 0$, а момент инерции тела $I = I$ (кгм²).

26. Для торможения ротора электродвигателя к нему прикладывают момент, модуль которого $M = \alpha\omega^3$ (Нм). Определить, на какой угол $\varphi = a$ в радианах сделает ротор поворот за время, пока угловая скорость ω_0 уменьшится в $N=N$ раз, если $\omega_0 = \omega$ (с⁻¹), а момент инерции его $I = I$ (кгм²).

27. Для ускорения вращения маховика к нему прикладывается момент $M = \alpha t / \omega$ (Нм). Определить угловую скорость маховика ω (с^{-1}) через $t_1 = t$ (с) после приложения момента, если начальная скорость $\omega_0 = \omega \text{с}^{-1}$, а его момент инерции $I = I$ (кгм^2).

28. При работе дизеля движущий момент определяется выражением $M = (-k + \alpha \omega)$ (Нм). Установить закон изменения угловой скорости дизеля с течением времени $\omega = \omega(t)$. Определить величину угловой скорости ω (с^{-1}), соответствующую моменту времени $t_1 = t$ (с), если начальная скорость дизеля $\omega_0 = \omega$ (с^{-1}). Момент инерции подвижных частей дизеля $I = I$ (кгм^2).

29. Движущий момент электродвигателя в некоторых условиях обратно пропорционален квадрату угловой скорости $M = \alpha / \omega^2$ (Н*м). Момент инерции ротора электродвигателя $I = I$ (кг*м^2). Определить величину угловой скорости электродвигателя ω (с^{-1}) через $t_1 = t$ (с) после приложения движущего момента, если начальная угловая скорость его $\omega_0 = \omega$ (с^{-1}).

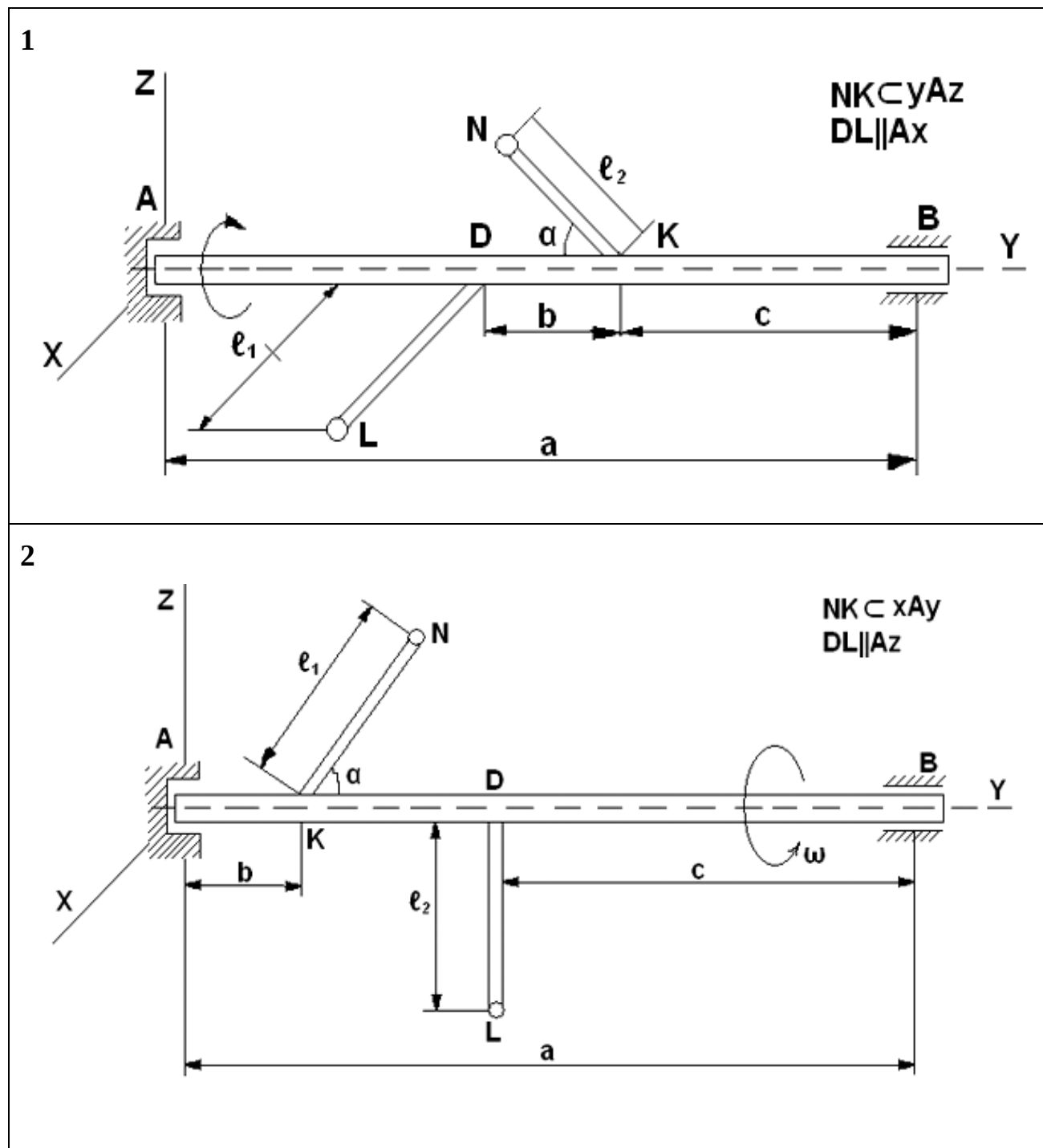
30. Шкив массой $m = m$ (кг) и радиусом $r = r$ (см) приводится во вращение из состояния покоя постоянным моментом $M_1 = k$ (Н*м). Шкив испытывает силы сопротивления, момент которых $M_2 = -\alpha \omega^2$ (Н*м). Шкив считать однородным кольцом. Определить угол φ в радианах, на который повернётся шкив, когда его угловая скорость станет равной $\omega_1 = \omega$ (с^{-1}).

Таблица Д.6

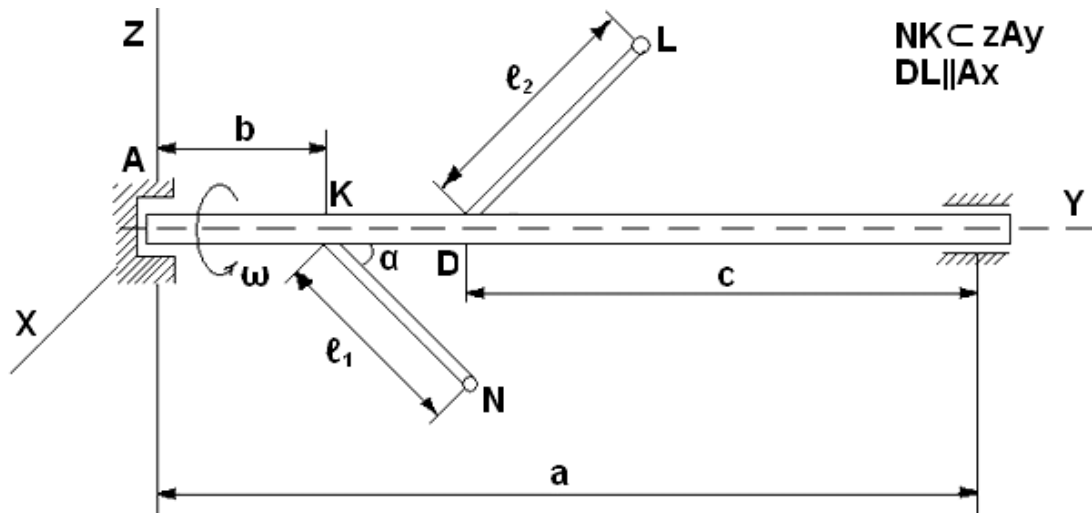
№ вар.	ω	α	I	m	r	k	t	N	a
0	5,5	20	70	250	75	250	3,0	6	7,0
1	7,5	30	65	350	30	400	1,0	5	2,5
2	6,5	45	40	400	45	550	1,5	4	3,0
3	4,0	55	85	150	60	500	2,0	3	6,5
4	5,0	15	75	550	70	350	2,5	2	6,0
5	8,5	60	80	100	35	350	3,0	5	3,5
6	7,0	35	55	200	55	150	1,0	3	4,0
7	8,0	25	60	700	50	300	1,5	4	5,5
8	6,0	40	45	300	65	200	2,0	6	5,0
9	4,5	50	50	450	40	100	2,5	2	4,5

Задача Д.7. Применение принципа Даламбера к определению реакций опор вращающегося тела

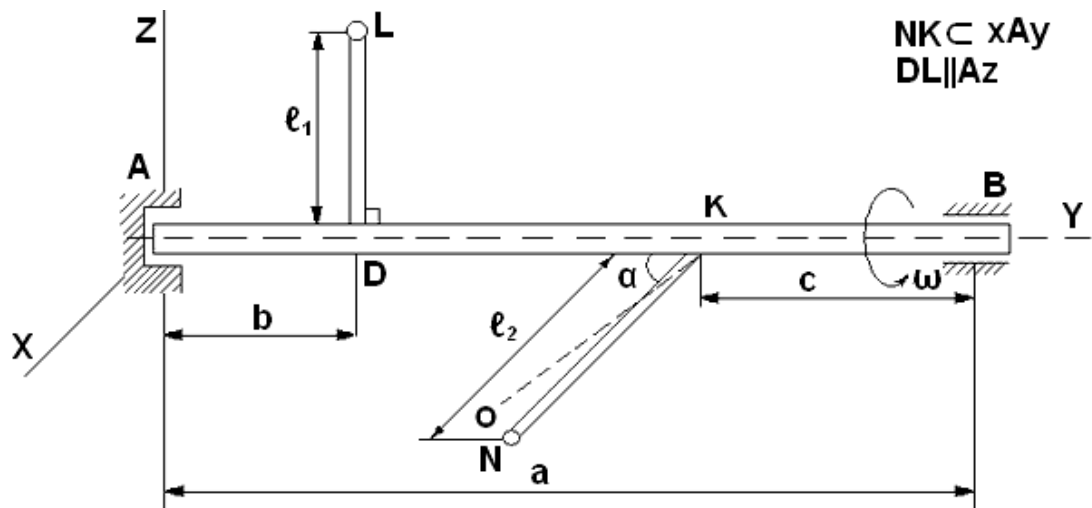
Определить реакции опор твердого тела, вращающегося равномерно вокруг неподвижной оси AB с угловой скоростью ω . В стержнях NK и DL сосредоточены точечные массы соответственно m_1 и m_2 . Схемы конструкций, а также расстояния a , b , c и l и другие исходные данные приведены в табл. Д4.



