

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
РАСТИТЕЛЬНЫХ ПОЛИМЕРОВ»

Использование компьютерных программ при решении основной задачи статики

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Санкт-Петербург
2014

Использование компьютерных программ при решении основной задачи статики

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

**Санкт-Петербург
2014**

УДК 531 (075)
ББК 22.3я7
Т 338

Использование компьютерных программ при решении основной задачи статики: учебное пособие / В.Е. Головкин, И.В.Клюшкин, М.В. Колычев, М. В. Максименко, Д. С. Сергиенко; СПбГТУРП. – СПб., 2014. – 34 с.

В учебном пособии рассматривается часть курса теоретической механики – «Статика». Учебное пособие соответствует программе курса теоретической механики и рассчитано на студентов очной, вечерней и заочной форм обучения. В учебном пособии рассмотрено выполнение расчетной работы на основную тему статики: «Приведение системы сил к простейшему виду». Поскольку выполнение этой работы связано с большим объемом простых математических вычислений, то данную часть работы предлагается выполнить на ЭВМ, что позволяет больше времени уделить анализу полученных результатов. Настоящее учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлениям: 15.03.02 «Технологические машины и оборудование», 27.03.04 «Управление в технических системах», 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств».

Рецензенты:

заведующий кафедрой математического моделирования и оптимизации химико-технологических процессов Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета), д-р техн. наук, профессор В.А. Холоднов;

Доцент кафедры прочности материалов и конструкций Санкт-Петербургского государственного университета путей сообщения, канд. техн. наук, Б.М. Аллахвердов.

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом в качестве учебного пособия.

© Санкт-Петербургский государственный
технологический университет
растительных полимеров, 2014

Учебное издание

**Виктор Евгеньевич Головки
Иван Владимирович Ключкин
Михаил Владимирович Колычев
Маргарита Владимировна Максименко
Даниил Сергеевич Сергиенко**

Использование компьютерных программ при решении основной задачи статики

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Редактор и корректор В.А.Басова
Техн. редактор Л.Я.Титова

Темплан 2014, поз.54

Подп. к печати	Формат 60x84/16.	Бумага тип. №1.
Печать офсетная.	Объём 2,25 печ.;	2,25 уч.-изд.л.
Тираж 100 экз.	Изд. № 54.	Цена “С”. Заказ

Ризограф Санкт-Петербургского государственного
технологического университета растительных полимеров, 198095,
ул. Ивана Черных, 4.

В В Е Д Е Н И Е

Широкое применение компьютеров в различных областях деятельности человека изменило подход к их использованию в решении разнообразных задач, связанных с расчетом различных сооружений, с проектированием, производством в вузах. Оканчивающие университет студенты должны уметь работать на компьютерах и чувствовать потребность в их использовании как средства для решения задач, возникающих в инженерной практике.

Развитие современной техники ставит перед инженерами самые разнообразные задачи, связанные с расчетом различных сооружений, с проектированием, производством и эксплуатацией всевозможных машин, механизмов, двигателей. Несмотря на многообразие всех этих проблем, решение их в определенной части основывается на некоторых общих принципах и имеет общую научную базу. Значительное место занимают вопросы, требующие изучения законов движения или равновесия тех или иных материальных тел. Наука об общих законах движения и равновесия материальных тел и о возникающем при этом взаимодействии между телами называется теоретической механикой. Теоретическая механика представляет собой одну из научных основ современных технических дисциплин и является одной из первых в цикле обучения дисциплиной естественнонаучного профиля, в которой формулируются законченные модели явлений, имеющие прикладное значение и использующие для своего описания основные типы математических алгоритмов.

Именно в теоретической механике дается возможность сформулировать студентам первого и второго курсов законченные, содержательные задачи с применением компьютера.

Объемы календарных учебных планов позволяют во время, отведённое на аудиторные практические занятия, осуществить только начальный этап обучения студентов, когда они на максимально упрощенных и наглядных примерах осваивают основные понятия теоретической механики. При этом не остается времени на обучение более сложным формальным аналитическим алгоритмам составления теоретико-механических уравнений. Это является важнейшей частью преподавания теоретической механики, главным, что отличает ее как самостоятельную дисциплину от основ механики, излагаемых в общем курсе физики. Использование компьютера дает возможность восполнить этот пробел. Программа составлена на алгоритмическом языке фортран-IV.

Мы рассматриваем решение одной из важных задач раздела «Статика» - приведение произвольной системы сил к простейшему виду.

Сложность этой задачи состоит в том, что она включает в себя, по существу, весь теоретический материал статики и в том, что при большом количестве заданных ее решение связано с громоздкими вычислениями. Необходимость получения конечного результата приводит к тому, что на первый план выдвигается вычислительная работа. Использование компьютеров позволяет переключить внимание студентов на анализ полученного решения. Подготовка материала к машинному счету и расшифровка полученных данных приобщает студента первого курса использованию компьютера в практических целях как к необходимому элементу инженерной деятельности сегодняшнего дня.

1. ВОЗМОЖНЫЕ СЛУЧАИ ПРИВЕДЕНИЯ СИСТЕМЫ СИЛ К ПРОСТЕЙШЕМУ ВИДУ

Любую произвольную систему сил ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$), расположенную как угодно в пространстве, можно заменить более простой эквивалентной системой. Такая система будет состоять в общем случае из одной силы $\vec{R}_{GL}$, приложенной в какой-либо точке тела (центре приведения) и равной главному вектору данной системы сил, и одной пары сил, момент M_{GL} , который равен главному моменту всех сил относительно выбранного центра приведения.

Главный вектор $\vec{R}_{GL}$ данной системы сил равен геометрической сумме всех заданных сил:

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{m}(\vec{F}_i) \quad (1)$$

Главный момент M данной системы относительно центра приведения равен геометрической сумме моментов всех заданных сил относительно выбранного центра приведения:

$$\vec{M}_G = \sum_{i=1}^n \vec{m}(\vec{F}_i) \quad (2)$$

Аналитическая величина вектора $\vec{R}_{GL}$ и $\vec{M}_{GL}$ определяется по их проекциям на координатные оси X , Y и Z , начало которых находится в центре приведения, а направление определяется по направляющим косинусам.

$$\left. \begin{aligned} R_x &= \sum_{i=1}^n F_{ix} \\ R_y &= \sum_{i=1}^n F_{iy} \\ R_z &= \sum_{i=1}^n F_{iz} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$R_{GL} = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \quad , \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos(\vec{R}_{GL} \vec{i}) &= \frac{R_x}{R_{GL}} \\ \cos(\vec{R}_{GL} \vec{j}) &= \frac{R_y}{R_{GL}} \\ \cos(\vec{R}_{GL} \vec{k}) &= \frac{R_z}{R_{GL}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{GL_x} &= \sum_{i=1}^n m_x(\vec{F}_i) \\ M_{GL_y} &= \sum_{i=1}^n m_y(\vec{F}_i) \\ M_{GL_z} &= \sum_{i=1}^n m_z(\vec{F}_i) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$M_{GL} = \sqrt{M_{GL_x}^2 + M_{GL_y}^2 + M_{GL_z}^2} \quad , \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos(\vec{M}_{GL} \vec{i}) &= \frac{M_{GL_x}}{M_{GL}} \\ \cos(\vec{M}_{GL} \vec{j}) &= \frac{M_{GL_y}}{M_{GL}} \\ \cos(\vec{M}_{GL} \vec{k}) &= \frac{M_{GL_z}}{M_{GL}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Величина и направление главного вектора $\vec{R}_{GL}$ не зависит от выбора центра приведения, поэтому главный вектор является первым инвариантом данной системы сил.

