



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
И ДИЗАЙНА



ВЫСШАЯ ШКОЛА
ТЕХНОЛОГИИ
И ЭНЕРГЕТИКИ

ISSN 3033-7852

ТЕХНОЛОГИЯ и ЭНЕРГЕТИКА

№02 (02) 2026

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ



«Глубокая интеграция образования и науки с индустрией — ключевое условие для обеспечения технологического суверенитета страны».

П. В. Луканин

8 Исследование влияния композиции волокон на свойства сепараторной бумаги

16 Особенности разработки и изготовления зубчатых колес с помощью стереолитографической печати

59 Определение скорости осаждения механических примесей в предварительном цикле водоподготовки

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ОСАЖДЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ПРИМЕСЕЙ В ПРЕДВАРИТЕЛЬНОМ ЦИКЛЕ ВОДОПОДГОТОВКИ

Владимир Германович Злобин¹, Борух Авсеевич Вороненко²,
Валерий Викторович Пеленко¹, Алексей Михайлович Хлыновский¹

¹ Высшая школа технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета
промышленных технологий и дизайна

²Национальный исследовательский университет ИТМО

© Злобин В. Г., Вороненко Б. А., Пеленко В. В., Хлыновский А. М., 2026

Автор-корреспондент: В. Г. Злобин, e-mail: zlobin_v@list.ru

АННОТАЦИЯ

Разработка эффективной системы водоподготовки для водогрейных и паровых котлов на ТЭЦ базируется на реализации процесса обработки воды в несколько ступеней подготовки. Выбор конкретного метода предподготовки основывается на специфике производства и предъявляемым требованиям к добавочной, подпиточной воде. Предварительная очистка индивидуальна для каждого предприятия и зависит от происхождения исходной воды, ее состава, состояния и назначения. Первой ступенью водоподготовки является предочистка, которая обеспечивает удаление взвешенных и коллоидных примесей, когда используются в основном методы отстаивания и фильтрования в сочетании с коагуляцией и флотацией. Материал статьи посвящен вопросу описания процесса механической предочистки методом гравитационного отстаивания воды, предназначенной для направления в систему дальнейшей обработки и подпитки паровых котлов.

Цель исследования — поиск решения и анализ интегро-дифференциального уравнения движения осаждаемых частиц при гравитационном разделении двухфазных систем в цикле водоочистки, позволяющие устанавливать технологические режимы осаждения. Задачами исследования являются разработка интегро-дифференциального уравнения процесса осаждения твердых частиц в жидкости, его решение и анализ влияния граничных условий на характер решения, а также получение зависимости скорости осаждения от температурных условий. Предметом исследования является выявление закономерностей процесса гидромеханического осаждения твердых частиц в жидкой среде.

В связи с высокой экономической и социальной значимостью последствий выхода из строя котельного оборудования вследствие недостатков водоочистки, наиболее часто в системе водоподготовки используется напорное механическое фильтрование через сорбент. Методы исследования базируются на использовании интегро-дифференциального уравнения движения твердых частиц в жидкости и на его решении посредством операционного исчисления. В результате исследования получены два решения интегро-дифференциального уравнения, одно из которых описывает скорость всплытия газового пузырька, а второе выражение отражает скорость осаждения частиц.

Ключевые слова: водоподготовка, гравитационное осаждение, дисперсность, твердые частицы, дифференциальное уравнение, краевая задача

Для цитирования: Злобин В. Г., Борух А. В., Пеленко В. В., Хлыновский А. М. Определение скорости осаждения механических примесей в предварительном цикле водоподготовки // Технология и энергетика. 2026. № 2 (2). С. 59–67. DOI: 10.46418/3033-7852_2026_2_2_59–67

DETERMINATION OF THE SEDIMENTATION RATE OF MECHANICAL IMPURITIES IN THE PRE-TREATMENT WATER CYCLE

Vladimir Germanovich Zlobin¹, Borukh Avseevich Voronenko², Valery Viktorovich Pelenko¹, Alexey Mikhailovich Khlynovsky¹

¹ Higher School of Technology and Energy of Saint Petersburg State University of Industrial Technologies and Design

² National Research University ITMO

Corresponding author: V. G. Zlobin, e-mail: zlobin_v@list.ru

ABSTRACT

Developing an effective water treatment system for hot water and steam boilers at a CHP plant relies on a multi-stage water treatment process. Selecting a particular pretreatment method is based on production-specific factors and the quality requirements for make-up and feed water. Pretreatment is unique to each facility and is determined by the origin, composition, condition, and intended application of the raw water. The first stage of water treatment is pre-treatment, which removes suspended and colloidal impurities, primarily using sedimentation and filtration methods in combination with coagulation and flotation. The subject of this article is the description of the mechanical pre-treatment process using sedimentation of water destined for subsequent treatment and steam boiler feedwater makeup.

The study seeks to solve and analyze the integro-differential equation of particle motion during gravitational separation of two-phase systems in the water treatment cycle, allowing for the establishment of technological sedimentation conditions. This research aims to develop an integro-differential equation for the sedimentation process of solid particles in a liquid, solve it and analyze the effect of boundary conditions on the solution characteristics, as well as obtain the dependence of settling velocity on temperature conditions. The subject of this study is to determine the regularities of the hydromechanical sedimentation of solid particles in a liquid medium.