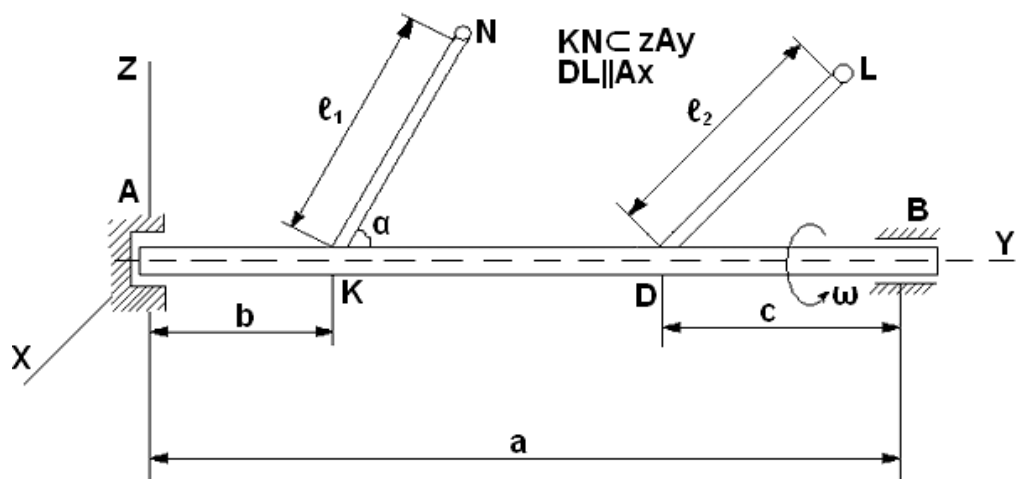
3



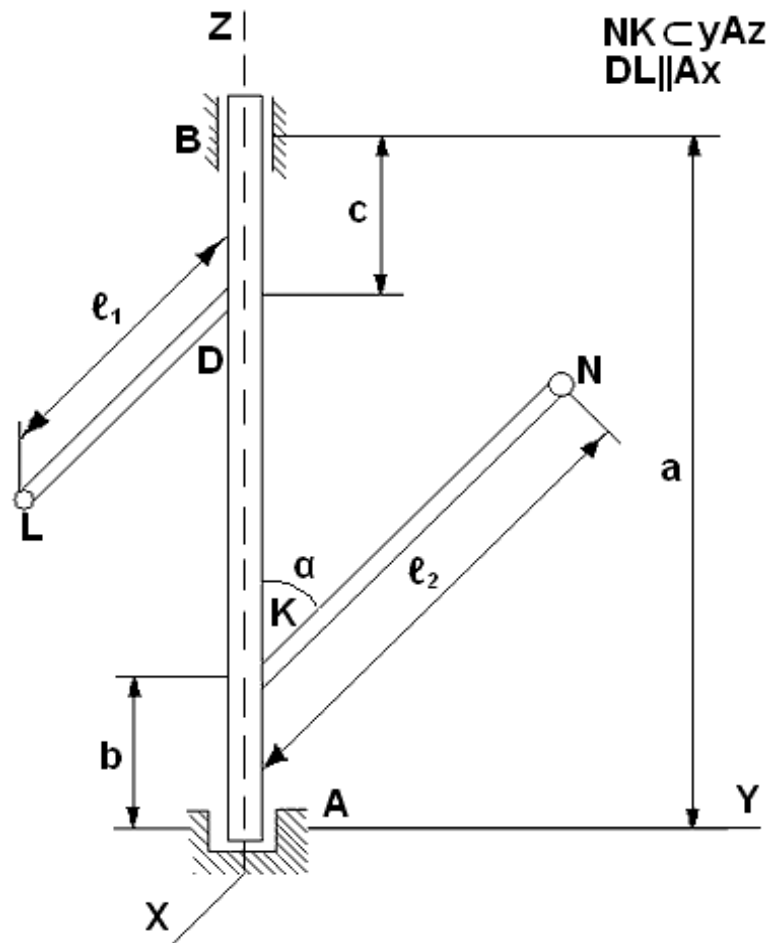
4



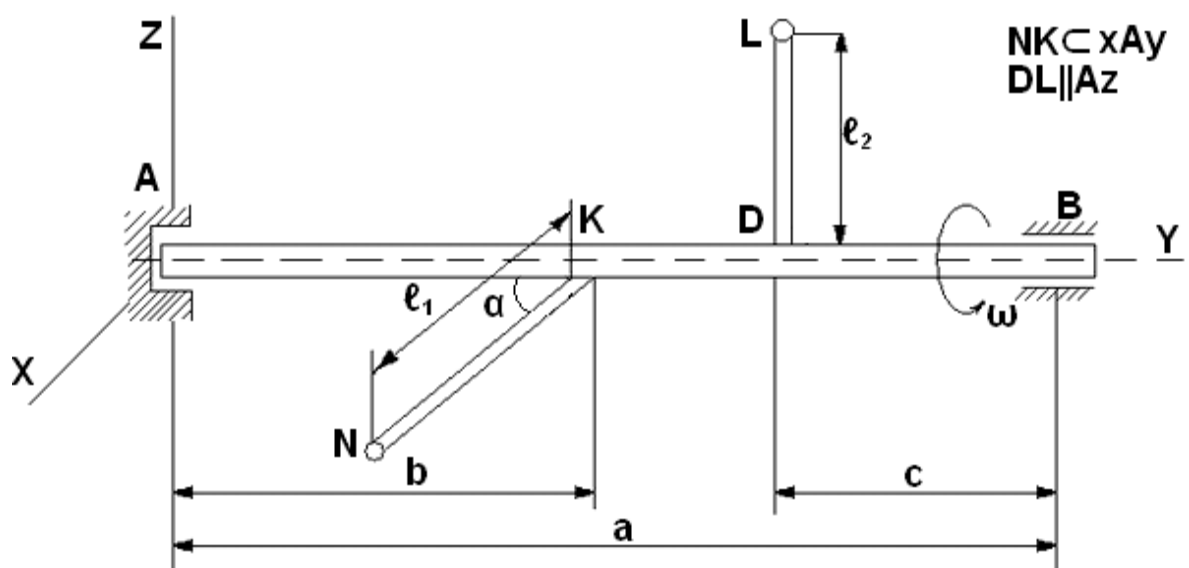
5



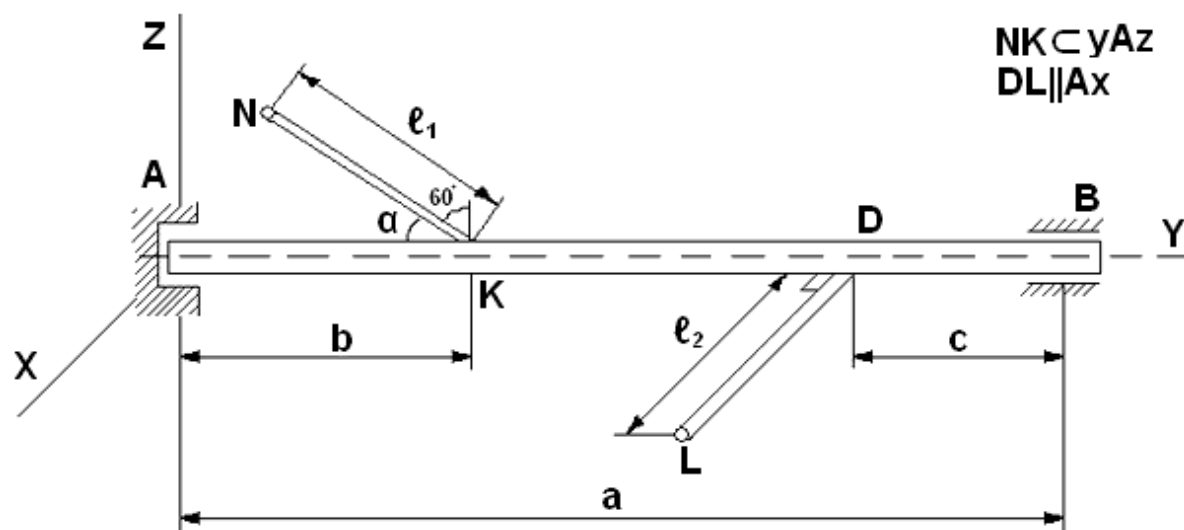
6



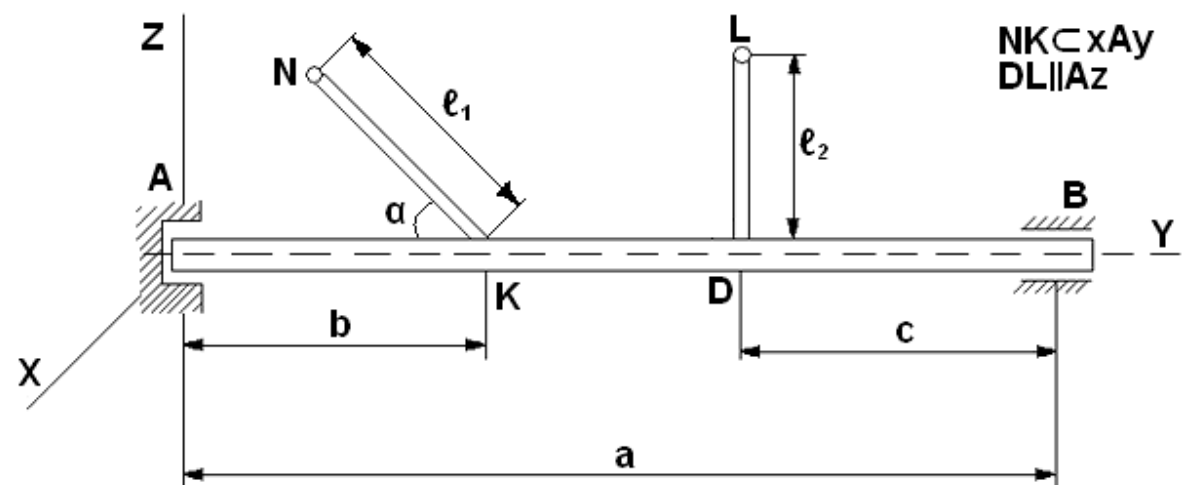
7



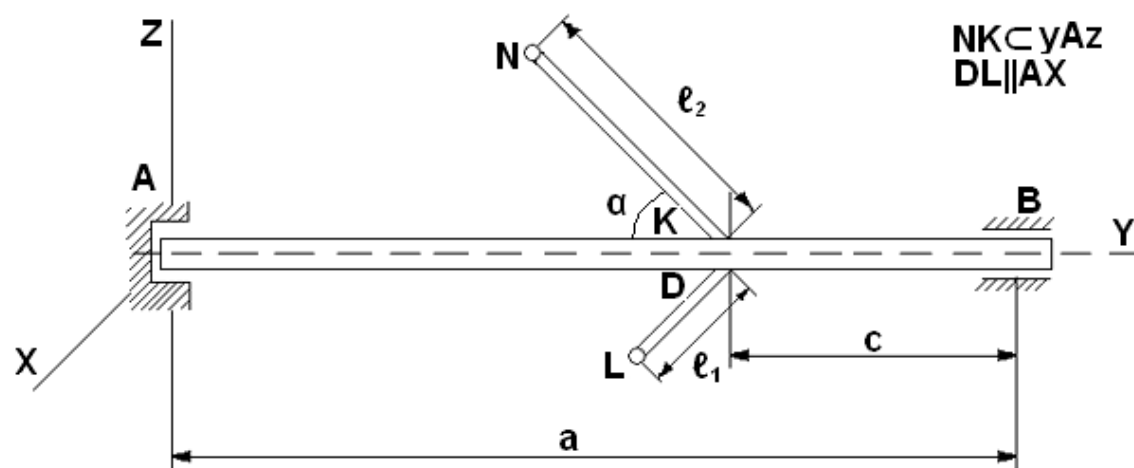
8



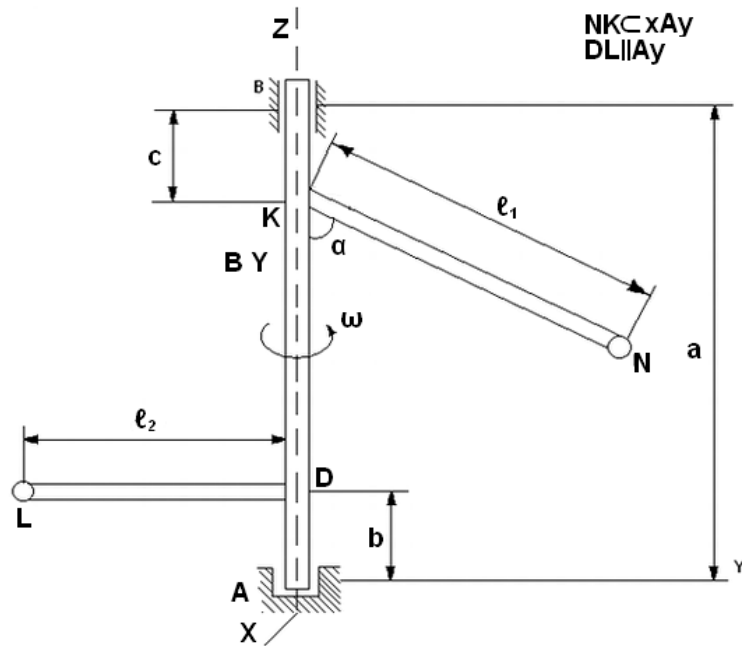
9



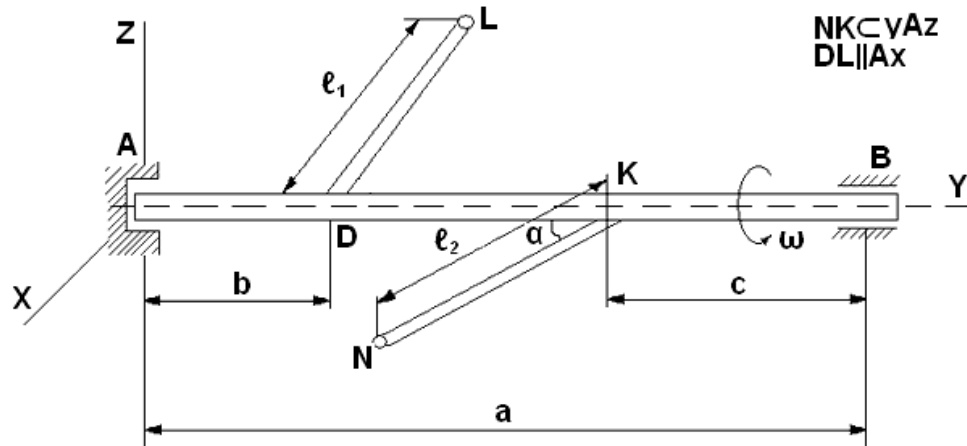
10



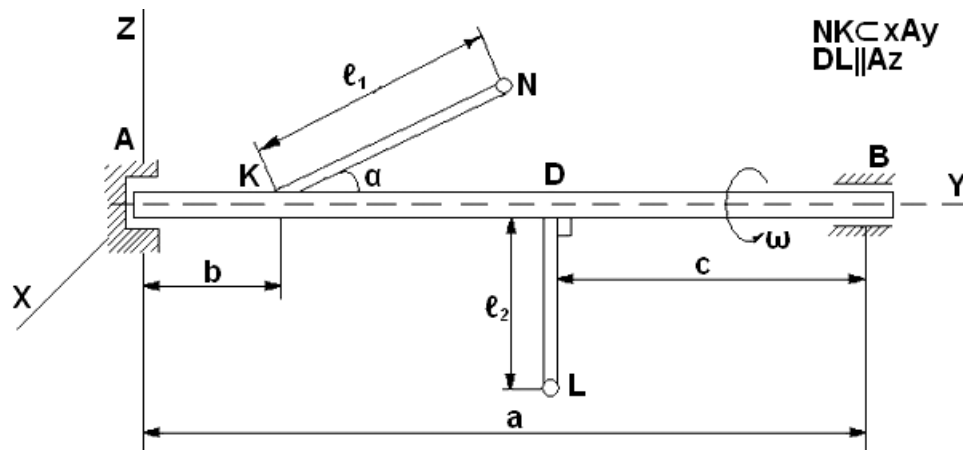
11



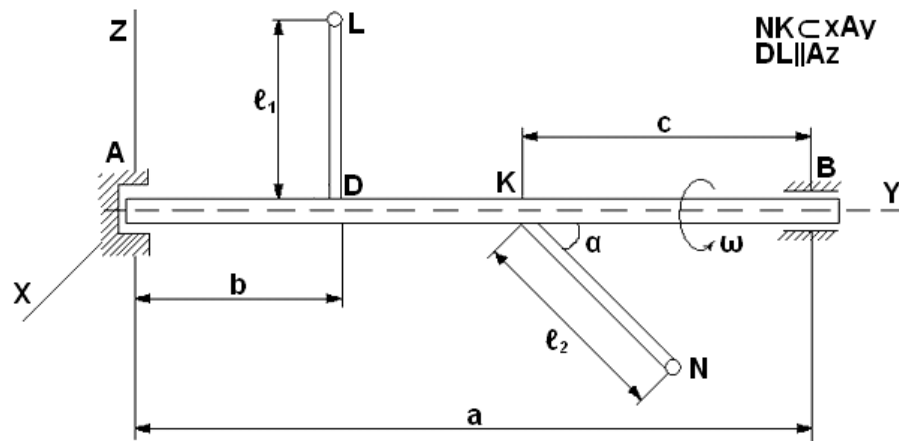
12



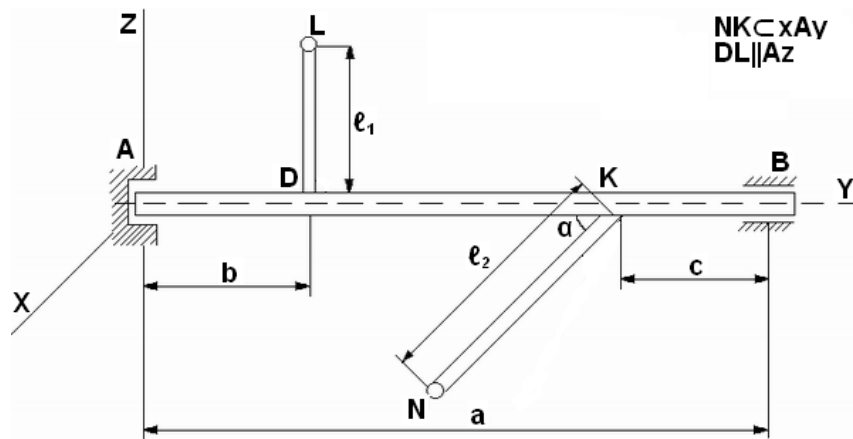