Величина и направление главного момента $\vec{M}_{GL}$ изменяются с изменением центра приведения. Однако скалярное произведение $\vec{R}_{GL}, \vec{M}_{GL}$ главного вектора и главного момента не зависит от выбора центра приведения, т.е. является вторым инвариантом данной системы сил. При этом:

$$\vec{M}_{GL} \vec{R}_{GL} = R_{GL} M_{GL} \cos \varphi \quad ,$$

где φ - угол между направлениями главного вектора $\vec{R}_{GL}$ и главного момента $\vec{M}_{GL}$.

Выражая скалярное произведение через проекции векторов, получим:

$$\vec{R}_{GL} \vec{M}_{GL} = R_X M_X + R_Y M_Y + R_Z M_Z$$

и выражение для вычисления косинуса угла:

$$\cos \varphi = \frac{R_X M_X + R_Y M_Y + R_Z M_Z}{\vec{R}_{GL} \vec{M}_{GL}} \quad (9)$$

Рассмотрим частные случаи приведения пространственной системы сил.

СЛУЧАЙ 1.

$$\vec{R}_{GL} \neq 0; \quad \vec{M}_{GL} = 0; \quad \vec{M}_{GL} \vec{R}_{GL} = 0.$$

Система сил приводится к равнодействующей $\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$, проходящей через центр приведения.

СЛУЧАЙ 2.

$$\vec{R}_{GL} = 0, \quad \vec{M}_{GL} \neq 0, \quad \vec{R}_{GL} \vec{M}_{GL} = 0.$$

Система сил приведения приводится к одной паре сил, момент которой равен $\vec{M}_0 = \sum_{i=1}^n \vec{m}_0(\vec{F}_i)$.

СЛУЧАЙ 3.

$$\vec{R}_{GL} = 0; \quad \vec{M}_{GL} = 0; \quad \vec{M}_{GL} \vec{R}_{GL} = 0.$$

Система сил находится в равновесии.

СЛУЧАЙ 4.

$$\vec{R}_{GL} \neq 0; \quad \vec{M}_{GL} \neq 0; \quad \vec{R}_{GL} \vec{M}_{GL} = 0; \quad \vec{R}_G \perp \vec{M}_{GL}; \quad \varphi = 90^\circ.$$

Система сил приводится к равнодействующей $\vec{R}^* = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$, отстоящей от центра приведения на расстоянии $d = \frac{M_{GL}}{R_{GL}}$ (рис.1).


$$\vec{R}_{GL} \neq 0; \vec{M}_{GL} \neq 0; \vec{R}_{GL} || \vec{M}_{GL}; \varphi = 0; \varphi = 180^\circ; \vec{R}_{GL} \vec{M}_{GL} = 0.$$

A diagram of a bent rod in a horizontal plane. The rod is represented by a line that starts at a point, goes left, then turns 90 degrees and goes up, then turns 90 degrees and goes right, ending at another point. At the left end, a force vector $\vec{F}_1$ points to the left. At the right end, a force vector $\vec{F}$ points to the right. At the corner where the rod changes direction, a vertical line segment extends upwards from the plane. Along this vertical segment, there are two stacked arrows pointing upwards, labeled $\vec{M}_{G4}$ and $\vec{R}_{G4}$.

Рис. 2

Под действием такой системы сил тело совершает винтовое движение вдоль оси расположения главного вектора. Эта ось называется центральной осью системы сил. В этом случае центральная ось проходит через центр приведения.

$$\vec{R}_{GL} \neq 0; \vec{M}_{GL} \neq 0; \vec{R}_{GL} \vec{M}_{GL} \neq 0; \varphi \neq 0; \varphi \neq 180.$$

Система сил приводится к диаграмме, состоящей из силы $\vec{R}^* = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ и пары сил с моментом $\vec{M}^*$.

При перемещении центра приведения по центральной оси главный момент данной системы не изменяется, т.е. остаётся равным, причём его

величина является наименьшей по сравнению с величиной главного момента данной системы сил относительно всякого другого центра приведения, не лежащего на центральной оси данной системы сил (рис. 3).

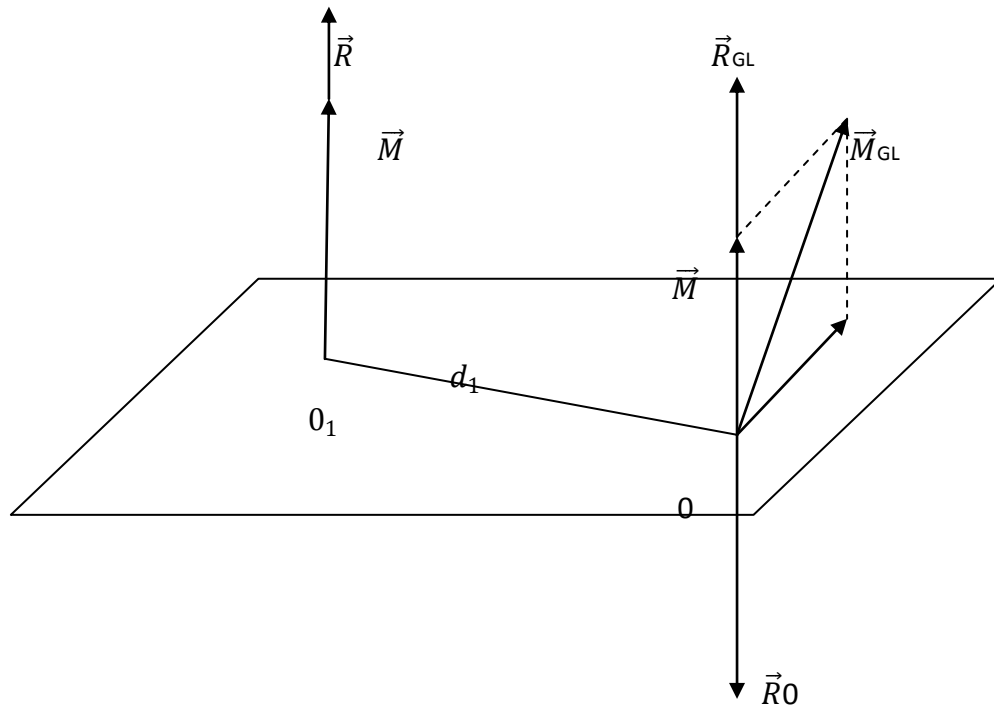


Рис. 3

Величина этого наименьшего момента определяется:

$$M_{\min}^* = M_{GL} \cos \varphi = \frac{M_{GL} R_{GL} \cos \varphi}{R_{GL}} = \frac{\vec{M}_{GL} \vec{R}_{GL}}{R_{GL}} \quad (10)$$

$$= \frac{R_X M_{GLX} + R_{GLY} M_{GLY} + R_{GLZ} M_{GLZ}}{R_{GL}}$$

Центральная ось данной системы отстоит от центра приведения на расстоянии:

$$d = \frac{M_1}{R_{GL}} = \frac{M_{GL} \sin \varphi}{R_{GL}} \quad (11)$$

Условие коллинеарности вектора $\vec{R}^*$ и вектора-момента $\vec{M}_{\min}^*$ для точки O_1 записывается:

$$p\vec{R}^* = \vec{M}_{\min}^*,$$

где p - параметр винта, имеющий размерность длины определяется по формуле:

$$p = \frac{M_{\min}^*}{R^*} = \frac{M_{GL} \cos \varphi}{R_{GL}}. \quad (12)$$

Положение центральной оси определяется уравнением:

$$\begin{aligned} \frac{M_{0X} - (YR_X - ZR_Y)}{R_X} &= \frac{M_{0Y} - (ZR_Y - XR_Z)}{R_Y} = \\ \frac{M_{0Z} - (XR_Y - YR_X)}{R_X} &= \frac{M_{\min}^*}{R_{GL}} = p. \end{aligned} \quad (13)$$