Pressure mechanical filtration through a sorbent is the most commonly used method in water treatment systems because of the high economic and social importance of the consequences of boiler equipment breakdowns caused by inadequate water treatment. The research methods rely on the integro-differential equation of solid particle motion in a liquid, as well as on its solution via operational calculus. The research yielded two solutions to the integro-differential equation: one describes the rise velocity of a gas bubble, and the second expression reflects the settling velocity of particles.

Keywords: water treatment, gravitational sedimentation, dispersity, solid particles, differential equation, boundary value problem

For citation: Zlobin V. G., Voronenko B. A., Pelenko V. V., Khlynovsky A. M. (2026) 'Determination of the sedimentation rate of mechanical impurities in the pre-treatment water cycle', Technology and Energy, vol. 2, no. 2, pp. 59–67. DOI: 10.46418/3033-7852_2026_2_2_59–67

ВВЕДЕНИЕ

Как известно [1], отстаивание является одной из ступеней технологической линии подготовки питательной и подпиточной воды. Наряду с имеющимися недостатками метода осаждения, такими как значительные капитальные затраты на отстойники и осветлители, длительность процесса осаждения, невозможность удаления растворенных солей, метод имеет определенные достоинства. К ним можно отнести высокую эффективность против кремнезема при проведении отстаивания в связке с химической обработкой. Кроме того, в силу большого опыта применения в энергетике технология отработана и предсказуема. К положительным сторонам относятся низкие эксплуатационные затраты (по сравнению с мембранными методами на больших объемах [14]), а также простота и надежность. Осаждение

используется как предварительная, защитная ступень для грубого удаления взвесей [2].

В процессе работы котлов на жесткой питательной воде при отсутствии для нее эффективных водоочистных мероприятий возникает ряд проблем, ведущих к возникновению предпосылок аварии используемого оборудования. К числу таких проблем можно отнести образование отложений на внутренних стенках котлов, коррозия оборудования и, как результат, повышение затрат на эксплуатацию и ремонт. Учитывая особенности химического состава и состояния водных источников северных областей Российской Федерации, характеризующихся высоким содержанием природной органики и железа, можно отметить высокую актуальность решения этой проблемы.



Вопросам разработки математических моделей в системе водоподготовки и определения скорости осаждения посвящено огромное количество работ [1, 12, 15–22]. Отметим, в частности, получение аналитического решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка диффузионной модели в заданных граничных условиях, приведенного в работе [16].

В настоящей работе предпринята попытка получения уточненной математической модели кинетики процесса механической водоочистки методом осаждения, как предварительного этапа водоподготовки путем гравитационного разделения двухфазных систем на составные компоненты. **Целью** данного исследования является разработка и решение уравнения движения осаждаемых частиц при гравитационном разделении двухфазных систем. **Задачами** исследования являются составление дифференциального уравнения для скорости процесса осаждения, анализ граничных условий в зависимости от кинематических,

физико-механических и геометрических параметров компонентов двухфазных систем, а также получение зависимости скорости осаждения мелкодисперсных частиц от температурных условий. Поставленная задача реализуется в виде аналитического решения методом преобразования Лапласа краевой задачи, описывающей указанный процесс. **Предметом** изучения в данной работе является выявление закономерностей процесса гидромеханического осаждения твердых частиц в жидкой среде для гравитационного разделения двухфазных систем. Конкретным **объектом** исследования является двухфазная жидкая среда при движении в ней твердых частиц с близкой ей плотностью. К элементам **новизны** можно отнести получение решения определяющего дифференциального уравнения с учетом силы Бассе, а также уравнения для скорости всплытия газового пузырька, что может быть использовано в реализации задач флотации при очистке сточных вод; кроме того, получена зависимость скорости осаждения мелкодисперсных частиц от температурных условий.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Материалы и методы исследования базируются на использовании теоретических подходов, таких, как описание движения твердых частиц в жидкости дифференциальными уравнениями, решение дифференциального уравнения методом операционного исчисления — методом интегрального преобразования Лапласа, анализ и сравнение полученных результатов. Углубление знаний о механизме процесса разделения, о влиянии отдельных параметров на процесс позволит получить расчетным путем технологические параметры процесса разделения двухфазных и многофазных систем.

Как указывалось, водоподготовка включает механическую очистку. Одним из наиболее распространённых гидромеханических процессов в технике является гравитационное осаждение твёрдых частиц в жидкой среде, применяемое для разделения двух- или многофазных систем. Реологические свойства системы и условия обтекания оказывают определяющее влияние на количественные характеристики движения твёрдых частиц в жидкости [11]. При осаждении мелкодисперсных частиц основным параметром процесса служит скорость осаждения. В составе механической очистки как этапа водоподготовки выделяют два процесса: осаждение (выпадение наиболее тяжёлых частиц) и отстаивание (всплытие наиболее лёгких частиц). Физические закономерности обоих процессов идентичны и различаются исключительно направлением движения частиц, удаляемых из среды [3, 5]. В работе [9], на которой базируется предлагаемый материал, отмечается, что если скорость

дисперсной частицы изменяется во времени, то сила сопротивления, действующая на неё со стороны потока жидкости, зависит не только от скорости частицы в рассматриваемый момент, но также от её ускорения и от скорости в предыдущие моменты времени, то есть от предыстории движения частицы.