13



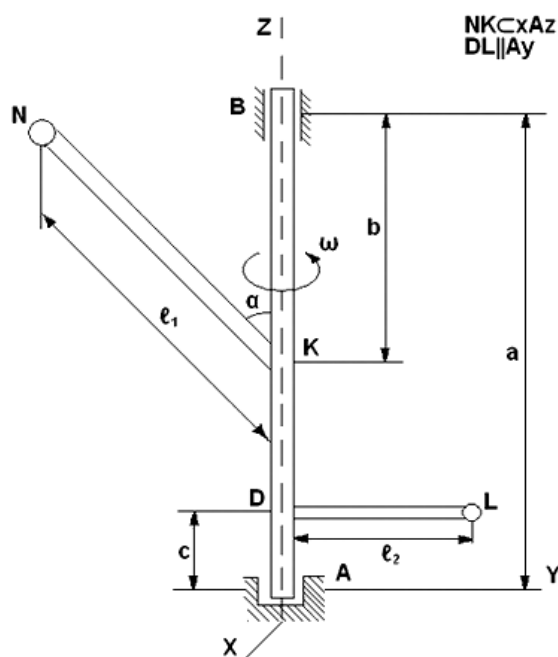
14



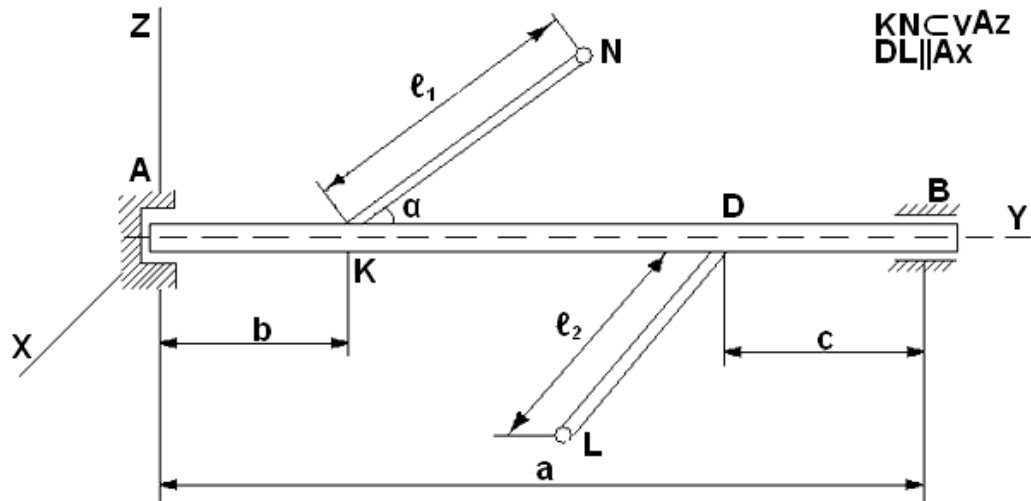
15



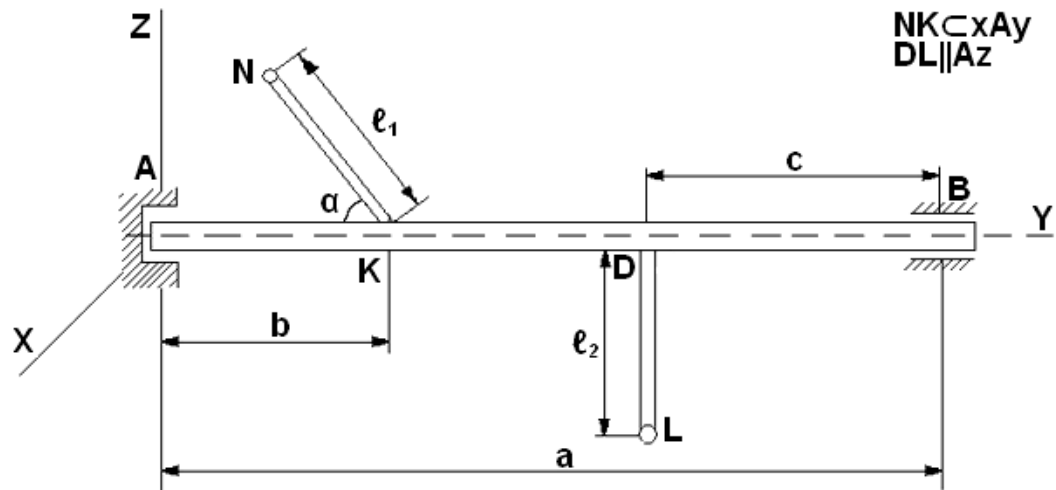
16



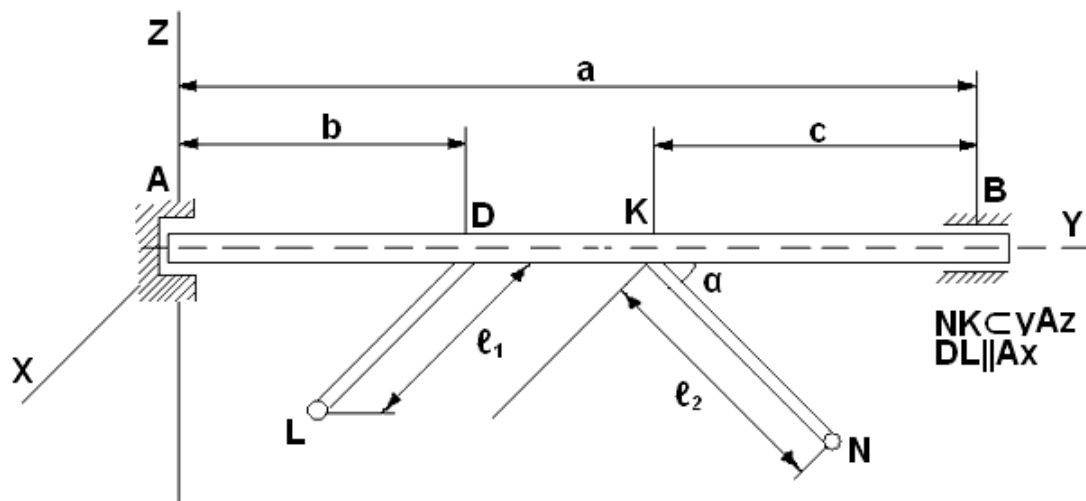
17



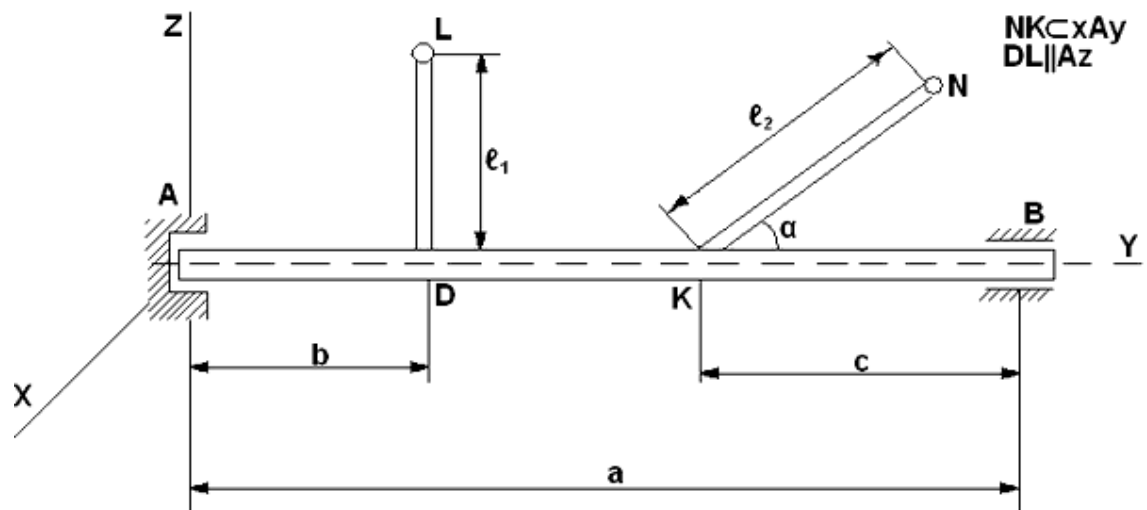
18



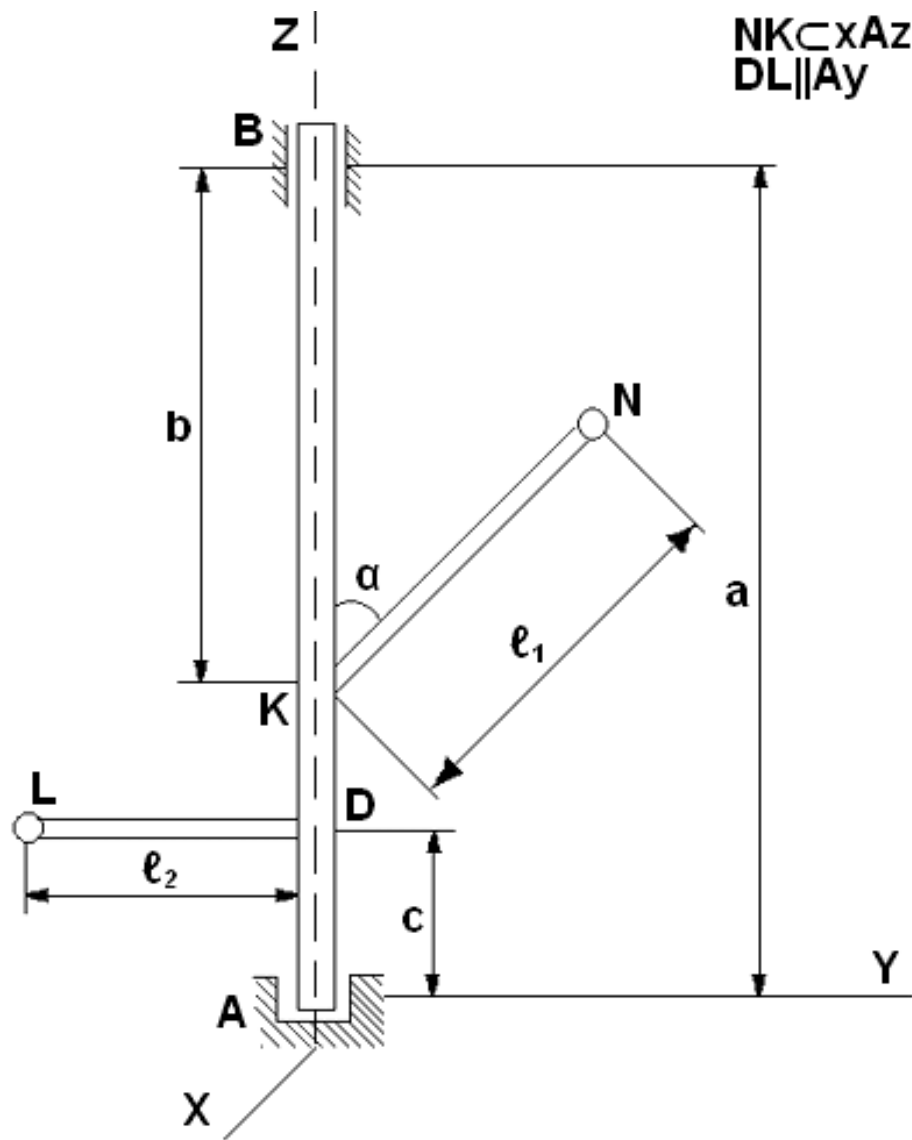
19



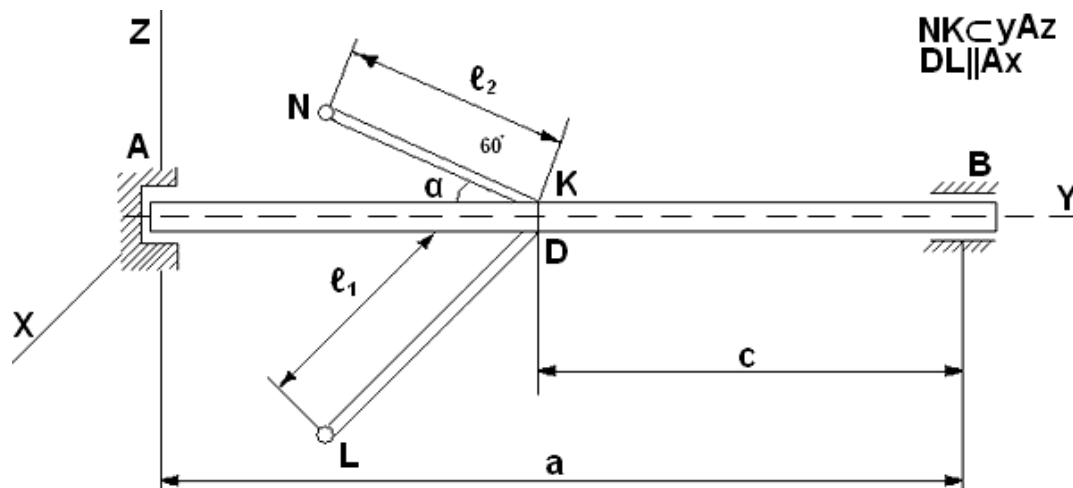
20



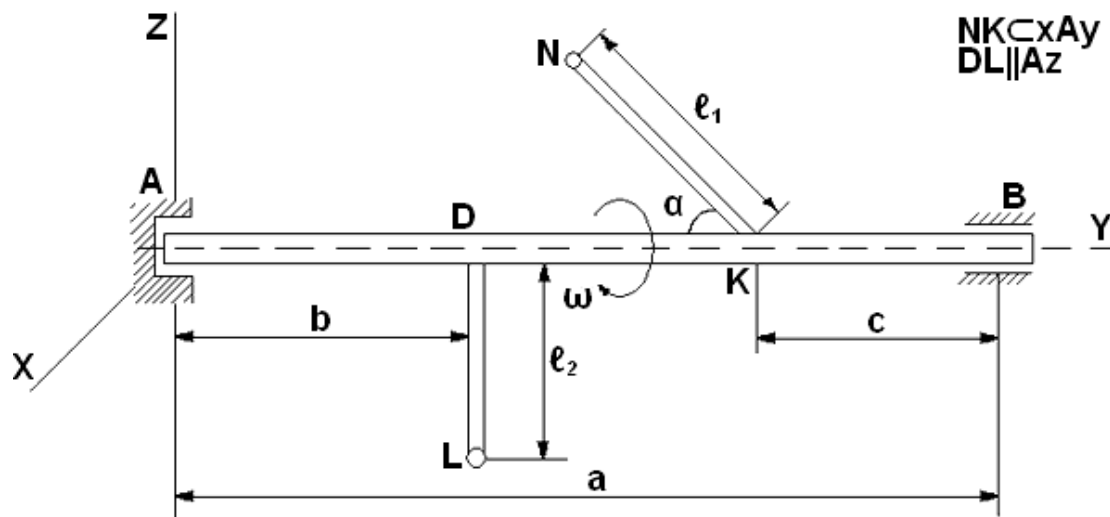
21



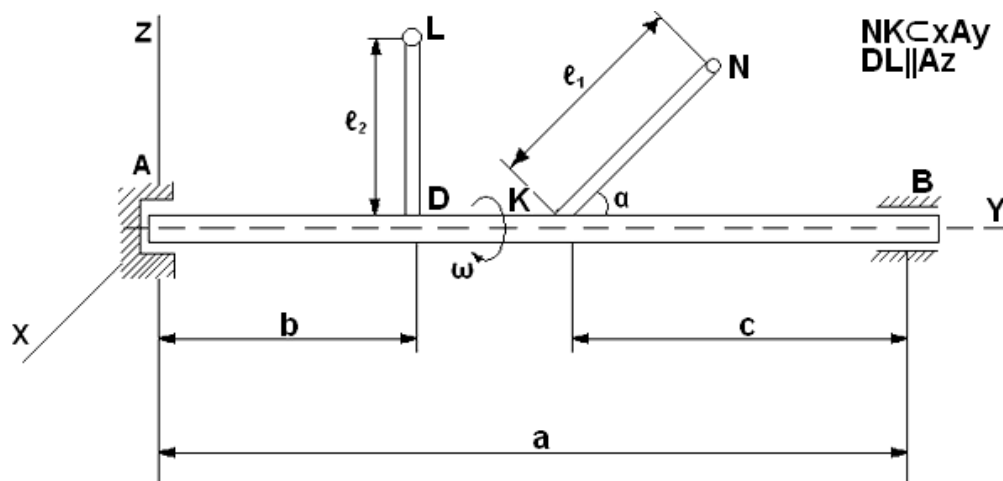
22



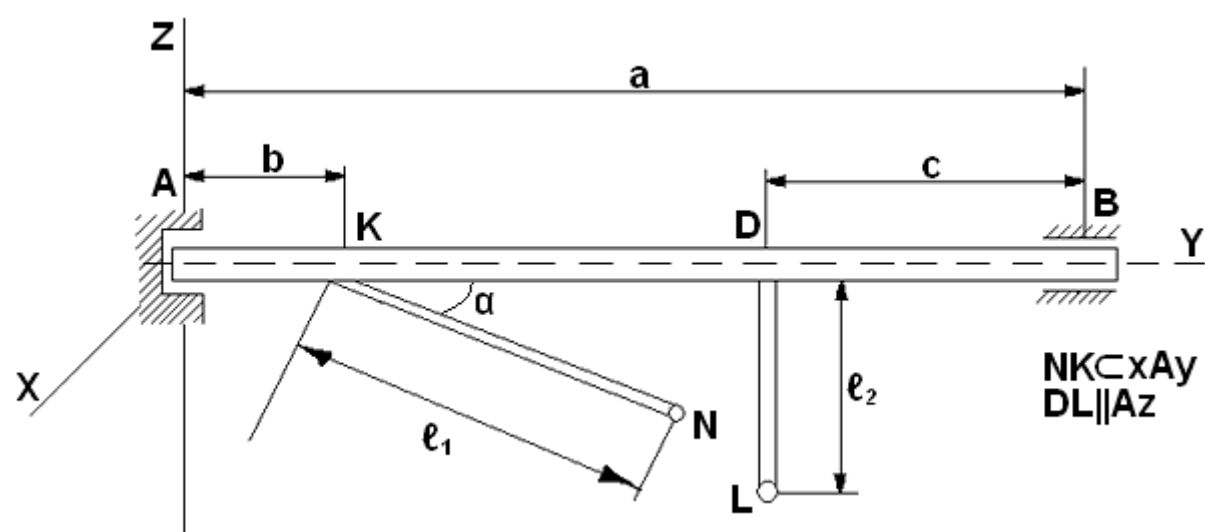
23



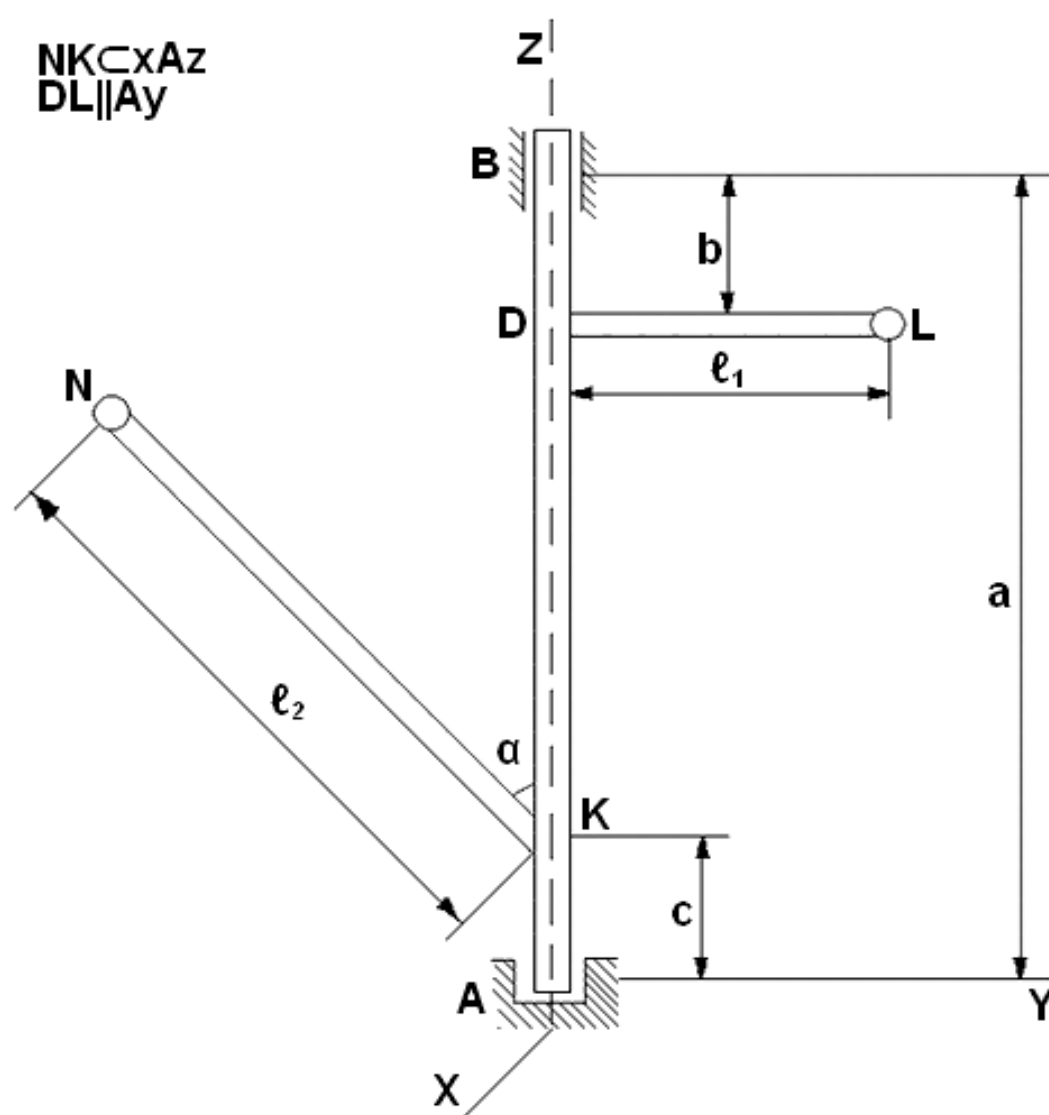