По этим уравнениям определяются координаты точек пересечения центральной оси:

а – с фронтальной плоскостью:

$$x = 0; y = \frac{pR_Z - M_{0Z}}{R_X}; z = \frac{M_Y - pR_Y}{R_X},$$

б – с профильной плоскостью:

$$y = 0; x = \frac{M_Z - pR_Z}{R_Y}; z = \frac{pR_X - M_X}{R_Y}, \quad (14)$$

в – с горизонтальной плоскостью:

$$z = 0; x = \frac{pR_Y - M_Y}{R_Z}; y = \frac{M_X - pR_X}{R_Z}.$$

2. ПРИВЕДЕНИЕ СИСТЕМЫ СИЛ К ПРОСТЕЙШЕМУ ВИДУ

Применяя метод Пуансо, приведем систему трех произвольно расположенных сил $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$, приложенных к твердому телу в точках A_1 , A_2 , A_3 , к заданному центру O .

Получим три силы $\vec{P}_1''$, $\vec{P}_2''$ и $\vec{P}_3''$ приложенные в центре O , и три присоединенные пары сил (рис. 4). Складывая силы $\vec{P}_1''$, $\vec{P}_2''$ и $\vec{P}_3''$ по правилу многоугольника, получим

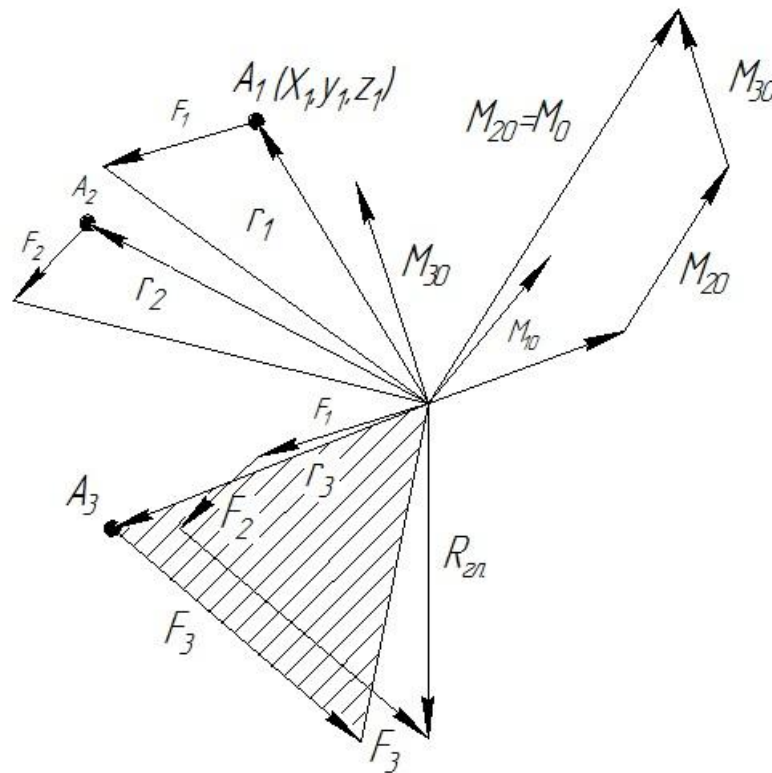


Рис. 4

их равнодействующую $\vec{R}^*$, равную геометрической сумме заданных сил приложенную в центре приведения O :

$$\vec{R}^* = \vec{P}_1'' + \vec{P}_2'' + \vec{P}_3'' = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3.$$

Геометрическая сумма всех сил системы называется главным вектором системы сил, и в отличие от равнодействующей R обозначается R^ .*

Складывая пары $P'_1, P'_2, P'_3, P_1, P_2, P_3$, получим эквивалентную им пару сил. Момент присоединения пары сил равен моменту соответствующей силы относительно центра приведения:

$$\vec{M}_1 = \vec{M}_{10} = \vec{r}_1 \times \vec{P}_1; \vec{M}_2 = \vec{M}_{20} = \vec{r}_2 \times \vec{P}_2; \vec{M}_3 = \vec{M}_{30} = \vec{r}_3 \times \vec{P}_3.$$

Момент пары сил, эквивалентной трем присоединенным парам сил, равен геометрической сумме моментов этих пар.

Строя многоугольник моментом присоединенных пар, находим:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 = \vec{M}_{10} + \vec{M}_{20} + \vec{M}_{30} = \vec{M}_0,$$

т.е. момент пары сил, эквивалентной трем присоединенным парам, равен главному моменту этих трех сил относительно центра приведения.

Распространяя полученные результаты на любое число сил, произвольно расположенных в пространстве, имеем:

$$\vec{R}^* = \sum \vec{P}_i; \vec{M} = \vec{M}_0 = \sum \vec{M}_{i0}.$$

Этот результат можно сформулировать следующим образом: *силы, произвольно расположенные в пространстве, можно привести к одной силе, равной их главному вектору и приложенной в центре приведения, и к паре сил с моментом, равным главному моменту всех сил относительно центра приведения.*

Выбор центра приведения не отражается на модуле и направлении главного вектора $\vec{R}^*$, но влияет на модуль и направление главного момента M_0 .

Пользуясь методом приведения произвольной системы сил к заданному центру, ниже, рассмотрим вопросы, связанные с системами сил, произвольно расположенных на плоскости, в той же последовательности изложим вопросы, относящиеся к системе сил, произвольно расположенных в пространстве.

3. ПОРЯДОК РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА ПРИВЕДЕНИЕ СИСТЕМЫ СИЛ К ПРОСТЕЙШЕМУ ВИДУ

Исходными данными для решения задачи являются:

- количество сил системы;
- модули сил, (Н);
- координаты точек приложения сил выбранной системы отсчёта, (см);
- направляющие углы векторов сил в градусах.

В общем случае задачу необходимо решать в следующей последовательности:

1. Выбрать систему координат и изобразить графически заданную систему сил.
2. Составить уравнения для вычисления проекций главного вектора на оси координат, а также модуля его и направления (уравнения 3, 4, 5).
3. Составить уравнения для вычислений проекций главного момента на оси координат, а также его модуля и направления (уравнения 6, 7, 8).
4. Определить косинус угла между главным вектором и главным моментом (формула 9).
5. Вычислить расстояние d (формула 11), на которое отстоит от центра приведения 0 центральная ось системы.
6. Найти наименьший главный момент заданной системы сил $M_{\min}$ (формула 10) и определить параметр динамического винта p (формула 12).
7. Составить уравнения для определения координат точек пересечения центральной оси с координатными осями (уравнения 14)
8. Подготовить исходные данные для компьютера в виде таблицы, в которой указываем модуль каждой силы, координаты X, Y, Z точки её приложения и углы α, β, γ , образуемые этой силой с осями X, Y, Z (в градусах).
9. Получить решение задачи на компьютере.
10. Расшифровать полученные данные и подставить численные значения в соответствующие уравнения.
11. Сделать вывод, к какому простейшему виду приводится данная система сил – к равнодействующей, к паре сил или к динамическому винту.
12. Изобразить графически соответствующий случай приведения (главный момент, главный вектор, центральную ось системы).

4. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

Текст программы

```
0001      PROGRAMVECTOR
0002      BYTERUSS(2), LAT(2)
0003      DATARUSS/'33,' 16/ LAT/'33,'17/
0004      REALMX, MY, MZ, MGL/MMIN, MGLX, MGLY, MGLZ
0005      DIMENSIONF(10), X(10), Y(10), Z(10)
          * ALFAF(10), BETAF(10), GAMMAF(10)
0006      TYPE 100, RUSS
С *****
ССТАТИКА. ПРИВЕДЕНИЕ СИСТЕМЫ СИЛ К ПРОСТЕЙШЕМУ ВИДУ.
С *****
0007      TYPE * , "РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА ПО СТАТИКЕ"
0008      TYPE * , "ПРИВЕДЕНИЕ СИСТЕМЫ СИЛ К ПРОСТЕЙШЕМУ ВИДУ"
0009      TYPE * , "ВАША ФАМИЛИЯ ?"
0010      ACCEPT 20: , FAMILY
0011      201  FORMAT(30A)
0012      TYPE * , "НОМЕРГРУППЫ?"
0013      ACCEPT * , NUM
0014      202  FORMAT (1X, "ГРУППА" , 14)
0015      TYPE * , "НОМЕРВАРИАНТА?"
0016      ACCEPT * , NVAR
0017      100  FORMAT(X1X, 3A2)
0018      1    TYPE 100, RUSS
0019      TYPE 101
0020      101  FORMAT(X1X, "ВВЕДИТЕКОЛИЧЕСТВОСИЛ -?")
0021      TYPE 100, LAT
0022      READ(5,*)N
0023      DO 2 J=1 ,N
0024      J1=J
0025      TYPE 102, J1, J1, J1, J1
0026      102  FORMAT(3X, "F('12,')=", 2X, 'BETAF('12,')=',
          * 'Y('12,')=', \ 2X, 'Z('12,')='
0027      READ(5,*) F(J), X(J), Y(J), Z(J)
0028      TYPE 103, J1, J1 ,J1
0029      103  FORMAT(3X, "ALFAF('12,')=", 2X, 'BETAF('12,')=',
          * 2X , 'GAMMAF('12,')='
0030      READ(5,*) ALFAF(J), BETAF(J), GAMMAF(J)
0031      2    CONTINUE
0032      PI=3.141593
0033      RX=0.
0034      RY=0.
0035      RZ=0.
0036      MGLX=0.
0037      MGLY=0
0038      MGLZ=0.
0039      DO 3 J=t ,N
0040      ALFA=COS (PI*ALFAF(J)/180.)
```

```

0041      BETA=COS (PI*BETAF(J)/180.)
0042      GAMMA=COS (PI*GAMMAF(J)/180.)
0043      PR=1 . -SQRT(ALFA**2+BETA**2+GAMMA**2)
0044      IF (ABS(PR) . GE.0.05) GO TO 27
0046      FX=F(J) *ALFA
0047      FX=F(J) *BETA
0048      FX=F(J) *GAMMA
0049      MX=F(J) *FZ-Z(J)*FY
0050      MX=F(J) *FX-X(J)*FZ
0051      MX=F(J) *FY-Y(J)*FX
0052      RX=RX+FX
0053      RY=RY+FY
0054      RZ=RZ+FZ
0055      MGLX=MGLX+MX
0056      MGLY=MGLY+MY
0057      MGLZ=MGLZ+MZ
0058  3    CONTINUE
0059      RGL=SQRT (RX**2+RY**2+RZ**2)
0060      WRITE(7,10)
0061      WRITE(7,11)RGL
0062  11    FORMAT(' RGL=' ,F8.3)
0063      IF(RGL.LT.0.00001) GO TO 9
0064      COALR=RX/RGL
0065      CALL VEK(RX,RY,RZ,PI,ALR)
0066      COBER=RY/RGL
0067      CALL VEK(RY,RZ,RX,PI,BER)
0068      COBER=RZ/RGL
0069      CALL VEK(RZ,RX,RY,PI,GAR)

```

Решение задачи с помощью компьютерной программы разделяется на несколько этапов. Прежде всего должна быть описана задача математически. Далее следует выбрать численный метод решения, который позволит свести исходную задачу к последовательности элементарных действий. Метод решения необходимо описать в виде алгоритма, под которым подразумевается точное предписание, определяющее процесс преобразования исходной системы величин в результат. Алгоритмы чаще всего представляются в виде блок-схемы. Решение любой задачи рекомендуется начинать с разработки алгоритма и составления его блок-схемы. Использование блок-схем позволяет точнее сформулировать алгоритмы и облегчить последующие программирование. В большинстве алгоритмов и, следовательно, программ, реализуемых на компьютере, содержатся участки, выполняемые многократно, каждый раз с новыми значениями параметров, меняющихся по определённому закону. Такие участки называются циклами, а алгоритмы или программы, содержащие циклы, называются циклическими. Использование циклов позволяет при помощи компактных программ и подпрограмм выполнять большой объём вычислений.

Представим блок-схему программы, реализующую приведение заданной системы тел к простейшему виду (рис. 5). Работа программы начинается с описания типа переменных (оператор 4) и резервирования в памяти машины места для размещения исходных данных (оператор 5). Операторами 7-31 производится ввод исходных данных – блок 1 (см. рис. 5).

Исходными данными являются:

N – количество сил системы, которое не должно превышать 10;

F_i – величина силы;

x_i, y_i, z_i – координаты точек её приложения;

$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ – углы (в градусной мере), которые данная сила образует с осями координат O_x, O_y и O_z соответственно.

Ввод исходных данных производится в цикле (операторы 23-31). Операторами 33-38 производится обнуление $R_x, R_y, R_z, M_{zlx}, M_{zly}, M_{zlz}$, чтобы стереть числа, оставшиеся в памяти машины при работе программы. После окончания ввода исходных данных в блоке 2 производится вычисление направляющих косинусов для каждой силы (операторы 40-42) и в блоке 3 (оператор 43) производится проверка корректности введенных начальных условий. Известно, что сила не может образовать с осями координат произвольные углы (например, она не может быть одновременно параллельна двум осям координат).