Движение твердых частиц в жидкости может быть описано с помощью уравнений Навье — Стокса. Ламинарный (слоистый) режим течения характерен для малых скоростей движения потока жидкости. При таком режиме слои жидкости перемещаются параллельно друг другу, скользя без перемешивания. В условиях установившегося (стационарного) движения скорость потока W при ламинарном режиме постоянна в каждой его точке, т. е. $W = f(x, y, z)$, где x, y, z — текущие координаты. При осаждении в жидкости частиц микроскопического размера возникает ползущее течение, представляющее собой течение с очень малыми скоростями. При

значениях числа Рейнольдса $Re = \frac{W_0 d \rho}{\mu} = \frac{W_0 d}{\nu} < 1$, (W_0 —

скорость потока, обтекающего частицу вдали от нее; d — диаметр частицы; ρ — плотность жидкости; μ — динамический коэффициент вязкости; ν — кинематический коэффициент вязкости), уравнения движения Навье — Стокса упрощаются, и из них выводится формула полной кинетической силы сопротивления, проявляющаяся только в движущемся потоке:

$$F_k = 6\pi \cdot \mu \cdot R \cdot W_0, \quad (1)$$

где R — радиус шарообразной частицы.



Уравнение (1) выражает закон *Стокса*.

Полная сила сопротивления при обтекании частицы (шара) пропорциональна импульсу (количеству движения) и площади лобового сечения f (формула *Ньютона*):

$$F_k = C \frac{\rho W_0^2}{2} \cdot f. \quad (2)$$

Отсюда коэффициент пропорциональности:

$$C = \frac{2 \cdot F_k}{\rho \cdot W_0^2 \cdot f}. \quad (3)$$

Учитывая, что $f = \pi R^2$ и F_k из (1), получим [1]:

$$C = \frac{2 \cdot 6\pi R \mu W_0}{\rho W_0^2 \pi R^2} = \frac{12\mu}{\rho W_0 R} = \frac{24}{\mu} = \xi. \quad (4)$$

Уравнение (4) выражает закон сопротивления среды при ламинарном режиме ($Re < 1$).

При этих условиях скорость осаждения частицы описывается, как известно, формулой *Стокса* [11]:

$$W_{oc} = \frac{d^2 (\rho_{ms} - \rho) g}{18\mu}, \quad (5)$$

которая справедлива для области $10^{-4} < Re_{oc} < 2$.

В уравнении (5) ρ_{ms} — плотность частицы.

Для нестационарных условий (неустановившегося движения) и при движении твердых тел в жидкости близкой плотности формула *Стокса* (1) заменяется для силы сопротивления движущемуся в жидкости телу формулой *Буссинеска* [4, 6, 8, 9]:

$$\vec{F}_{comp} = -6\pi\mu R \vec{W}(t) - \frac{2}{3}\pi\rho R^3 \frac{d\vec{W}(t)}{dt} - 6\pi\mu R \left[\frac{R}{\sqrt{\pi\nu}} \int_0^t \frac{d\vec{W}(\tau)}{d\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} - \frac{2R}{\sqrt{\pi\nu t}} \vec{W}(0) \right], \quad (6)$$

где t — время.

Еще раз следует отметить, что в работе [7] и в предыдущих изданиях монографии [6] под знаком интеграла

ошибочно указана скорость $\vec{W}$, а не ускорение $\frac{d\vec{W}(\tau)}{d\tau}$,

а решение уравнения (6) дано только в [7], причем для указанного ошибочного случая.

Предполагается, что вдали от частицы жидкость неподвижна.

В формуле *Буссинеска* первый член представляет собой стационарную формулу *Стокса* (силу сопротивления *Стокса*) (1), второй — инерционную составляющую силы сопротивления, учитывающую присоединенную

массу жидкости (шара) (движение шара в жидкости можно рассматривать как происходящее в пустоте, если только к массе шара присоединить дополнительную массу, равную половине массы жидкости в объеме шара), третье слагаемое — так называемая сила *Бассе*. Сила *Бассе* обычно включается в выражение для силы сопротивления движущейся частице, если сила межфазного взаимодействия зависит от предыстории движения частиц при их нестационарном движении. Иногда слагаемыми типа силы *Бассе* пренебрегают [10], что значительно упрощает описание движения дисперсной частицы, однако при этом величина относительной погрешности при вычислении скорости осаждения твердой частицы может достигать 20 % [8].

Из формулы *Буссинеска* (6) следует, что при $t=0$ и $\vec{W}(0) \neq 0$ сила сопротивления становится бесконечной: невозможно шару, погруженному в вязкую жидкость, мгновенно сообщить конечную скорость. Именно поэтому нам следует принять $\vec{W}(0)=0$.

В случае шара, приведенного импульсивно из состояния покоя в состояние поступательного, прямолинейного и равномерного движения со скоростью $\vec{W}(0)$, из (6) следует величина силы сопротивления, равная [6]:

$$F_{comp} = 6\pi\mu R W_0 \left(1 + \frac{R}{\sqrt{\pi\nu t}} \right), \quad (7)$$

из которой при $t \rightarrow \infty$ вновь получается формула *Стокса* (1).

При вертикальном падении частицы в форме шара уравнение его движения запишется (основной закон динамики — второй закон *Ньютона*):

$$\vec{F}_{comp} + m\vec{g} + \vec{F}_a = m \frac{d\vec{W}}{dt} \quad (8)$$

или

$$\frac{4}{3}\pi\rho_1 R^3 \frac{d\vec{W}}{dt} = \vec{F}_{comp} + \frac{4}{3}\pi(\rho_1 - \rho) R^3 \vec{g}, \quad (9)$$

где $\vec{F}_a$ — выталкивающая сила (сила *Архимеда*); ρ_1 — плотность материала шара; $\vec{g}$ — ускорение свободного падения; $m\vec{g}$ — сила тяжести.