24



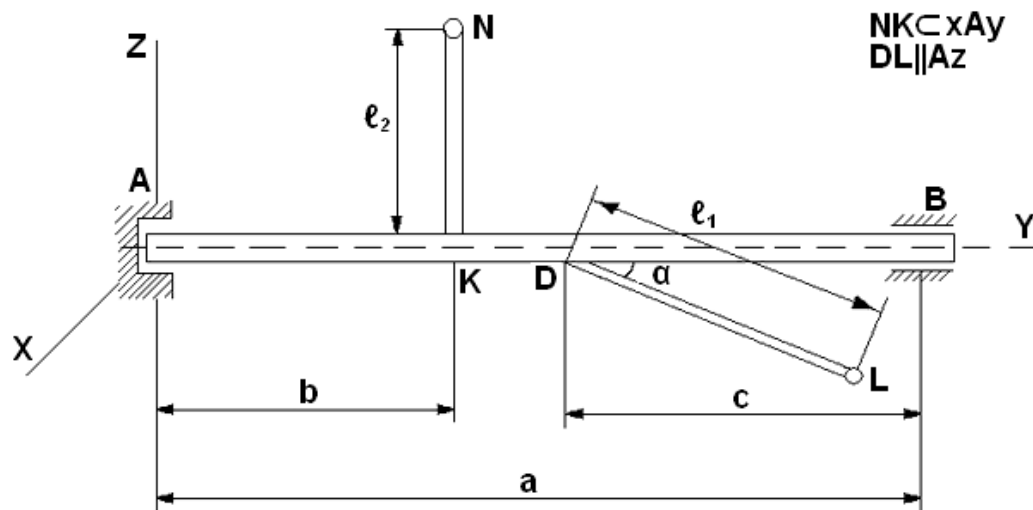
25



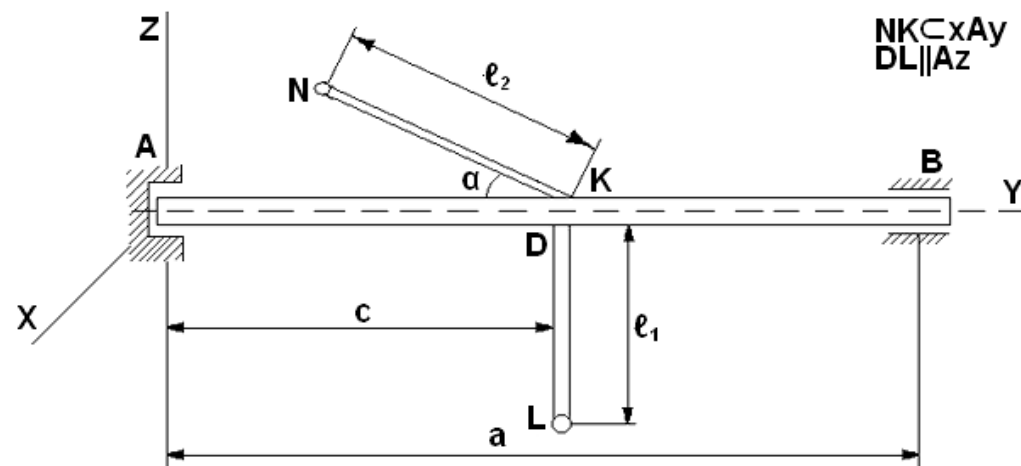
26



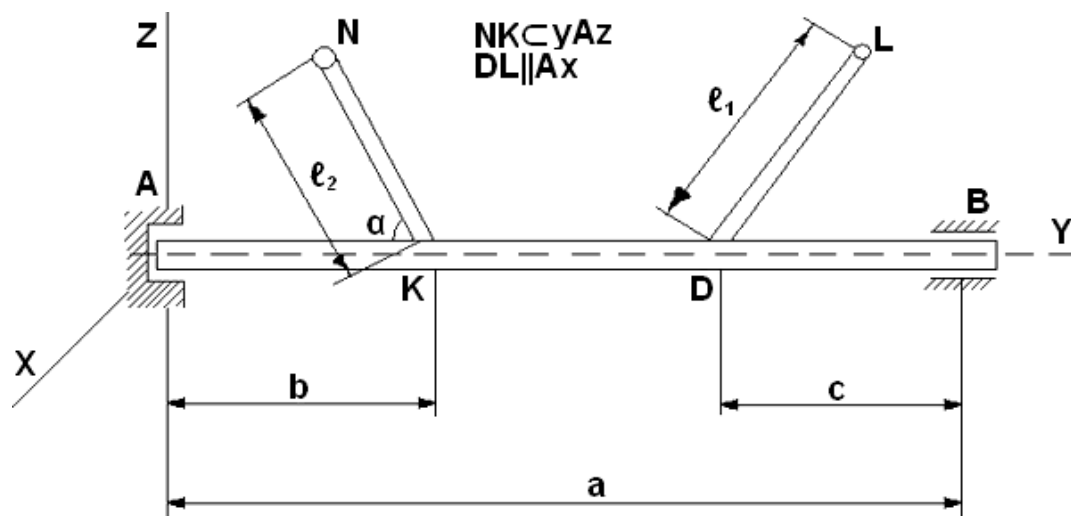
27



28



29



30

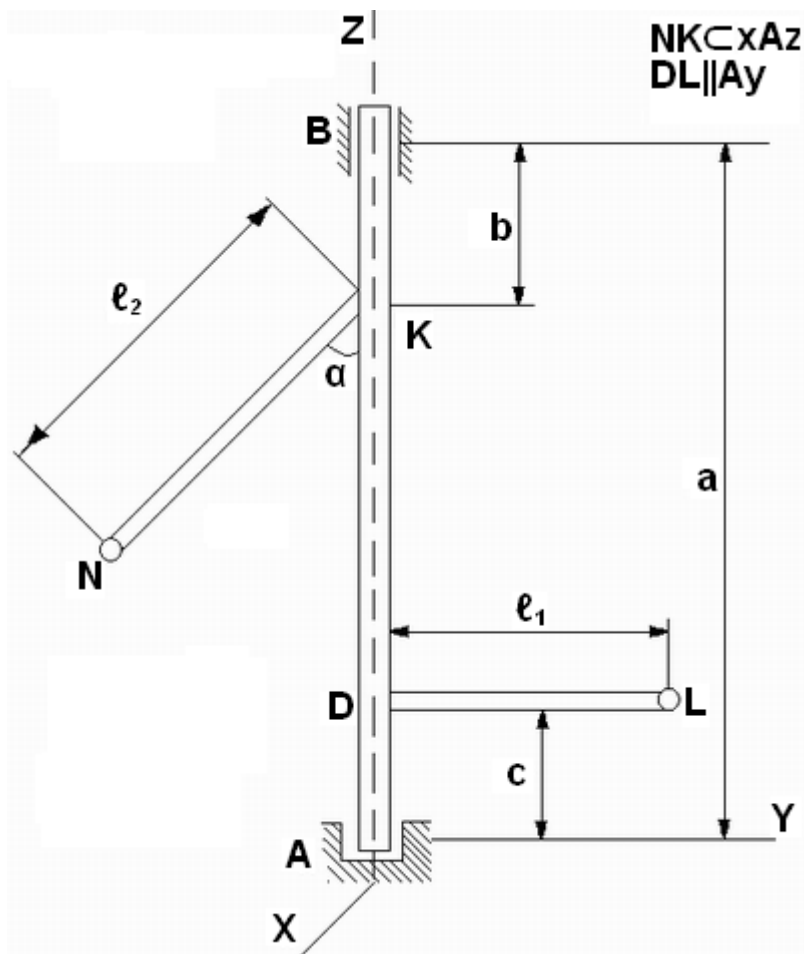
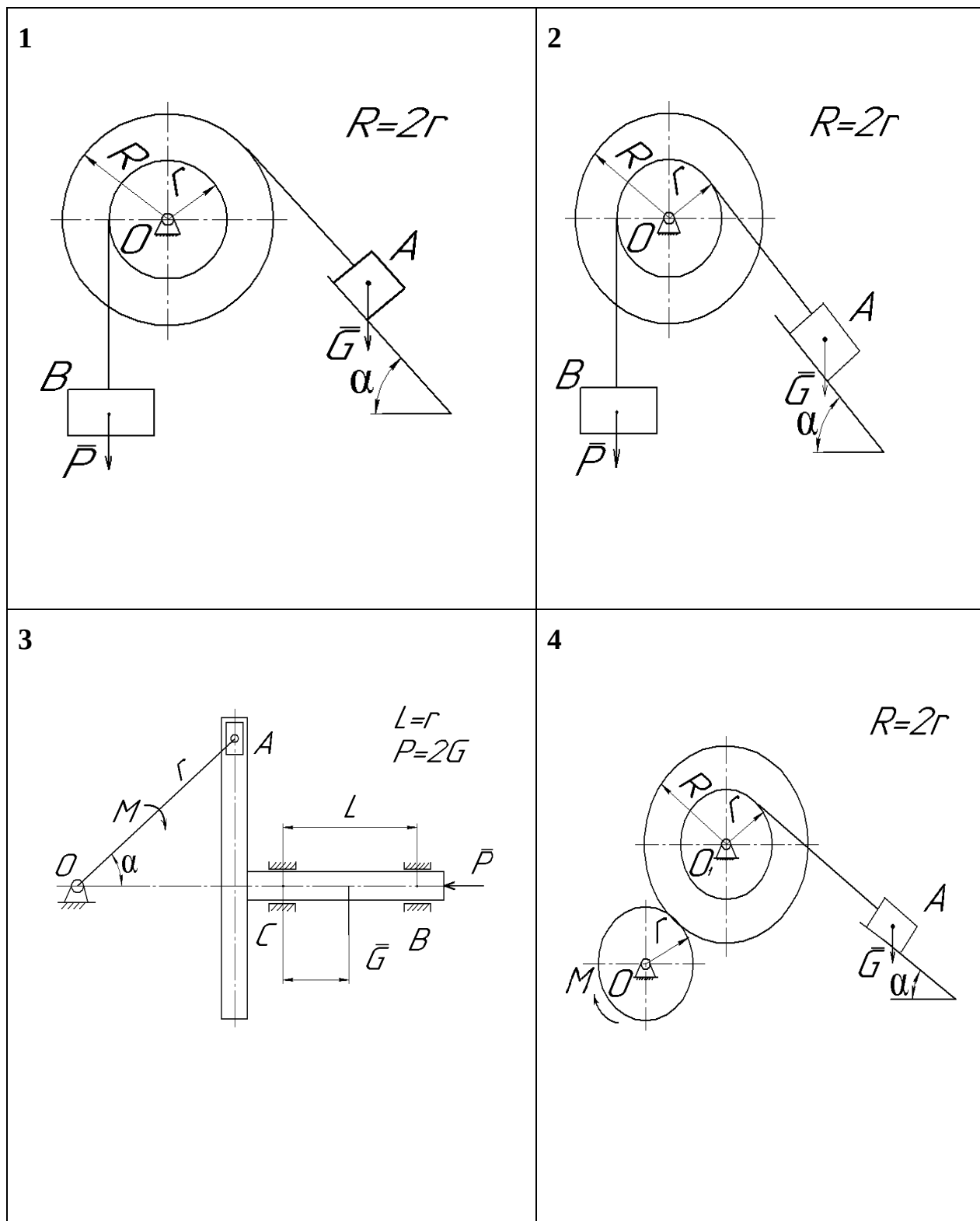


Таблица Д.7

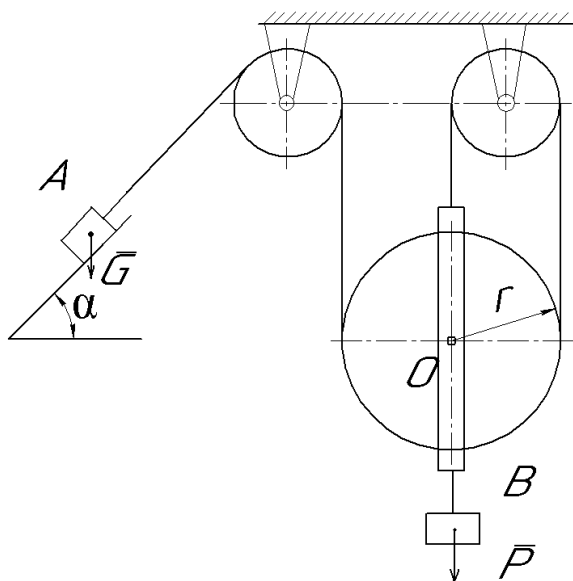
Номер варианта	Масса шаров (кг)		Расстояния (м)					Угол (град)	ω (рад/с)
	m1	m2	a	b	c	l_1	l_2	α	
0	30	20	2	1	0,6	1,2	1,4	30	3
1	28	14	2	0,8	0,4	1	0,8	45	3,2
2	26	12	1,5	0,7	0,3	0,8	1,2	60	3,4