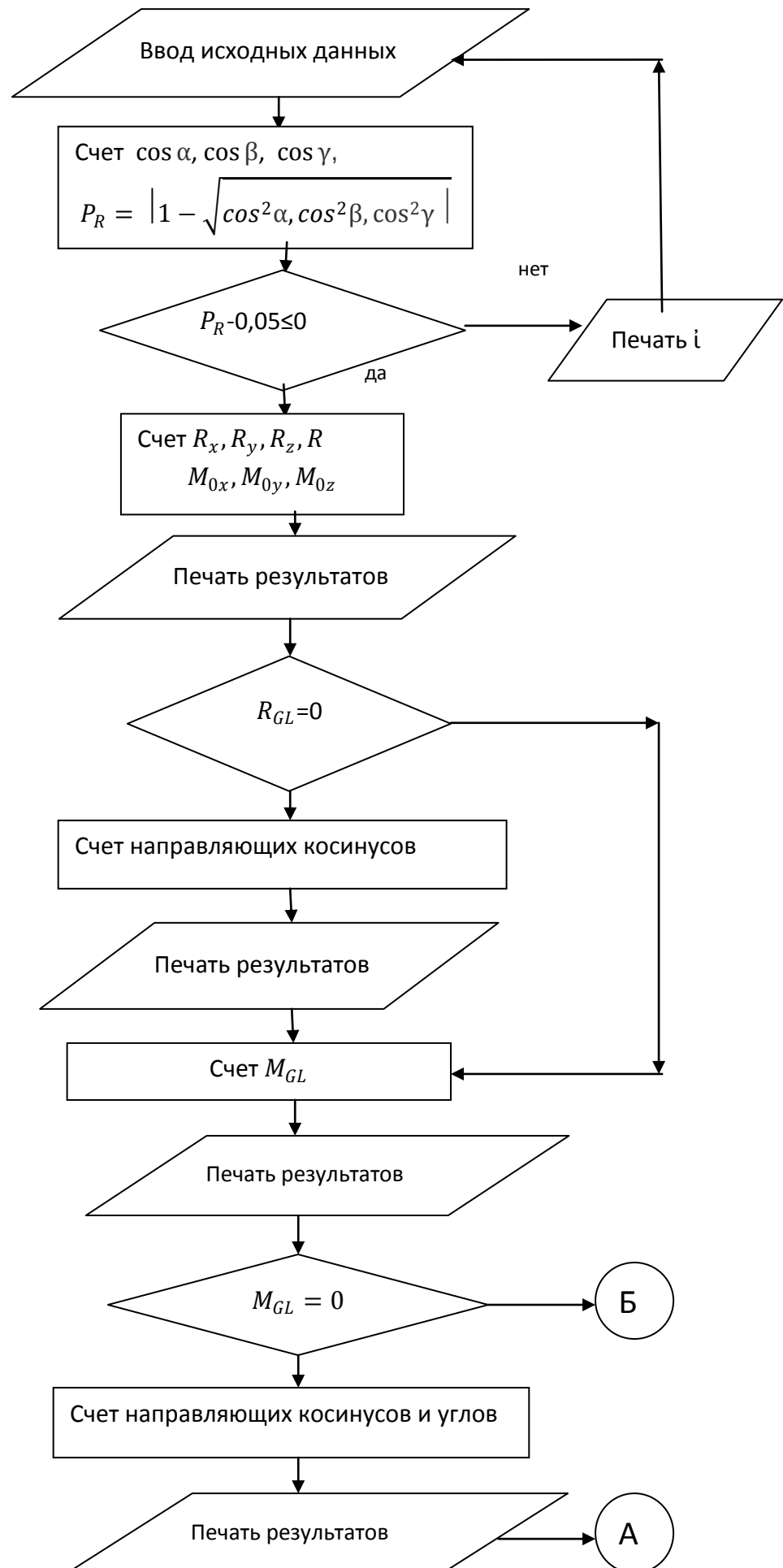


Рис. 5

Между направляющими косинусами существует зависимость $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$, по которой и производится проверка. Если исходные данные заданы некорректно, то программа переходит к блоку 27, в котором операторами 126-135 производится печать сообщения об ошибке с указанием номера силы, направляющие углы которой заданы неверно, и предлагается повторить ввод исходных данных ещё раз. Если начальные условия заданы корректно, то программа переходит к выполнению блока 4. В этом блоке операторами 36-48 производится вычисление проекций сил на оси координат, их моменты относительно координатных осей (операторы 49-51), а затем по формулам (3) вычисляются проекции главного вектора на оси координат (операторы 52-54) и по формулам (6) – проекции главного момента на координатные оси (операторы 56-57). Для уменьшения объёма программы это производится в цикле с накоплением результата.

В блоке 4 производится вычисление главного вектора, а в блоке 5 операторами 60-62 выводятся на печать полученные результаты.

Перед вычислением направляющих косинусов по формулам (5) следует проверить, не приводится ли система сил к паре (случай 2). В этом случае при вычислении направляющих косинусов произойдет остановка машины из-за деления на ноль. Проверка производится блоком 6 (оператор 63). При положительном результате программа обходит блоки 7 и 8 и сразу переходит к блоку 9.

Если главный вектор отличен от нуля, то в блоке 7 вычисляются направляющие косинусы и величины углов (операторы 65-70). Определение углов производится путем обращения к подпрограмме VEK, работа которой будет описана ниже. Блоком 8 (операторы 71-78) производится печать результатов. В блоке 9 (оператором 79) вычисляется главный момент системы и блоком 10 (операторы 80-81) результат выводится на печать. После этого необходимо проверить равенство нулю главного момента, т.е. не имеют ли место случаи 1 и 3 приведения системы сил к простейшему виду. Если главный момент равен нулю, то не имеет смысла вычислять направляющие косинусы, углы, образованные вектором с осями координат, а также и параметры динамического винта, поскольку к нему система в этом случае не приводится. Поэтому в случае положительного результата проверки, которая производится блоком 11 (оператор 82), программа переходит на конечный блок 26. Если главный момент сил отличен от нуля, то в блоке 12 вычисляются направляющие косинусы, определяются углы

с осями координат и печатаются блок 13 результаты вычислений (операторы 89-95).

После этого программа переходит к определению параметров динамического винта блок 14, 15, 16 (операторы 28, 29, 30). Непосредственно перед вычислением параметров динамического винта по формулам (14) необходимо проверить величину главного момента, так как если он равен нулю, то система к динамическому винту не приводится. Эта проверка производится блоком 14 (оператор 90), после чего работа программы завершается блоком 26 (операторы 136-137). Если главный вектор отличен от нуля, то после вычислений по формулам (9)-(12) параметров динамического винта, машина переходит к определению координат точек пересечения осью динамического винта трёх координатных плоскостей (горизонтальной, фронтальной и профильной) по формуле (14). При этом, поскольку знаменатели этих формул представляют собой проекции главного вектора на оси координат, то перед вычислением необходимо убедиться в том, что соответствующий знаменатель отличен от нуля. Если это так, то данный фрагмент программы должен быть обойдён, для чего предусмотрены блоки 17, 20, 23 (операторы 107, 113, 119). Если проекция вектора (главного) на ось координат не равна нулю, то производится вычисления и печать полученных результатов.

Работа программы во всех случаях кончается блоком 26. Определение углов, образованных главным вектором и главным моментом системы с осями координат, а также угла между главным вектором и главным моментом, производится в подпрограмме VEK, блок-схема которой представлена на рис. 6.