Проектируя (6) на направление движения с учетом (8), получим интегро-дифференциальное уравнение [4]:

$$\frac{dW(t)}{dt} + \alpha^2 W(t) + \frac{2\beta}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{dW(\tau)}{d\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} = f_0, \quad (10)$$

где введены следующие обозначения:

$$\alpha^2 = \frac{9\mu}{2R^2 \left(\rho_1 + \frac{\rho}{2} \right)}; \quad 2\beta = \frac{9\sqrt{\mu\rho}}{2R \left(\rho_1 + \frac{\rho}{2} \right)}; \quad f_0 = \frac{g(\rho_1 - \rho)}{\rho_1 + \frac{\rho}{2}}.$$



Для решения уравнения (10) применим один из методов операционного исчисления — метод интегрального преобразования Лапласа. Он заключается в том, что изучается не сама функция (оригинал), а ее видоизменение (изображение). Это видоизменение функции — преобразование — производится при помощи умножения ее на некоторую экспоненциальную функцию и интегрирования в определенных пределах.

Преобразование Лапласа для функции $y=f(\tau)$ (оригинала) состоит в умножении ее на $e^{-s\tau}$ и интегрировании в пределах от 0 до ∞ [4, 9]:

$$\int_0^{\infty} f(\tau) e^{-s\tau} d\tau = F(s),$$

$$f(\tau) \xrightarrow{L} F(s),$$

где $s=\xi+i\cdot\eta$ — некоторая комплексная величина (операторная переменная); $i=\sqrt{-1}$; $F(s)$ — изображение функции $f(\tau)$.

Преобразованное уравнение (например, дифференциальное, интегро-дифференциальное) в области изображений значительно проще исходного, часто это обычные алгебраические уравнения, так как «порядок» исходного уравнения таким преобразованием понижается на единицу. Затем находим искомую функцию в изображениях и далее совершаем обратный переход (по обратному преобразованию Лапласа) к оригиналу искомой функции.

Если $W(t) \xrightarrow{L} W_L(s)$, то $\frac{dW(t)}{dt} \xrightarrow{L} sW_L(s) - W(0)$;

поскольку $W(0)=0$, то $\frac{dW(t)}{dt} \xrightarrow{L} sW_L(s) = sW_L$;

$$\int_0^t \frac{dW(\tau)}{d\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \xrightarrow{L} sW_L \frac{1}{\sqrt{s}} = \sqrt{s}W_L$$

(по теореме умножения изображений (теореме Бореля)):

$$\int_0^t \varphi(t) f(t-\tau) d\tau = \int_0^t \varphi(t-\tau) f(\tau) d\tau = f \cdot \varphi \xrightarrow{L} F(s) \Phi(s),$$

где $f \cdot \varphi$ — свертка непрерывных функций $f(t)$ и $\varphi(t)$; $F(s)$ и $\Phi(s)$ — изображения функций $f(t)$ и $\varphi(t)$.

Таким образом, после применения к уравнению (10) преобразования Лапласа, получим изображающее уравнение:

$$sW_L + \alpha^2 W_L + 2\beta\sqrt{s}W_L = \frac{f_0}{s}, \quad (11)$$

откуда задача сводится к разысканию искомой функции для изображения скорости:

$$W_L = \frac{f_0}{s(s + \alpha^2 + 2\beta\sqrt{s})}. \quad (12)$$

Обозначим $\sqrt{s} = x$ и разложим (12) на простейшие дроби методом неопределенных коэффициентов. В результате получим:

$$W_L = \frac{f_0}{x^2(x^2 + \alpha^2 + 2\beta x)} = \frac{f_0}{x^2(x-x_1)(x-x_2)} = \left[\frac{\frac{\alpha^2}{x^2} - \frac{2\beta}{x} + \frac{-2\beta^2 + 2\beta\sqrt{\beta^2 - \alpha^2} + \alpha^2}{2\beta\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}(x-x_1)} + \frac{2\beta^2 - 2\beta\sqrt{\beta^2 - \alpha^2} - \alpha^2}{2\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}(x-x_2)} \right] \cdot \frac{f_0}{\alpha^4}, \quad (13)$$

где x_1 и x_2 — корни квадратного трехчлена $(x^2 + 2\beta x + \alpha^2) = 0$:

$$x_1 = -\beta - \sqrt{\beta^2 - \alpha^2}; \quad x_2 = -\beta + \sqrt{\beta^2 - \alpha^2}.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Здесь возможны два случая.

При $\beta > \alpha$, $\rho > 1,6\rho_1$ оба корня x_1 и x_2 действительны и отрицательны, плотность жидкости больше плотности тела (газовые пузырьки) [13, 23–25].