3	25	15	1,6	1	0,2	0,9	0,7	45	3,6
4	24	14	1,8	0,7	0,6	0,7	1,1	60	3,8
5	22	12	1,9	1	0,3	0,6	1	30	4
6	20	16	1,9	0,6	0,4	0,7	0,9	45	4,2
7	18	14	1,5	0,8	0,2	0,5	0,4	30	4,4
8	16	18	1,6	0,5	0,5	0,6	0,8	60	4,6
9	15	12	1,8	0,8	0,4	0,4	0,6	45	4,8

Задача Д.8. Применение принципа возможных перемещений к исследованию равновесия механической системы

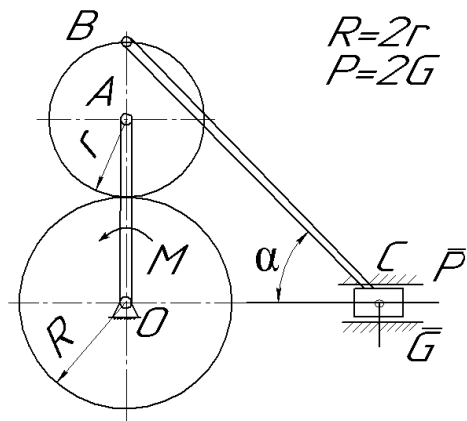
Определить область значений вращающего момента M или силы P , при которых заданная механическая система находится в равновесии.