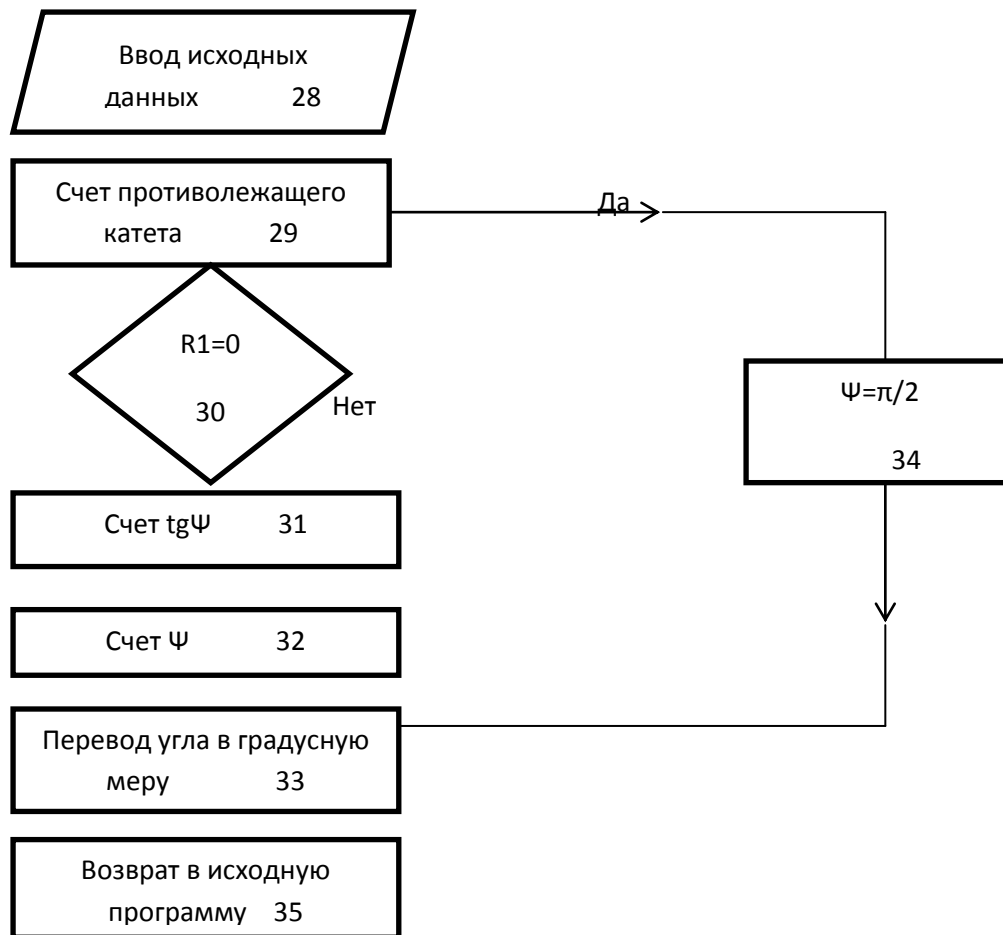


Рис. 6

При работе подпрограммы определяется угол ψ , образованный вектором $\overline{OA}$ с положительным направлением оси U_1 (рис. 7), если известны его проекции R_1 , R_2 и R_3 на все координатные оси.

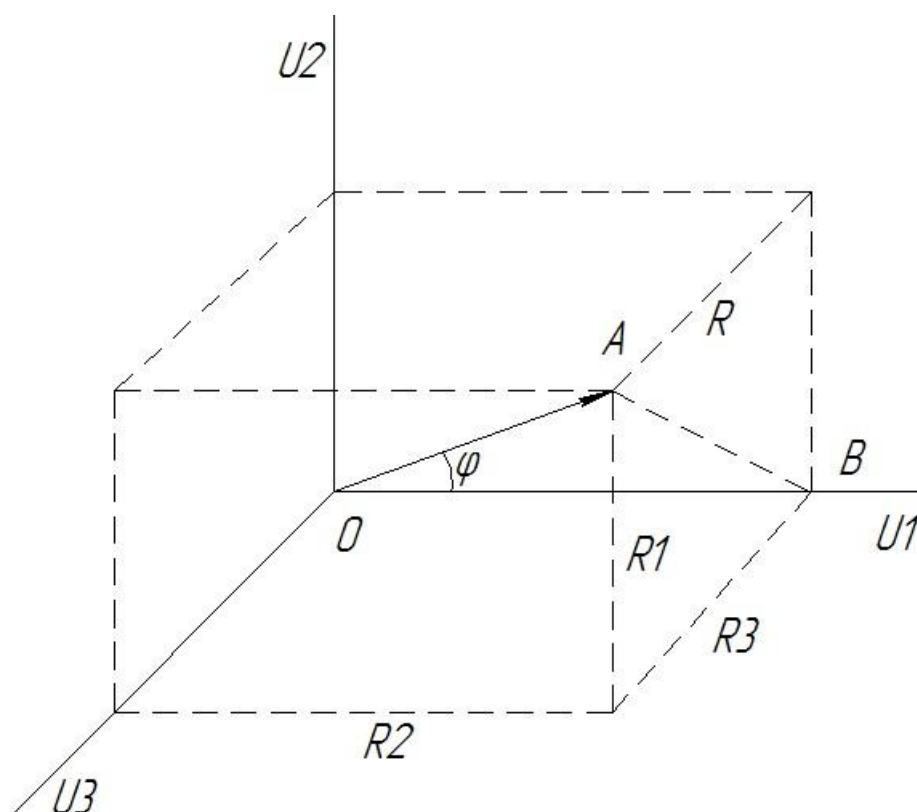


Рис. 7

Угол ψ определяется из прямоугольного треугольника OAB (рис. 7) по формуле:

$$\psi = \arctg \frac{R}{OB},$$

причём:

$$OB = R_2,$$

$$R = \sqrt{R_2^2 + R_3^2}.$$

Ввод исходных данных (R_1, R_2, R_3) в подпрограмму (блок 28) осуществляется при передаче значений фактических параметров, вычисленных при работе основной программы, формальным параметром подпрограммы. Это осуществляется оператором CALL (операторы 66, 68, 70, 85, 87, 89, 102).

В блоке 29 (оператор 139) определяется величина противолежащего катета. В блоке 30 (оператор 140) производится проверка равенства нулю проекции R_1 . Если проверка даёт положительный результат ($\psi = \frac{\pi}{2}$), то подпрограмма переходит к блоку 34, отрицательный – к блоку 31, где вычисляется $\operatorname{tg} \psi$. Далее (оператором 142) блок 32 вычисляется угол $|\psi|$.

Для удобства пользования результат работы подпрограммы в блоке 33 (оператор 145) переводится из радианной меры в градусную меру. Возврат в основную программу (блок 35) производится операторами 146 и 147. Таким образом, результатом работы подпрограммы VEK, является величина – угол между вектором и осью, которая в операторе CALL указана первой. Следовательно, для того, чтобы определить угол между вектором и тремя осями координат необходимо к подпрограмме VEK обратиться трижды, каждый раз изменяя порядок перечисления фактических параметров в операторе CALL.

5. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Система четырёх сил ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$) приложена в вершинах прямоугольного параллелепипеда. Привести эту систему сил к простейшему виду, если дано (рис.8):

$$\vec{F}_1 = 4 \text{ кН}, \vec{F}_2 = 6 \text{ кН}, \vec{F}_3 = 8 \text{ кН}, \vec{F}_4 = 10 \text{ кН}$$

$$a = 60 \text{ см}, b = 30 \text{ см}, c = 20 \text{ см}$$

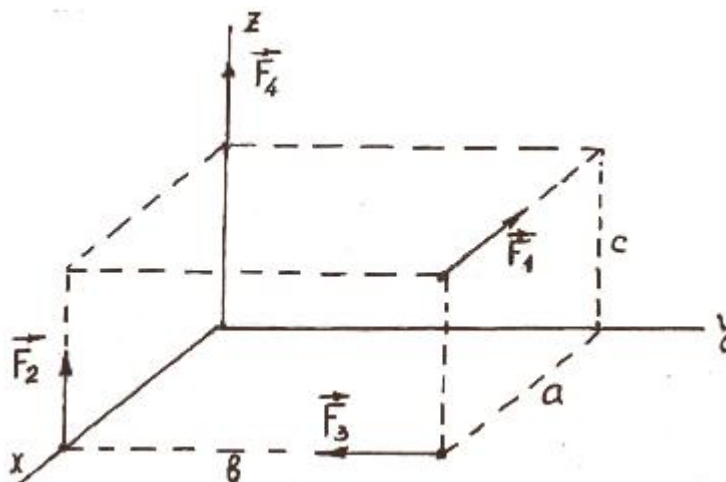


Рис. 8

Решение:

1. Определяем модуль и направление главного вектора заданной системы сил по его проекции на координатные оси:

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix} = -F_1$$

$$R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} = -F_3$$

$$R_z = \sum_{i=1}^n F_{iz} = F_2 + F_4$$

$$R_{GL} = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}.$$

Направляющие косинусы:

$$\cos(\vec{R}; \vec{i}) = \frac{R_x}{R_{GL}}$$

$$\cos(\vec{R}; \vec{j}) = \frac{R_y}{R_{GL}}$$

$$\cos(\vec{R}; \vec{k}) = \frac{R_z}{R_{GL}}$$

2. Определяем модуль и направление главного момента заданной системы сил относительно центра по его проекциям на координатные оси:

$$M_x = \sum_{i=1}^n M_i(\vec{F}_i) = 0;$$

$$M_y = \sum_{i=1}^n M_i(\vec{F}_i) = -F_1 c - F_2 a$$

$$M_z = \sum_{i=1}^n M_i(\vec{F}_i) = F_1 b - F_3 a$$

$$M_{GL} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

Направляющие косинусы:

$$\cos(\vec{M}_{GL}; \vec{i}) = \frac{M_x}{M_{GL}}$$

$$\cos(\vec{M}_{GL}; \vec{j}) = \frac{M_y}{M_{GL}}$$

$$\cos(\vec{M}_{GL}; \vec{k}) = \frac{M_z}{M_{GL}}$$

3. Так как $\vec{R}_{GL} \neq 0$ $\vec{M}_{GL} \neq 0$, то определяем угол между этими векторами:

$$\cos \varphi = \frac{R_x M_x + R_y M_y + R_z M_z}{R_{GL} M_{GL}}$$

4. Вычисляем наименьший главный момент заданной системы сил:

$$M_{MIN}^* = \frac{R_x M_x + R_y M_y + R_z M_z}{R}$$

5. Данная система сил приводится к динаме.

Определяем значение параметра динамического винта:

$$P = \frac{M^*}{R_{GL}}$$

6. Уравнение центральной оси:

$$\begin{aligned} \frac{M_x - (yR_z - zR_y)}{R_x} &= \frac{M_y - (zR_x - xR_z)}{R_y} = \\ &= \frac{M_z - (xR_y - yR_x)}{R} = \frac{M_{MIN}^*}{R_{GL}} = P \end{aligned}$$

Определяем координаты точек пересечения центральной винтовой оси диаграммы:

а – с фронтальной плоскостью:

$$x=0; y = \frac{pR - M_z}{R_x}; z = \frac{M_y - pR_y}{R_x};$$

б – с профильной плоскостью:

$$y = 0; \quad x = \frac{M_z - pR_z}{R_y}; \quad z = \frac{pR_x - M_x}{R_y};$$

в – с горизонтальной плоскостью:

$$Z = 0; \quad x = \frac{pR_y - M_y}{zR}; \quad y = \frac{M_x - pR_x}{zP}.$$

7. Составляем таблицу данных для решения задачи на компьютере:

F	x	y	z	α	β	γ
4	60	30	20	180°	90°	90°
6	60	0	0	90°	90°	0°
8	60	30	0	90°	180°	90°
10	0	0	20	90°	90°	0°

8. Решение на компьютере:

RUVEKTOR

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА ПО СТАТИСТИКЕ

ПРИВЕДЕНИЕ СИСТЕМЫ СИЛ К ПРОСТЕЙШЕМУ ВИДУ

ВАША ФАМИЛИЯ ?

ODIN

НОМЕР ГРУППЫ ?

212

НОМЕР ВАРИАНТА ?

9

ВВЕДИТЕ КОЛИЧЕСТВО СИЛ -? 4

F(1) = X(1) = Y(1) = Z(1) =

4 60 30 20

ALFAF(1) = BETAF(1) = GAMMAF(1) =

180 90 90

ALFAF(2) = BETAF(2) = GAMMAF(2) =

6 60 0 0

ALFAF(2) = BETAF(2) = GAMMAF(2) =

90 90 0

F(3) = X(3) = Y(3) = Z(3) =

8 60 30 0

ALFAF(3) = BETAF(3) = GAMMAF(3) =

90 180 90

F(4) = X(4) = Y(4) = Z(4) =

10 0 0 20

ALFAF(4) = BETAF(4) = GAMMAF(4) =

90 90 0

RGL= 18.300

RX= -4.000 RY= -8000 RZ= 16.000

COSALR = -0.218 COSBER= -0.436 COSGAR= 0.873

ALR= -77.40 BER= -64.12 GAR= 29.21

MGL = 568.507

MGLX= -0.000 MGLY= -440.000 MGLZ= -360.000

COSALV= -0.000 COSBEM= -0.744 COSGAM = - 0.0633

ALV= -90.000 BEM= -39.29 GAM= -50.71

MMIN= -122.202 P= -6.667 COSFI= -0.215 FI= -77.59 D1= 30.290

XA=0 YA= -63.333 ZA=123.333

XB= 31.667 YB=0 ZB= -3.333

XC= 30.833 YC= -1.667 ZC=0

STOP --

9. Изображаем на чертеже центральную ось системы (рис. 9):