В этом случае:

$$W_L = \frac{f_0}{\alpha^4} \left[\frac{\frac{\alpha^2}{s} - \frac{2\beta}{\sqrt{s}} + \frac{-2\beta^2 + 2\beta\sqrt{\beta^2 - \alpha^2} + \alpha^2}{2\beta\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}(\sqrt{s} - x_1)} + \frac{2\beta^2 - 2\beta\sqrt{\beta^2 - \alpha^2} - \alpha^2}{2\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}(\sqrt{s} - x_2)} \right]. \quad (14)$$

По обратному преобразованию Лапласа (используя соответствующие таблицы изображений функций [9, 10]) получаем окончательное решение для скорости всплывания газового пузырька:

$$W(t) = \frac{f_0}{\alpha^4} \left[\frac{\alpha^2 - \frac{2\beta}{\sqrt{\pi t}} + \frac{-2\beta^2 + 2\beta\sqrt{\beta^2 - \alpha^2} + \alpha^2}{2\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi t}} + x_1 e^{x_1^2 t} \operatorname{erfc}(-x_1 t) \right) + \frac{2\beta^2 - 2\beta\sqrt{\beta^2 - \alpha^2} - \alpha^2}{2\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi t}} + x_2 e^{x_2^2 t} \operatorname{erfc}(-x_2 t) \right) \right], \quad (15)$$

где

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-z^2} dz \quad (16)$$

функция ошибок Гаусса.

При $\rho < 1,6\rho_1$, т. е. $\alpha > \beta$ (плотность жидкости меньше плотности тела), выражение для скорости осаждения частиц имеет вид:



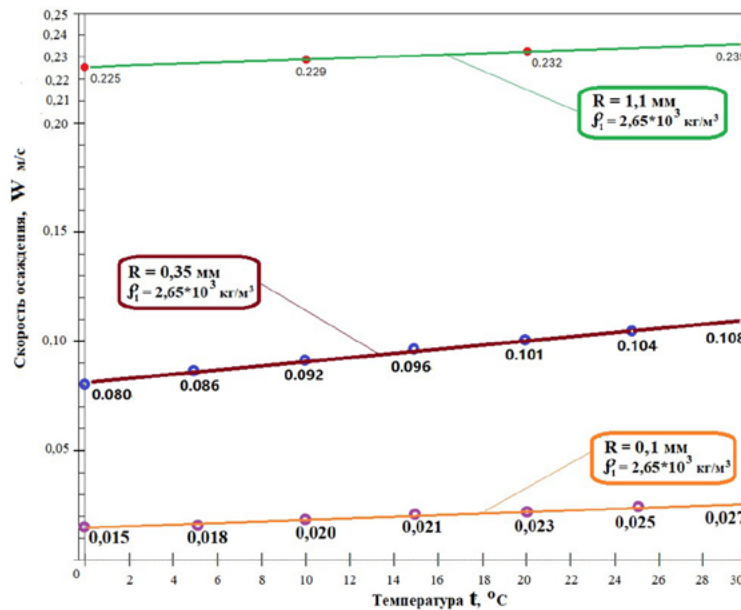


Рисунок 1. Зависимость скорости осаждения твердой частицы от температуры

Figure 1. Dependence of the sedimentation velocity of a solid particle on temperature

$$W(t) = \frac{f_0}{\alpha^2} \times \left[\left(1 + e^{-\alpha^2 \left(1 - 2 \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 \right) t} \right) \times \left(\frac{1 - 2 \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2}{\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2}} A_1 + \frac{2\beta}{\alpha^2} A_2 \right) \cos(2\beta\sqrt{t}) + \left(\frac{2\beta}{\alpha^2} A_1 - \frac{1 - 2 \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2}{\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2}} A_2 \right) \sin(2\beta\sqrt{t}) \right] \quad (17)$$

где

$$A_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\beta^2 t} \left(\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2} \varphi_1 + \beta \varphi_2 \right) - \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2} \operatorname{erfc}(\beta\sqrt{t});$$

$$A_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\beta^2 t} \left(\beta \varphi_1 - \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2} \varphi_2 \right) - \beta \operatorname{erfc}(\beta\sqrt{t});$$

$$\varphi_1 = \int_0^{\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2} t} e^{y^2} \sin(2\beta\sqrt{t}y) dy;$$

$$\varphi_2 = \int_0^{\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2} t} e^{y^2} \cos(2\beta\sqrt{t}y) dy.$$

Компьютерное исследование показало, что при достаточно большом времени движения частицы в вязкой жидкости в уравнениях (15) и (17) можно ограничиться только первым слагаемым:

$$W(t) = \frac{f_0}{\alpha^2}. \quad (18)$$

Подставляя в соотношение (18) значения аргументов скорости осаждения в соответствии с обозначениями к уравнению (15), получаем:

$$W(t) = \frac{2gR^2(\rho_1 - \rho)}{9\mu}. \quad (19)$$

Учитывая, что динамический коэффициент вязкости воды μ существенно зависит от температуры (при нулевой температуре $\mu_0 = 1,79 \cdot 10^{-3}$ Па·с), эта зависимость приведена в таблице 1 и аппроксимирована авторами квадратичной параболой в заданном диапазоне температур. Представление температурной аналитической зависимости вязкости (более сложное) может быть приведено из справочных данных и в иной форме (например, в виде гиперболы).

Таблица 1. Зависимость динамического коэффициента вязкости воды от температуры

Table 1. Dependence of the dynamic viscosity of water on temperature

t, °C	0	5	10	15	20	25	30
μ, мПа·с	1,79	1,52	1,31	1,14	1,00	0,89	0,80

Уравнение зависимости динамического коэффициента вязкости воды от температуры имеет вид убывающей ветви параболы $\mu = \mu_0 (1 - 0,028t + 0,0003t^2)$.