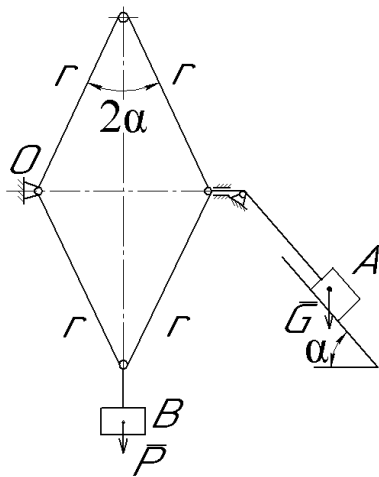
5



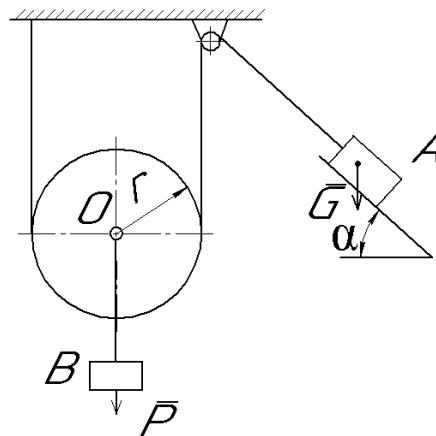
6



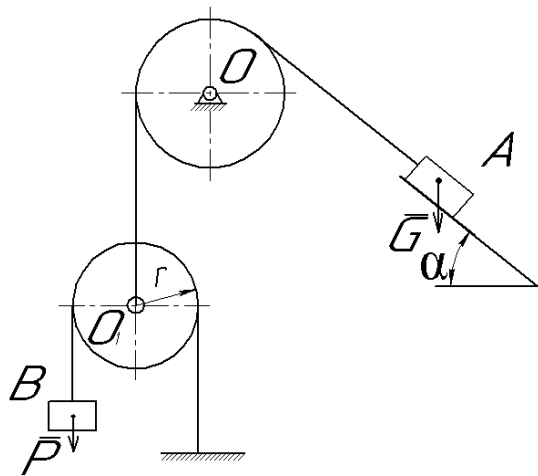
7



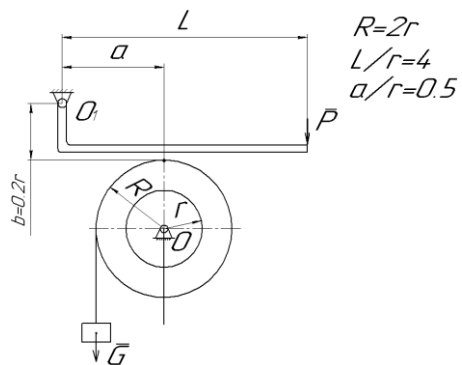
8



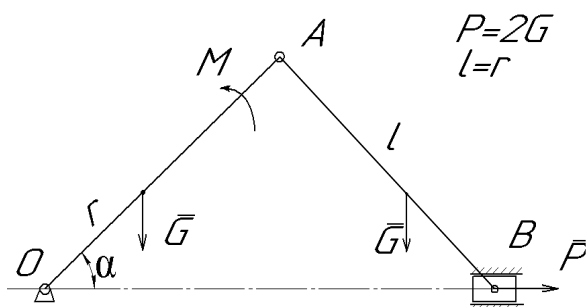
9



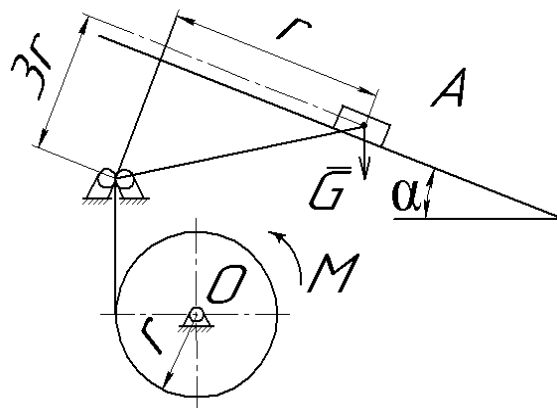
10



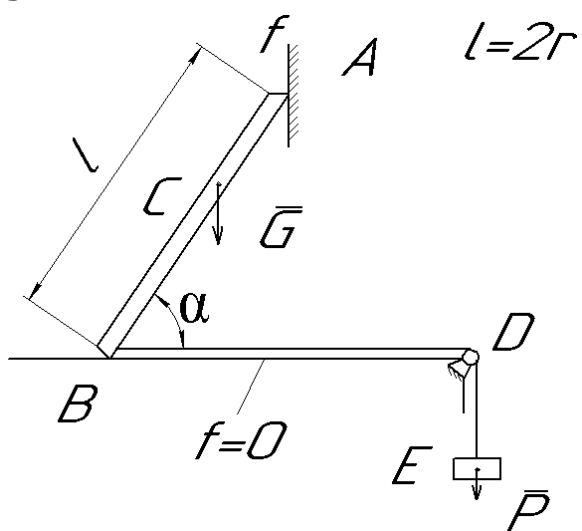
11



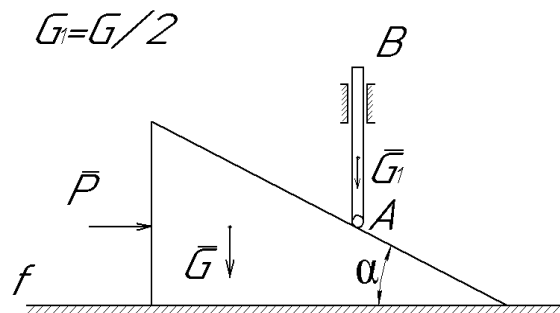
12



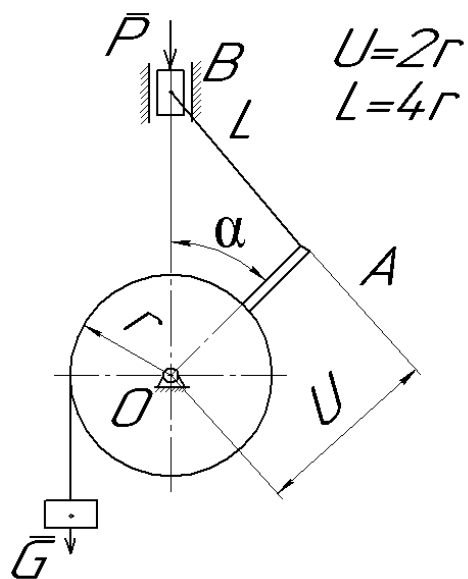
13



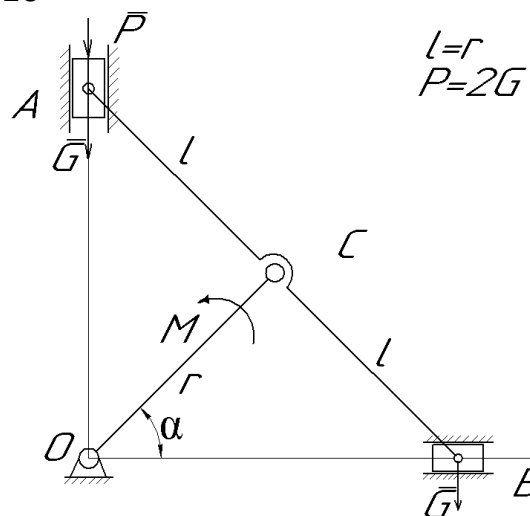
14



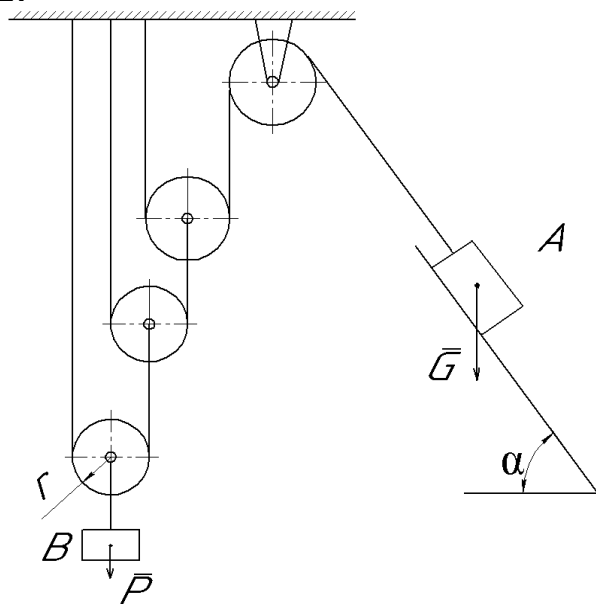
15



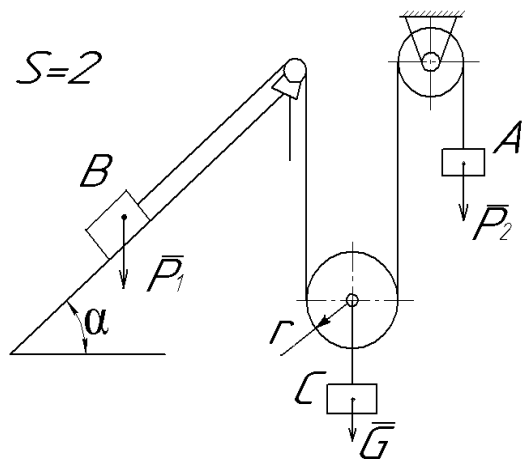
16



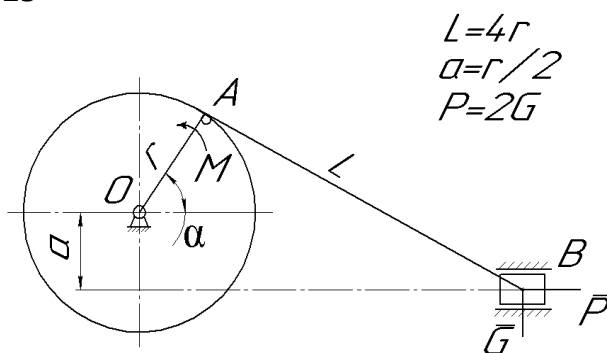
17



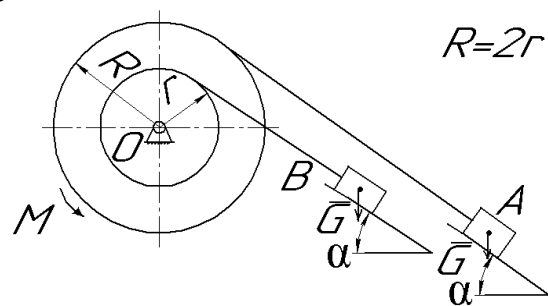
18



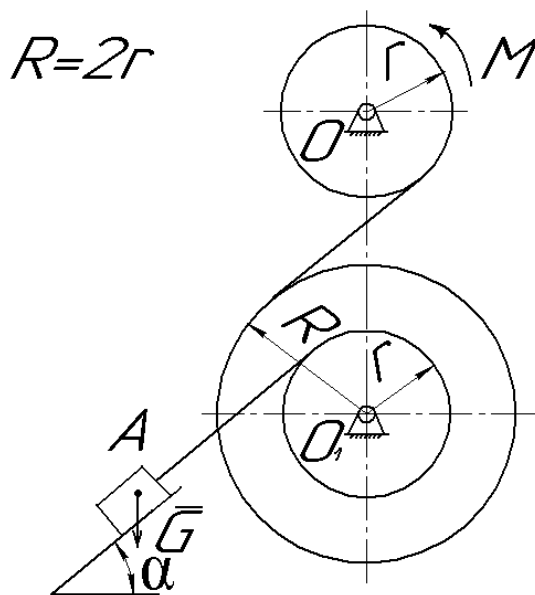
19



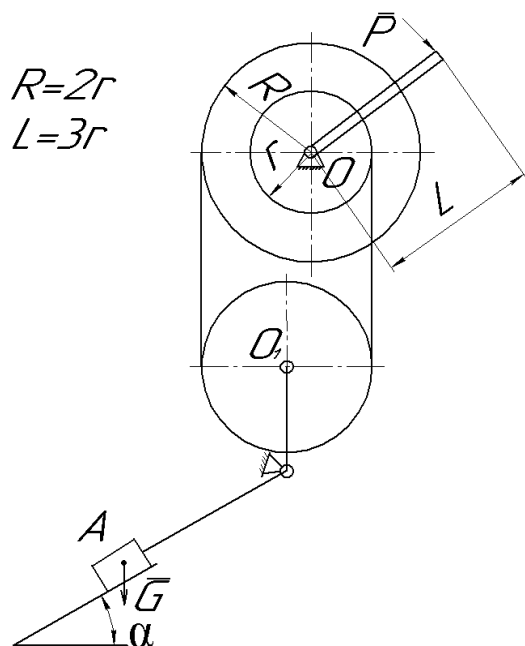
20



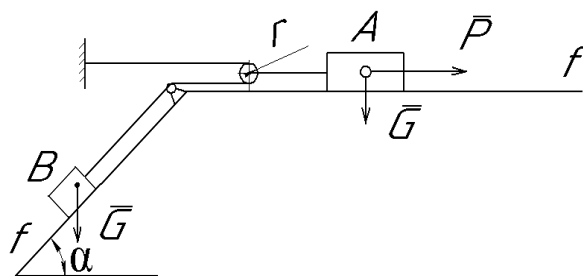
21



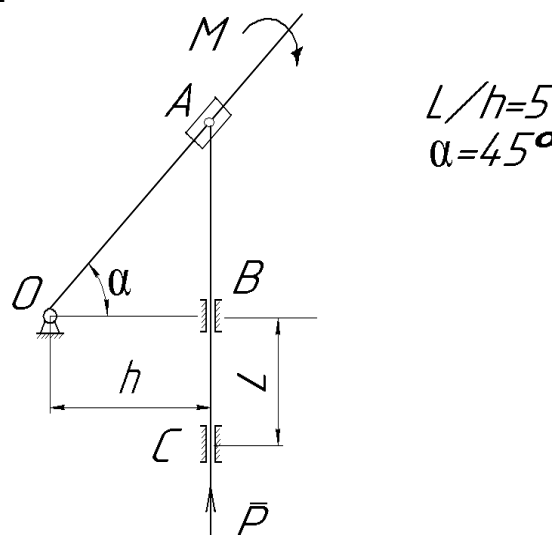
22



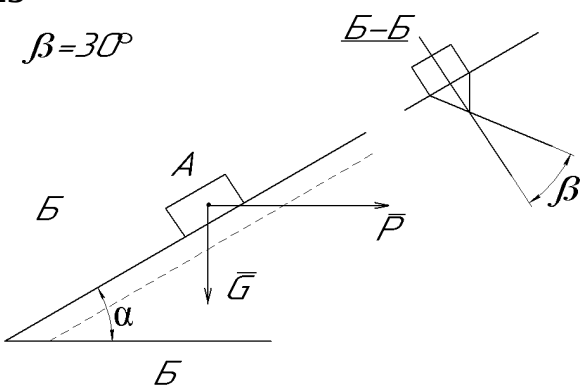
23



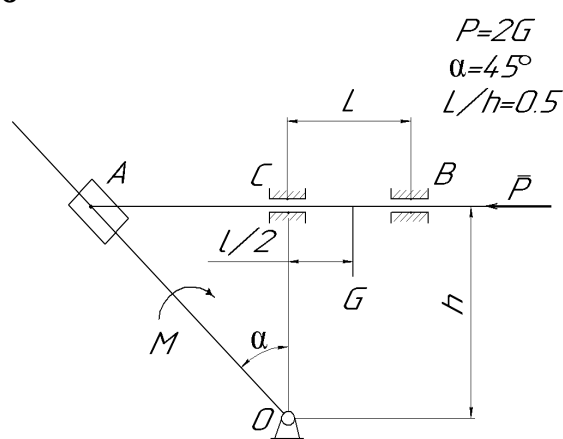
24



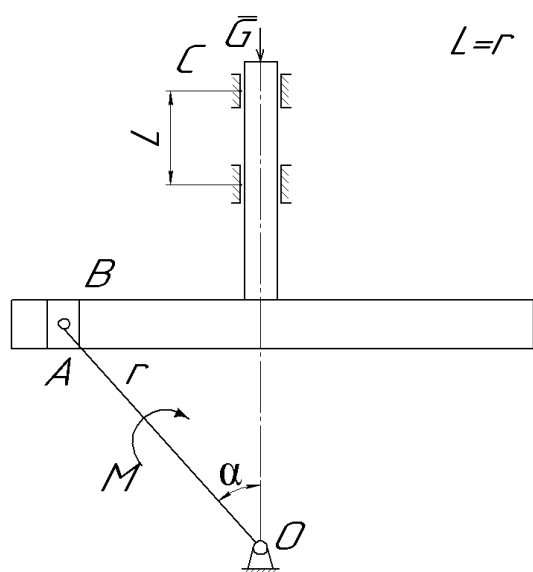
25



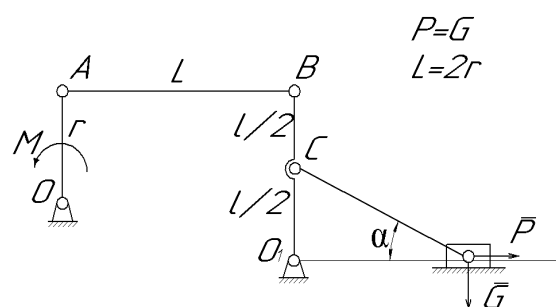