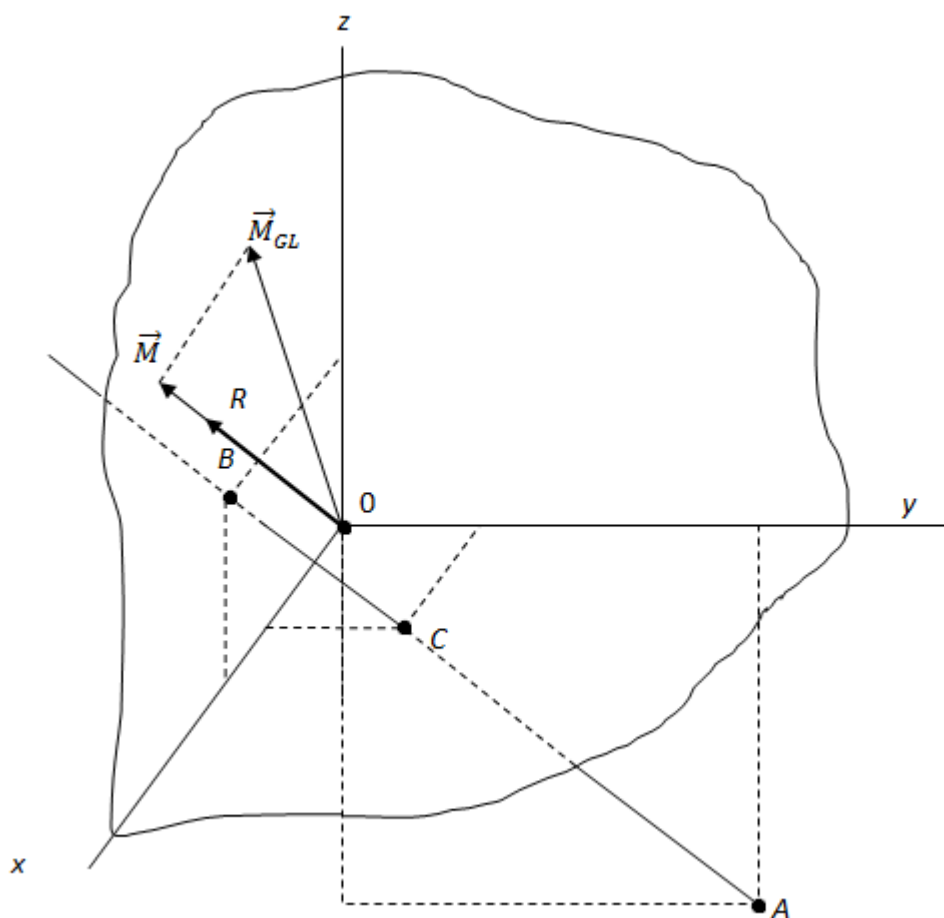


Рис. 9

Вывод:

Система четырёх сил ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$) приводится к динаме, состоящей из силы $R=18,3$ и пары сил с моментом $M_{MIN}^*=122.2$ Нсм. Центральная ось системы отстоит от центра приведения на расстоянии $d=30,29$ см.

6. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

№	F	x	y	z	α	β	γ
1	10	0	0	0	90	0	90
2	4	30	50	40	90	90	180
3	6	50	30	40	109	132	132
4	8	10	20	20	60	90	30
5	11	20	20	0	90	90	0
6	5	10	0	0	60	30	90
7	9	0	0	20	70	48	48
8	12	10	0	20	90	45	135
9	7	20	10	0	90	135	45
10	13	0	10	0	135	45	90
11	3	20	10	10	135	90	45
12	2	0	50	0	90	180	90
13	20	0	0	40	90	90	0
14	17	30	50	0	30	60	90
15	14	40	50	30	90	30	120
16	19	30	0	40	90	0	90
17	15	0	50	40	90	135	135
18	1	60	30	20	53	90	147
19	16	60	0	0	57	143	90
20	18	0	0	30	90	53	143
21	35	30	0	0	30	90	60
22	41	0	30	0	180	90	90
23	43	30	60	50	90	135	45
24	30	40	60	40	135	135	90
25	37	50	40	60	45	135	90

№	F	x	y	z	α	β	γ
26	44	15	15	0	0	90	90
27	50	15	0	20	30	90	60
28	48	15	20	30	53	37	90
29	31	10	30	20	37	53	90
30	22	20	15	15	37	90	53
31	47	30	15	60	25	90	60
32	23	40	35	60	53	90	37
33	38	40	20	15	45	45	90
34	42	0	15	0	45	90	45
35	32	0	35	35	90	45	45
36	24	15	25	35	80	10	90
37	36	35	15	25	90	45	45
38	45	55	35	25	40	50	90
39	21	40	25	55	90	50	40
40	34	35	40	55	50	90	40
41	27	15	55	65	20	70	90
42	29	25	15	55	90	20	70
43	39	25	25	35	70	90	20
44	25	20	15	35	10	80	90
45	28	45	35	25	80	90	10
46	33	45	25	25	44	46	90
47	40	35	45	45	90	44	46
48	25	0	0	35	15	75	90
49	46	45	55	65	90	75	15
50	49	65	45	55	15	90	75

7. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Чему равен главный вектор системы сил?
2. Как вычисляется модуль и направление главного вектора системы сил?
3. Чему равен главный момент системы сил относительно центра приведения?
4. Чему равен главный момент относительно сил?
5. Как вычисляются модуль и направление главного момента системы сил?
6. При каких условиях момент силы относительно оси равен нулю?
7. Зависит ли главный момент и главный вектор заданной системы сил от выбора центра приведения?
8. При каком условии главный вектор системы сил является равнодействующей этой системы?
9. Каковы возможные случаи приведения системы сил, расположенной произвольно на плоскости?
10. Каковы возможные случаи приведения системы параллельных сил в пространстве?
11. К какому простейшему виду приводится система сил, если главный момент этой системы относительно центра приведения перпендикулярен главному вектору?
12. Каковы условия и уравнения равновесия пространственной системы сходящихся, параллельных и произвольно расположенных сил?
13. Каковы условия и уравнения равновесия плоской системы сходящихся, параллельных и произвольно расположенных сил?
14. К какому простейшему виду можно привести систему сил, если главный момент системы сил относительно центра приведения не равен нулю и не перпендикулярен главному вектору
15. Какую прямую в пространстве называют центральной осью системы сил?
16. Какая система сил называется силовым винтом?
17. Как вычисляется наименьший главный момент заданной системы сил?
18. Каковы варианты системы сил?
19. Каковы возможные случаи приведения произвольно расположенных сил на плоскости?
20. Каковы возможные случаи приведения произвольно расположенных сил в пространстве?
21. Зависят ли главный вектор и главный момент заданной системы сил от выбора центра приведения?

22. Каковы возможные случаи приведения сил, расположенных произвольно на плоскости?
23. К какому простейшему виду можно привести систему сил, если известно, что главный момент этих сил относительно различных точек на плоскости:
- а) имеет различную величину;
 - б) имеет постоянное значение, не равное нулю;
 - в) равен нулю?
24. Как определяется модуль и направление главного вектора системы параллельных сил на плоскости?
25. При каком условии сила, равная главному вектору плоской системы сил, является равнодействующей этой системы?
26. Каковы условия и уравнения равновесия плоской системы параллельных сил на плоскости?
27. Какие задачи статики называют статически определенными и какие – статически неопределенными?
28. Какое твердое тело называют рычагом?
29. Какое условие выполняется, когда рычаг находится в покое?
30. Что называют коэффициентом устойчивости?
31. В чем заключается сущность способа Риттера?
32. В чем заключается разница между силой сцепления и силой трения?
33. Что называется конусом сцепления?
34. Каковы возможные направления реакции шероховатой поверхности?
35. Что представляет собой область равновесия и каковы условия равновесия сил, приложенных к бруску, опирающемуся на две шероховатые поверхности?

Библиографический список

1. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. -СПб.: Политехника, 2009.Ч.1,Ч.2.
2. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. - СПб.:Лань, 2009.
3. Маркеев А.П. Теоретическая механика: учебник для университетов. – М: ЧеРо, 1999.
4. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. - М.: Высшая школа, 2011.
5. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. - СПб.: Лань, 2010.Ч.1,Ч.2.

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. ВОЗМОЖНЫЕ СЛУЧАИ ПРИВЕДЕНИЯ СИСТЕМЫ СИЛ К ПРОСТЕЙШЕМУ ВИДУ	5
2. ПРИВЕДЕНИЕ СИСТЕМЫ СИЛ К ПРОСТЕЙШЕМУ ВИДУ	11
3. ПОРЯДОК РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ПРИВЕДЕНИЕ СИСТЕМЫ СИЛ К ПРОСТЕЙШЕМУ ВИДУ.....	13
4. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ	14
5. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ.....	23
6. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ	29
7. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.....	31
Библиографический список	33