Таким образом, приходим к температурной зависимости скорости осаждения от параметров процесса осаждения R , ρ_1 , $\rho(t)$, μ_0 :

$$W(t) = \frac{2gR^2(\rho_1 - \rho)}{9\mu_0(1 - 0,028 \cdot t + 0,0003 \cdot t^2)}. \quad (20)$$

График зависимости скорости осаждения для трех типоразмеров твердых частиц приведен на рисунке.

Расчёты показывают, что при реальных температурных условиях, а также с учётом исходных характеристик жидкости и компонентов примесей, скорость осаждения частиц имеет практически линейный характер и находится в интервале от 0,015 до 0,24 м/с.

Заключение. Многие процессы в теплоэнергетике, в частности первичная очистка воды от примесей, обладают определённой общностью, математическое описание которой достаточно хорошо разработано. Для нестационарных условий и при движении твёрдых частиц в жидкости близкой плотности (что характерно для рассматриваемых процессов) выбрана формула Буссинеска для силы сопротивления тела, движущегося в жидкости. Однако существующее решение нуждается в уточнении в части учёта силы Бассе.

Преобразованное интегро-дифференциальное уравнение решено методами математической физики. Полученное аналитическое решение представляет собой математическую модель одного из возможных процессов разделения двухфазных систем. Это может быть использовано, в частности, для инженерных расчётов процесса механической очистки при водоподготовке, а также других аналогичных процессов. В работе приведена зависимость скорости осаждения от температурных условий, параметров жидкости и твёрдых частиц, а также выполнена оценка порядка величины скорости осаждения.

Список литературы

1. Кандрушин А. А., Комарова Л. Ф., Сомин В. А. Совершенствование технологии водоподготовки на тепловых электростанциях. Ползуновский вестник. 2024. № 1. С. 186–190.
2. Комарова Л. Ф., Сомин В. А. Инженерные методы защиты гидросферы. Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2020. 281 с.
3. Кук Г. А. Процессы и аппараты молочной промышленности. М.: Пищевая промышленность, 1973. 768 с.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1953. 788 с.
5. Лисицын А. Н., Федоров А. А., Волков С. М., Федоров А. В., Романов Н. Н. Гидрогазодинамика всплытия пузырей перегретого водяного пара в подсолнечном масле в процессе барботаж // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2022. № 4. С. 11–24. DOI: 10.17586/2310-1164-2022-15-4-11-24.
6. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа: учебник для вузов. 7-е изд. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
7. Лурье А. И. Операционное исчисление и его приложение к задачам механики. М. — Л.: Гостехиздат, 1950. 432 с.
8. Наумов В. А. Влияние силы Бассе на динамику твердых частиц в придонном слое // Теоретические и практические аспекты применения инженерной физико-химической механики с целью совершенствования и интенсификации технологических процессов пищевых производств: сб. ст. / Моск. госуд. университет прикладной биотехнологии. М, 2002. С. 257–260.
9. Вороненко Б. А., Пеленко В. В., Поляков С. В. Решение задачи механической очистки пищевых сред // Теория и практика разработки ресурсосберегающего пищевого оборудования: сб. ст. СПб.: ГОУ ВПО «СПбГУНиПТ», 2008. № 2. С. 7–9.
10. Протодяконов И. О., Чесноков Ю. Г. Гидромеханические основы процессов химической технологии. Л.: Химия, 1987. 360 с.
11. Романков П. Г., Курочкина М. И. Гидромеханические процессы химической технологии. Л.: Химия, 1982. 288 с.
12. Терехов Л. Д., Воловник Г. И., Терехова Е. Л. Методы очистки воды. М., Вологда: Инфра-Инженерия, 2023. 320 с.
13. Федосеев А. В., Сальников М. В., Остапченко А. Е. Моделирование динамики всплытия одиночного пузыря методом решеточных уравнений Больцмана // Сибирский журнал индустриальной математики. 2023. Т. 26. № 1. С. 191–200. DOI: 10.33048/SIBJIM. 2023.26.117.
14. Филимонова А. А. Недостатки баромембранных методов водоподготовки и способы их устранения в мировой практике / А. А. Филимонова, Э. К. Аракелян, Н. Д. Чичирова, А. А. Чичиров, С. Р. Саитов, Р. В. Бускин // Вестник МЭИ. 2020. № 4. С. 98–112.
15. Филимонова А. А. Физико-химический анализ органических примесей в питательных и других производственных водах ТЭЦ с ПГУ / А. А. Филимонова, Э. К. Аракелян, А. А. Чичиров, Н. Д. Чичирова, А. А. Баталова // Теплоэнергетика. 2020. № 5. С. 81–86.
16. Чичиров А. А., Чичирова Н. Д., Филиппов И. Е. Анализ процессов в системе ТЭЦ — открытая тепловая сеть с использованием модели реактора вытеснения с рециркуляцией // Промышленная Энергетика. 2014. № 13. С. 21–26.
17. Al-Amshawee S., Yunus M. Y. M., Azoddein A. A. M., Hassell D. G., Dakhil I. H. and Hasan H. A. (2020) 'Electrodialysis desalination for water and wastewater: A review', Chemical Engineering Journal, vol. 380, pp. 1–19.
18. Chichirov A. A., Chichirova N. D., Filimonova A. A. and Babikov O. E. (2020) 'Mathematical modeling and improvement of ion exchange water treatment energy-saving technologies in power engineering', Journal of Physics: Conference Series, vol. 1652, 012027, pp. 1–5.
19. Filimonova A. A., Chichirova N. D., Chichirov A. A. and Batalova A. A. (2020) 'Physical and chemical methods of organic impurities control in the feed water of the thermal