26



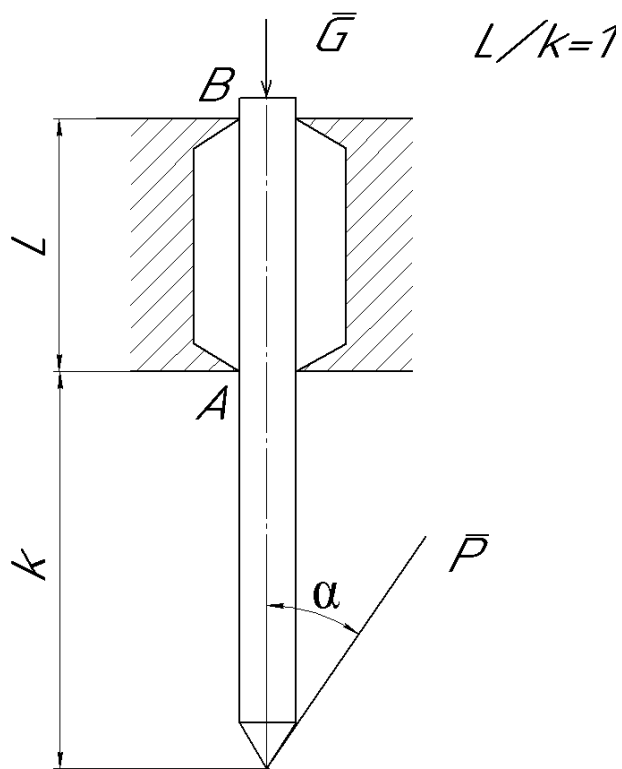
27



28



29



30

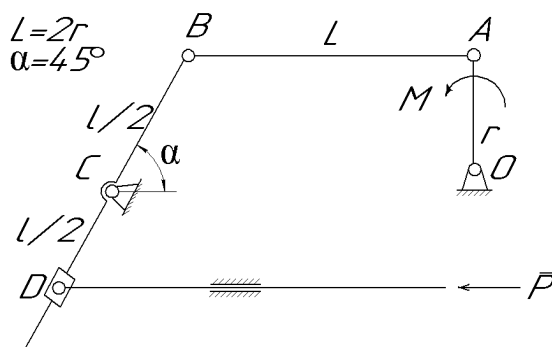
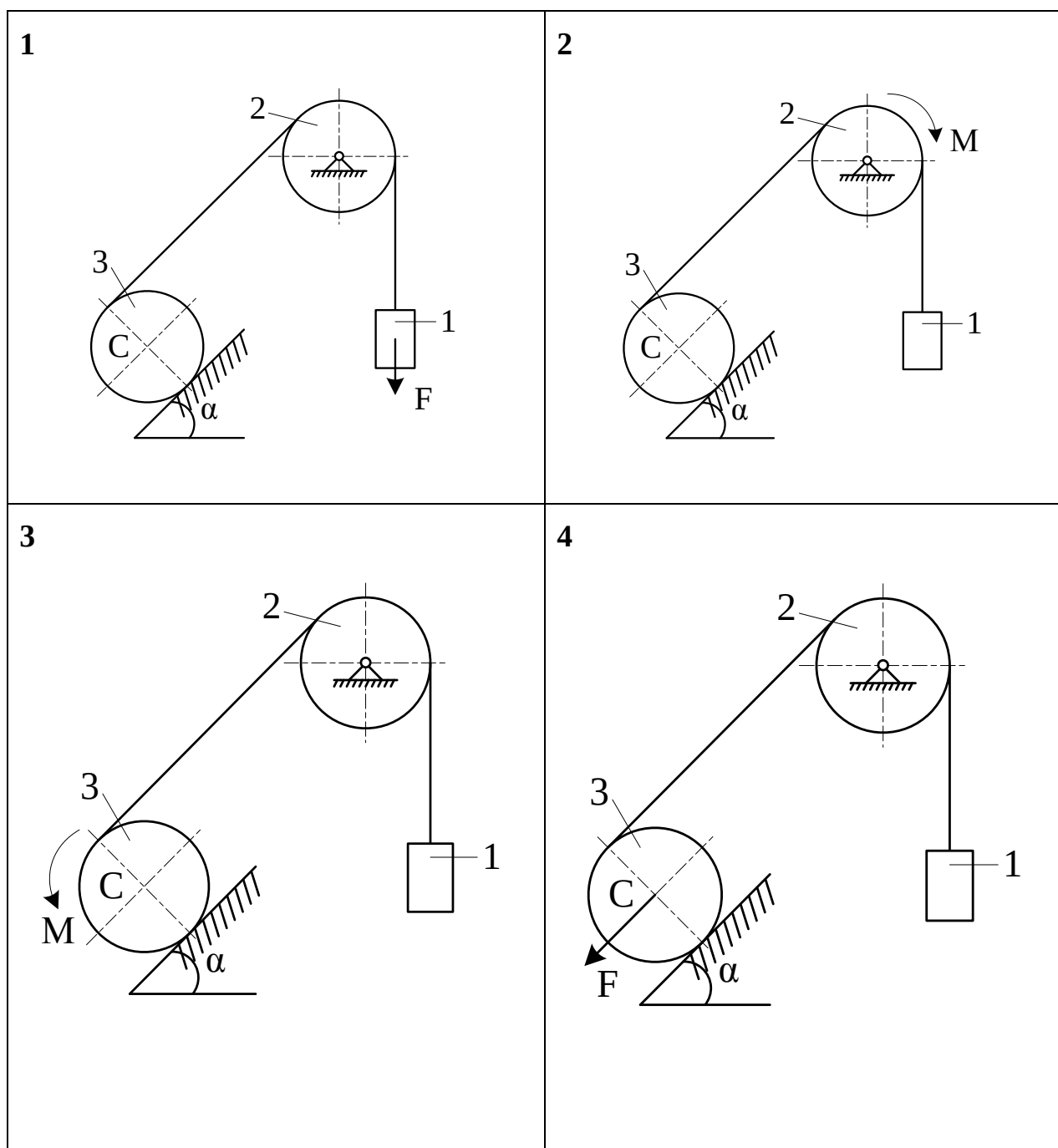


Таблица Д.8

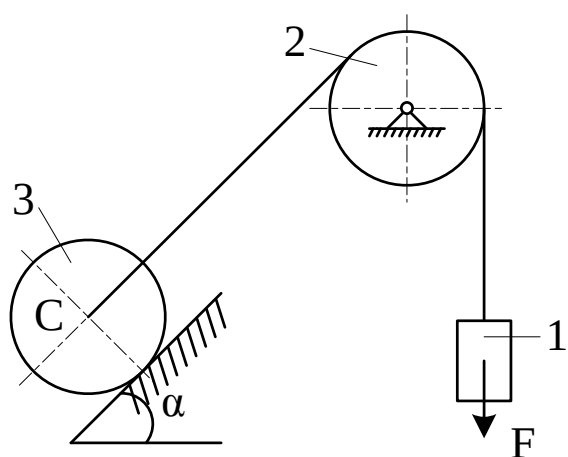
№ вар.	G	r	α	f	Найти
0	0,5	0,2	15	0,10	P – для схемы 1,2,45,7-10,13- 15,17,18,22,23, 25,29,30 M - для схемы 4,6,11,12,16,19- 21,24,26 – 28
1	1,0	0,25	20	0,40	
2	2,0	0,3	30	0,12	
3	3,0	0,35	45	0,13	
4	4,0	0,4	60	0,14	
5	3,0	0,4	45	0,15	
6	2,0	0,35	30	0,14	
7	1,0	0,3	20	0,13	
8	0,5	0,25	15	0,12	
9	2,0	0,2	30	0,11	

Задача Д.9. Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы

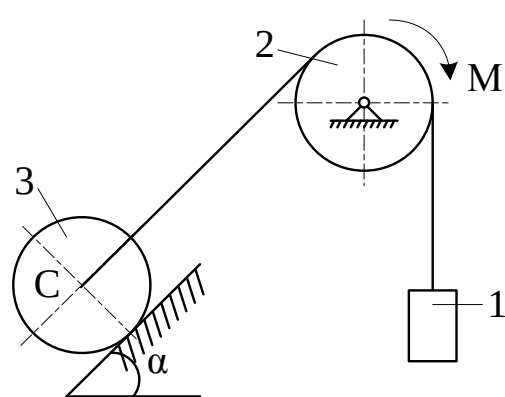
Для механических систем определить линейное ускорение a_1 или угловое ускорение ϵ_2 . Считать, что у блоков и катков массы распределены по наружному радиусу. Тросы и ремни считать невесомыми и нерастяжимыми; проскальзывание отсутствует. Трением качения и трением скольжения пренебречь. Дано m_1, m_2, m_3 – масса тел; R и r – радиусы больших и малых окружностей.