- power plants waste heat boilers', *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1565, 012028, pp. 1–6.
20. Filimonova A. A., Filimonov A. G. and Chichirova N. D. (2020) 'Study of methods and skill experience of diagnostics of the main heating network state diagnostics using a robotized diagnostic complex', in V International conference on information technologies in engineering education (Inforino). Moscow, pp. 1–4.
 21. Filimonova A. A., Chichirova N. D., Chichirov A. A. and Filimonov A. G. (2020) 'Technologies of monitoring and cleaning of return manufacturing condensate in the energy-technological complex of thermal power station — petrochemical facility', *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1565, 012027, pp. 1–6.
 22. Gurreri L., Cipollina A. and Tamburini A. (2020) 'Electrodialysis for wastewater treatment — Part II: Industrial effluents', in *Current Trends and Future Developments on (Bio-) Membranes: Membrane Technology for Water and Wastewater Treatment — Advances and Emerging Processes*. Oxford, UK: Elsevier BV, pp. 195–241.
 23. Li Y., Yang N., Xiao X., Jiang B., Sun Y. and Zhang L. (2023) 'Numerical study of the geometric characteristics and kinetic behavior of single bubble rise processes in different liquids', *Physics of Fluids*, vol. 35, no. 7, article 073310. doi: 10.1063/5.0150547.
 24. Li S., Xue T. and Li Z. (2023) 'A simple 3D reconstruction algorithm based on laser scanning: Research on flow characteristics of bubbles rising vertically in liquid phase', *Chemical Engineering Science*, vol. 276, article 118796. doi: 10.1016/j.ces.2023.118796.
 25. Liu Z., Li S. and Ji J. (2023) 'Numerical simulation of the rise of two parallel unequal bubbles in a viscoelastic fluid', *Multiphase Science and Technology*. doi: 10.1615/MultScienTechn.2023047889.
 7. Lurie A. I. (1950) *Operational calculus and its application to problems of mechanics*. Moscow — Leningrad: Gostekhizdat.
 8. Naumov V. A. (2002) 'The influence of Basset force on the dynamics of solid particles in the bottom layer', in *Theoretical and practical aspects of applying engineering physicochemical mechanics to improve and intensify technological processes of food production*. Moscow: Moskovskiy gosudarstvennyy universitet prikladnoy biotekhnologii, pp. 257–260.
 9. Voronenko B. A., Pelenko V. V. and Polyakov S. V. (2008) 'Solving the problem of mechanical cleaning of food media', in *Theory and practice of developing resource-saving food equipment*. St. Petersburg: GOU VPO «SPbGUNiPT», vol. 2, pp. 7–9.
 10. Protodyakonov I. O. and Chesnokov Yu. G. (1987) *Hydro-mechanical foundations of chemical technology processes*. Leningrad: Khimiya.
 11. Romankov P. G. and Kurochkina M. I. (1982) *Hydromechanical processes of chemical technology*. Leningrad: Khimiya.
 12. Terekhov L. D., Volovnik G. I. and Terekhova E. L. (2023) *Water treatment methods*. Moscow, Vologda: Infra-Inzheneriya.
 13. Fedoseev A. V., Salnikov M. V. and Ostapchenko A. E. (2023) 'Modeling the dynamics of a single bubble rise using lattice Boltzmann equations', *Sibirskiy zhurnal industrial'noy matematiki*, vol. 26, no. 1, pp. 191–200. doi: 10.33048/SIBJIM.2023.26.117.
 14. Filimonova A. A., Arakelyan E. K., Chichirova N. D., Chichirov A. A., Saitov S. R. and Buskin R. V. (2020) 'Disadvantages of baromembrane water treatment methods and ways to eliminate them in world practice', *Vestnik MEI*, vol. 4, pp. 98–112.
 15. Filimonova A. A., Arakelyan E. K., Chichirov A. A., Chichirova N. D. and Batalova A. A. (2020) 'Physicochemical analysis of organic impurities in feed and other process waters of combined heat and power plants with combined cycle gas units', *Teploenergetika*, vol. 5, pp. 81–86.
 16. Chichirov A. A., Chichirova N. D. and Filippov I. E. (2014) 'Analysis of processes in the CHP — open heating network system using a plug-flow reactor model with recirculation', *Promyshlennaya Energetika*, vol. 13, pp. 21–26.
 17. Al-Amshawee S., Yunus M. Y. M., Azoddein A. A. M., Hassell D. G., Dakhil I. H. and Hasan H. A. (2020) 'Electrodialysis desalination for water and wastewater: A review', *Chemical Engineering Journal*, vol. 380, pp. 1–19.
 18. Chichirov A. A., Chichirova N. D., Filimonova A. A. and Babikov O. E. (2020) 'Mathematical modeling and improvement of ion exchange water treatment energy-saving technologies in power engineering', *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1652, 012027, pp. 1–5.
 19. Filimonova A. A., Chichirova N. D., Chichirov A. A. and Batalova A. A. (2020) 'Physical and chemical methods of organic impurities control in the feed water of the thermal power plants waste heat boilers', *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1565, 012028, pp. 1–6.