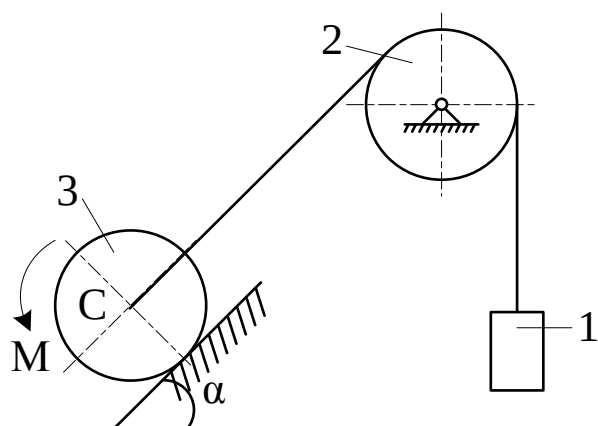
5



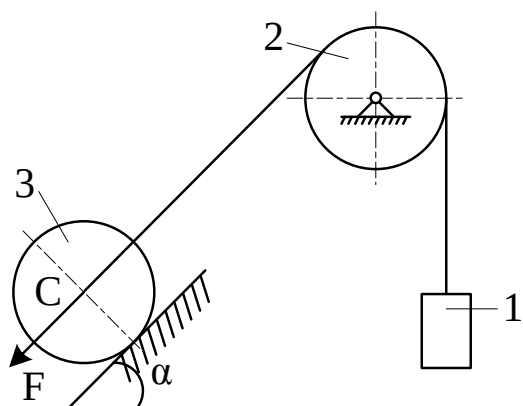
6



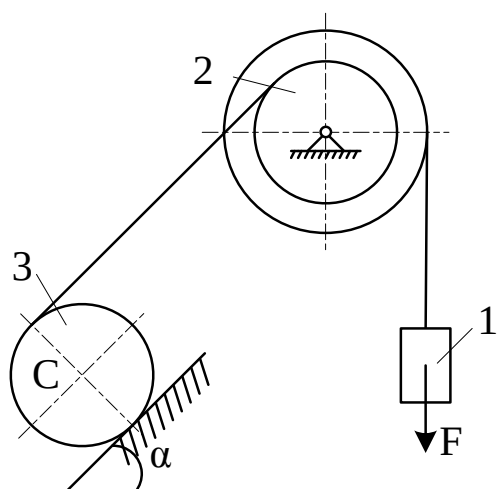
7



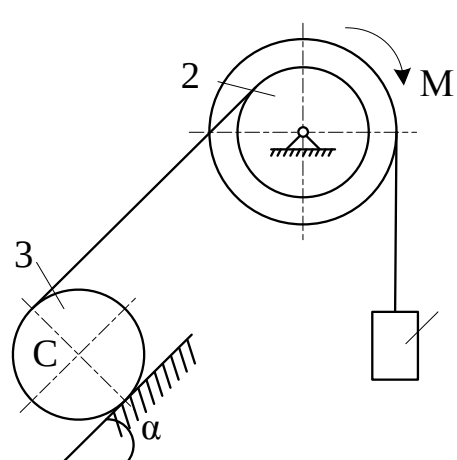
8



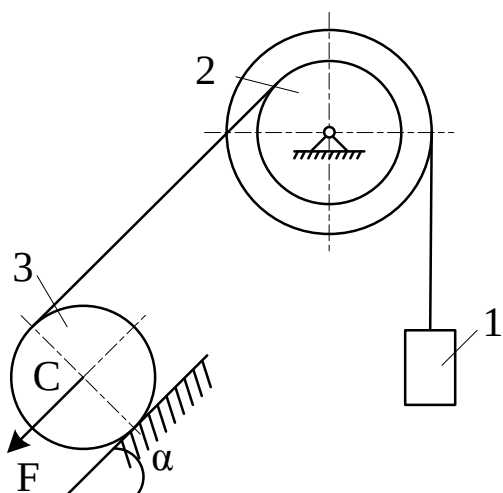
9



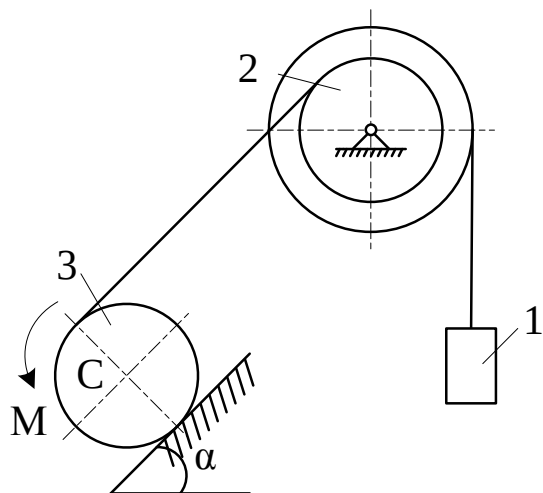
10



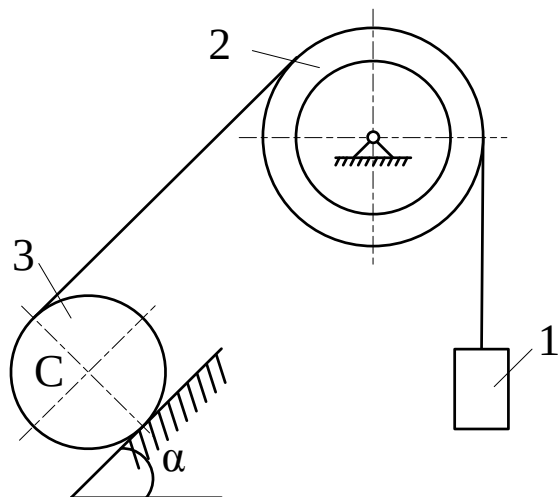
11



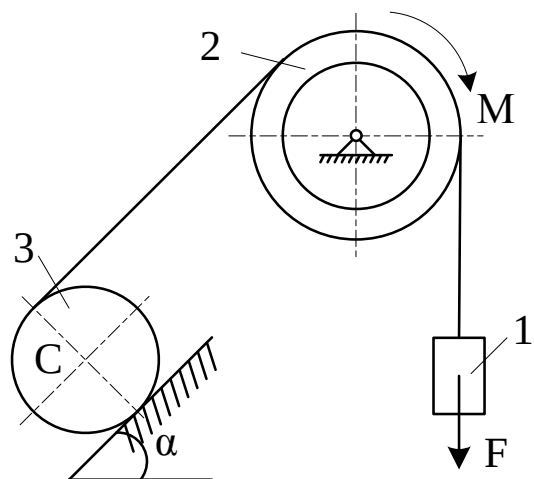
12



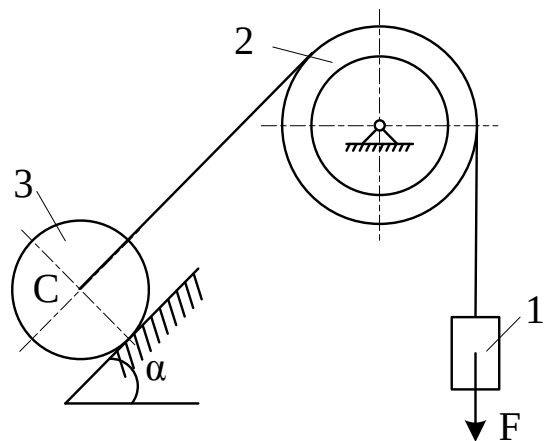
13



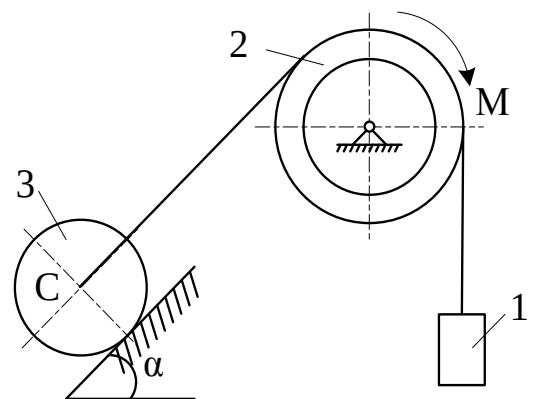
14



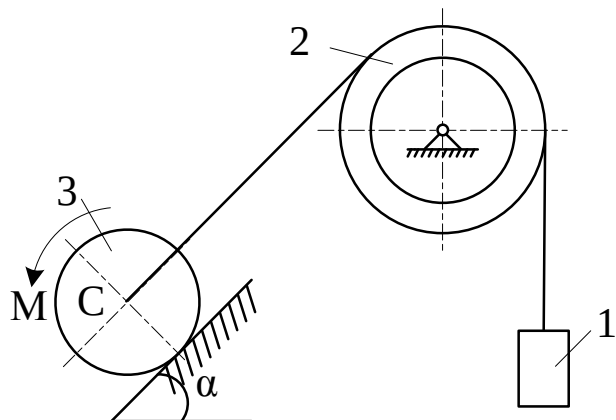
15



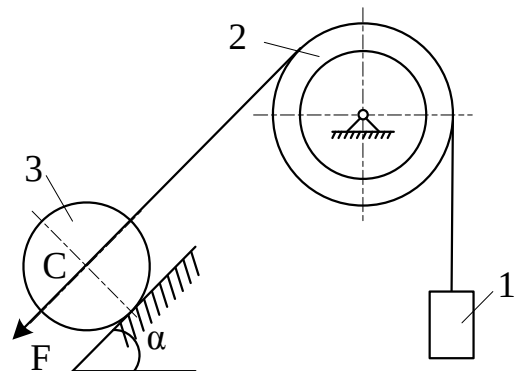
16



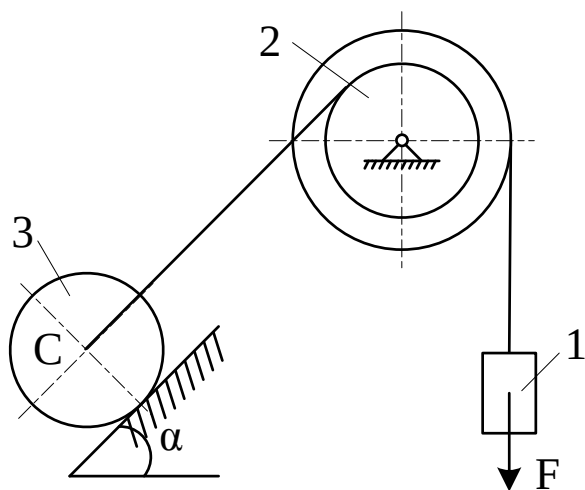
17



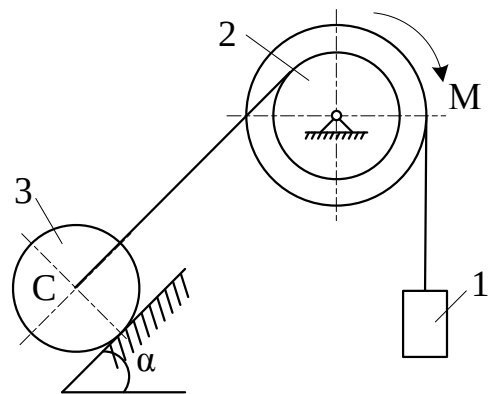
18



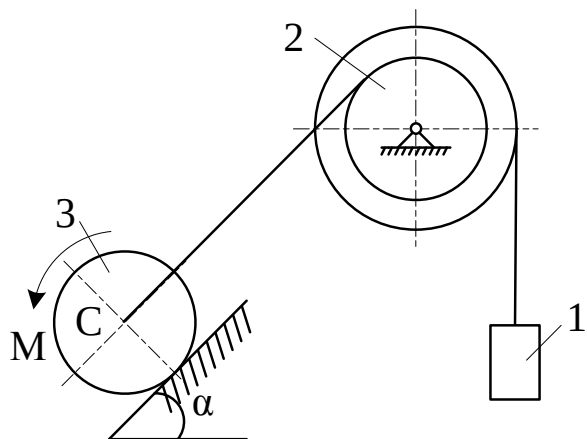
19



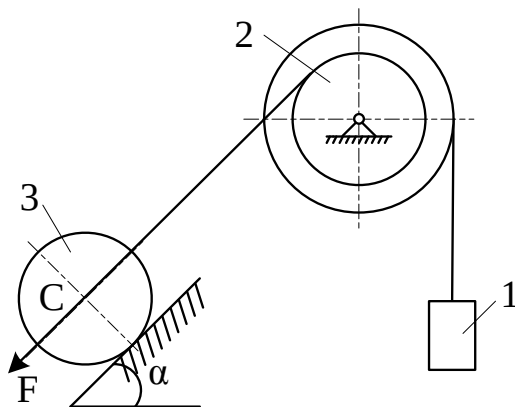
20



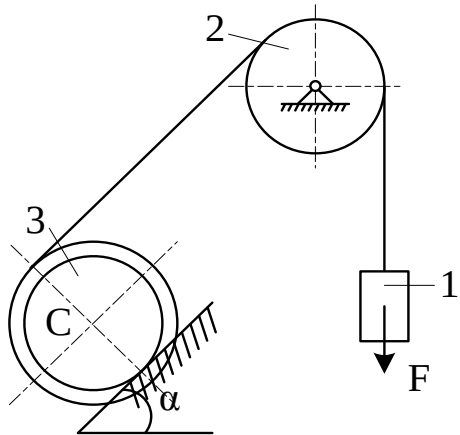
21



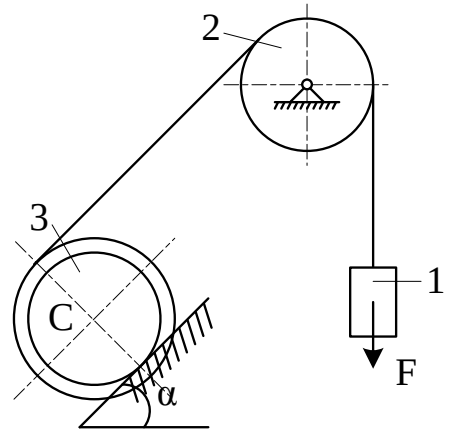
22



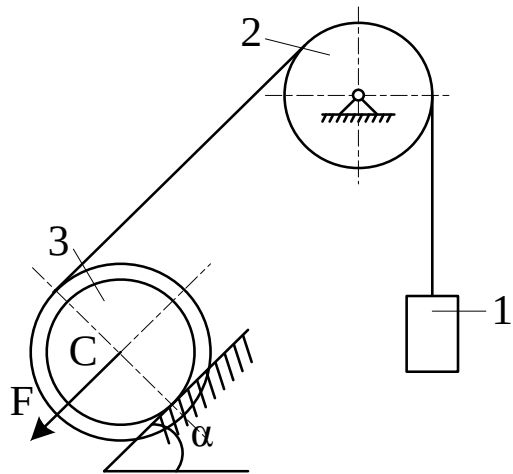
23



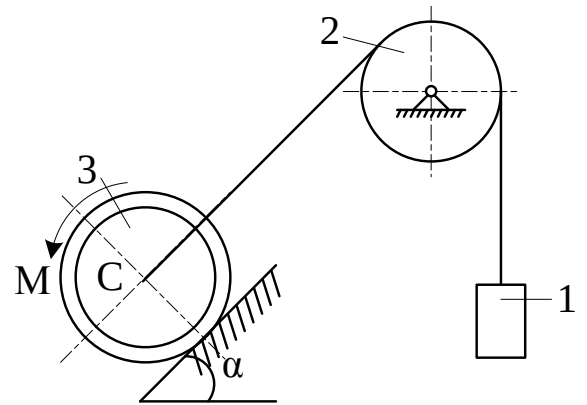
24



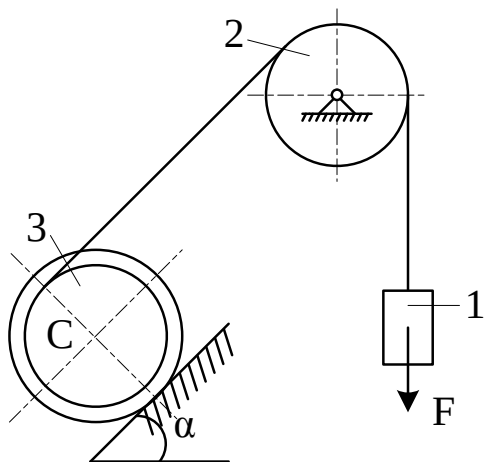
25



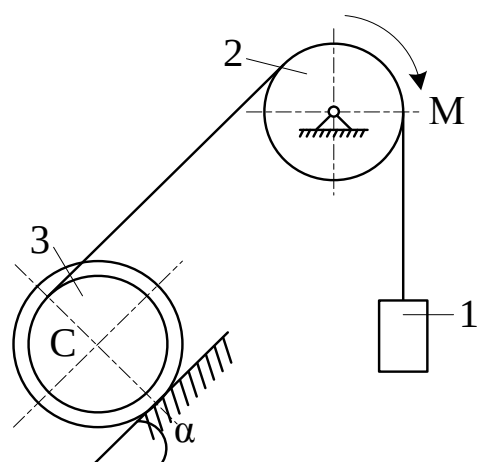
26



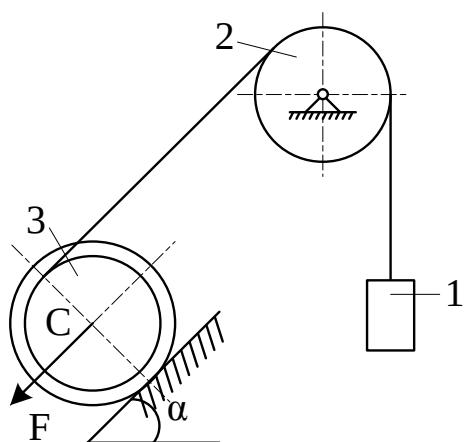
27



28



29



30

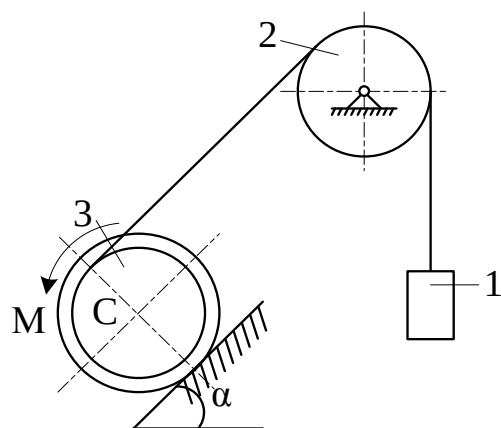


Таблица Д.9

№ вар.	m_1	m_2	m_3	R_1	R_2	k	F	M	α	Найти
	кг	кг	кг	см	см	-	Н	Нм	град	$\frac{м}{с^2}$ или $с^{-2}$
0	100	400	500	20	60	0,3	4000	100	10	a_1
1	400	500	400	40	20	0,5	2000	200	70	E_2
2	200	100	400	30	30	0,6	5000	500	60	a_1
3	300	200	500	50	20	0,4	3000	100	25	E_2
4	500	200	100	30	40	0,4	2000	200	20	a_1
5	200	300	100	40	30	0,5	3000	400	50	E_2
6	300	300	200	60	60	0,4	4000	400	30	a_1
7	100	500	200	20	40	0,4	1000	500	35	E_2
8	400	400	300	60	50	0,7	1000	300	45	a_1
9	500	100	300	50	50	0,3	5000	300	40	E_2

Перечень производных основных элементарных функций

Функция	Производная функций
$x=\text{const}$	$x=0$
$x=a \cdot t^n$	$x=a \cdot n \cdot t^{n-1}$
$x=\sqrt{t}$	$x=1/\sqrt{2t}$
$x=1/t$	$x=1/t^2$
$x=\sin t$	$x=\cos t$
$x=\cos t$	$x=-\sin t$
$x=\operatorname{tg} t$	$x=1/\cos^2 t$
$x=\operatorname{ctg} t$	$x=-1/\sin^2 t$
$x=\arcsin t$	$x=1/\sqrt{1-t^2}$
$x=\arccos t$	$x=-1/\sqrt{1-t^2}$
$x=\operatorname{arctg} t$	$x=1/1+t^2$
$x=\operatorname{arccot} t$	$x=-1/1+t^2$
$x=a^t$	$x=a^t \cdot \ln a$
$x=e^t$	$x=e^t$
$x=\log_a t$	$x=1/t \cdot \log_a e$
$x=\ln t$	$x=1/t$
$x=CU(t)$	$x=cu(t)$ $c=\text{const}$
$x=U+V-W$	$x=u+v-w$
$x=U \cdot V$	$x=uv+uv$
$x=U/V$	$x=(uv-uv)/v^2$
$\begin{cases} x=f(u) \\ u=\varphi(t) \end{cases}$	$x=f_u(u) \varphi_t(t)$

Если $a=\text{const}$, то $a^0=1$

Библиографический список

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики.- М.: Наука, 2009.
2. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. - СПб.: Лань, 2010.
3. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. - СПб.: Лань, 2005.
4. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / под ред. А.А. Яблонского.- СПб.: Лань, 2010.

Содержание

Предисловие	3
Динамика	
Задача Д.1.Определение модуля и направления равнодействующей силы, приложенной к точке, когда известно, как движется точка	4
Задача Д.2.Интегрирование дифференциальных уравнений движения материальной точки, находящейся под действием переменных сил	8
Задача Д.3.Исследование движения тела, брошенного под углом к горизонту, без учёта сопротивления воздуха	12
Задача Д.4. Теорема об изменении количества движения механической системы в ее применении к сплошной среде	16
Задача Д.5.Применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы	22
Задача Д.6.Исследование вращательного движения твердого тела	28
Задача Д.7.Применение принципа Даламбера к определению реакций опор вращающегося тела	33
Задача Д.8.Применение принципа возможных перемещений к исследованию равновесия механической системы	45
Задача Д.9.Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы	51
Перечень производных основных элементарных функций	57
Библиографический список	58