References

1. Kandrushin A. A., Komarova L. F. and Somin V. A. (2024) 'Improving water treatment technology at thermal power plants', *Polzunovskiy vestnik*, vol. 1, pp. 186–190.
2. Komarova L. F. and Somin V. A. (2020) *Engineering methods for hydrosphere protection*. Barnaul: Izd-vo AltGTU.
3. Kuk G. A. (1973) *Processes and equipment of the dairy industry*. Moscow: Pishchevaya promyshlennost', 768 p.
4. Landau L. D. and Lifshitz E. M. (1953) *Continuum mechanics*. Moscow: Gostekhizdat.
5. Lisitsyn A. N., Fedorov A. A., Volkov S. M., Fedorov A. V. and Romanov N. N. (2022) 'Hydrogasdynamics of superheated steam bubble rise in sunflower oil during sparging', *Nauchnyy zhurnal NIU ITMO. Seriya: Protessy i apparaty pishchevykh proizvodstv*, vol. 4, pp. 11–24. doi: 10.17586/2310-1164-2022-15-4-11-24.
6. Loytsyansky L. G. (2003) *Fluid and gas mechanics*. 7th ed. Moscow: Drofa.



20. Filimonova A. A., Filimonov A. G. and Chichirova N. D. (2020) 'Study of methods and skill experience of diagnostics of the main heating network state diagnostics using a robotized diagnostic complex', in V International conference on information technologies in engineering education (Inforino). Moscow, pp. 1–4.
21. Filimonova A. A., Chichirova N. D., Chichirov A. A. and Filimonov A. G. (2020) 'Technologies of monitoring and cleaning of return manufacturing condensate in the energy-technological complex of thermal power station — petrochemical facility', *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1565, 012027, pp. 1–6.
22. Gurreri L., Cipollina A. and Tamburini A. (2020) 'Electrodialysis for wastewater treatment — Part II: Industrial effluents', in *Current Trends and Future Developments on (Bio-) Membranes: Membrane Technology for Water and Wastewater Treatment — Advances and Emerging Processes*. Oxford, UK: Elsevier BV, pp. 195–241.
23. Li Y., Yang N., Xiao X., Jiang B., Sun Y. and Zhang L. (2023) 'Numerical study of the geometric characteristics and kinetic behavior of single bubble rise processes in different liquids', *Physics of Fluids*, vol. 35, no. 7, article 073310. doi: 10.1063/5.0150547.
24. Li S., Xue T. and Li Z. (2023) 'A simple 3D reconstruction algorithm based on laser scanning: Research on flow characteristics of bubbles rising vertically in liquid phase', *Chemical Engineering Science*, vol. 276, article 118796. doi: 10.1016/j.ces. 2023.118796.
25. Liu Z., Li S. and Ji J. (2023) 'Numerical simulation of the rise of two parallel unequal bubbles in a viscoelastic fluid', *Multiphase Science and Technology*. doi: 10.1615/MultScienTechn. 2023047889.

■ Информация об авторах

Злобин Владимир Германович, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой теплосиловых установок и тепловых двигателей Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна, 198095, Россия, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, д. 4; SPIN-код: 4015–0144, Author ID: 957934; e-mail: zlobin_v@list.ru.

Вороненко Борух Авсеевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры технологических машин и оборудования Национального исследовательского университета ИТМО, 197101, Россия, Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, д. 49, литера А; SPIN-код: 2843–1998, Author ID: 166845, e-mail: voronenkoboris@yandex.ru.

■ Information about the authors

Zlobin Vladimir Germanovich, PhD (Technical), Associate Professor, Head of the Department of Thermal Power Plants and Thermal Engines of the Higher School of Technology and Energy, Saint Petersburg State University of Industrial Technologies and Design, 4 Ivan Chernykh Street, St. Petersburg, 198095, Russia; SPIN-code: 4015–0144, Author ID: 957934, e-mail: zlobin_v@list.ru.

Voronenko Borukh Avseevich, Doc. Sci in Engineering, Professor, Professor at the Department of Technological Machines and Equipment, ITMO National Research University, 49a, Kronverksky Prospect, Saint Petersburg; SPIN-code: 2843–1998, Author ID: 166845, e-mail: voronenkoboris@yandex.ru.

Пеленко Валерий Викторович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры теплосиловых установок и тепловых двигателей Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна; 198095, Россия, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, д. 4; SPIN-код: 6851–4249; Author ID: 714215; e-mail: pelenko1@rambler.ru.

Хлыновский Алексей Михайлович, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры теплосиловых установок и тепловых двигателей Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна; 198095, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, д. 4; SPIN-код: 2278–2299; Author ID: 957517; e-mail: alexava@mail.ru.

Pelenko Valery Viktorovich, Dr. Sci in Engineering, Professor, Professor at the Department of Thermal Power Plants and Thermal Engines of the Higher School of Technology and Energy, Saint Petersburg State University of Industrial Technologies and Design, 4 Ivan Chernykh Street, St. Petersburg, 198095, Russia; SPIN-code: 6851–4249; Author ID: 714215; e-mail: pelenko1@rambler.ru.

Khlynovsky Alexey Mikhailovich, PhD in Engineering, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Thermal Power Plants and Thermal Engines of the Higher School of Technology and Energy, Saint Petersburg State University of Industrial Technologies and Design, 4 Ivan Chernykh Street, St. Petersburg, 198095, Russia; SPIN-code: 2278–2299, Author ID: 957517, e-mail: alexava@mail.ru.

