



# Целлюлоза Бумага Картон

*Pulp*

*Paper*

*Board*

04 [2016]

- В центре России — статья 5-ая...
- На отечественных предприятиях: Коряжма, Гознак и т. д. ...
- Стратегия до 2030 года.
- Обзор Рынка: картон и гофропродукция.
- Статистика: итоги I квартала.
- Наука и технология: новые разработки российских и зарубежных специалистов.
- Рассказывают поставщики технологий и оборудования: Basf; Kemira; PAPCEL; Andritz; Voith...
- Экология: ситуация в Байкальске и на Украине.
- История бумажного конверта.
- Встреча в Санкт-Петербурге.
- Приглашаем PAP FOR 'Russia-2016...
- На стендах "ЭКВАТЭК"...
- Самые интересные новости.

УДК 676.026.212 ББК 35.7

# Математическая модель отлива бумажного полотна на гидропланках при использовании гибких формирующих сеток

П. В. Кауров, к. т. н., Н. Н. Кокушин, д. т. н.,  
И. В. Ключкин, М. В. Колычев, ВШТЭ СПбГУПД,

В настоящее время при отливе бумажного полотна на сеточных частях с гидропланками широко используются жесткие многослойные и структурно – связанные формирующие сетки [1, 2]. Характерной особенностью их эксплуатации при обезвоживании бумажной массы на гидропланках является то, что точка возникновения развиваемого на гидропланке вакуума совпадает с началом наклонной части гидропланки [3, 4]. Математическая модель отлива бумажного полотна для этого случая разработана ранее в [5] и имеет вид:

$$v_{\phi}(x) = \frac{K_{\phi} \left[ \frac{-p(x) + q(x)}{\gamma} + h_0 - h_2(x) \right]}{(1 - f_p) \Delta \ell_1 + h_2(x) \frac{c'_0 - c_m}{c_0 - c'_0}}, \quad (1)$$

$$\frac{d^2 p(x)}{dx^2} = \frac{12\mu}{h^3(x)} \left[ -v_{\phi}(x) + \frac{v_c}{2} \frac{dh(x)}{dx} - \frac{h^2(x)}{4\mu} \frac{dh(x)}{dx} \frac{dp(x)}{dx} \right], \quad (2)$$

$$h_2(x) = -F + \sqrt{F^2 + \frac{2K_{\phi}(c_0 - c'_0)}{v_c(c'_0 - c_m)} \int_0^x \left( \frac{-p(x) + q(x)}{\gamma} \right) dx + h_0 x}, \quad (3)$$

$$h(x) = a + bx + z(x), \quad (4)$$

$$EJ \frac{d^4 z(x)}{dx^4} - T \frac{d^2 z(x)}{dx^2} = -p(x) + \gamma[h_0 + h_c - h_2(x)] + q(x), \quad (5)$$

$$q(x) = -p \cdot v_c^2 \cdot (h_0 + h_c) \frac{d^2 z(x)}{dx^2}, \quad (6)$$

$$T = 2T_0 \frac{e^{\sum f \cdot \beta}}{e^{\sum f \cdot \beta} + 1} - \sum R \cdot f, \quad (7)$$

$$F = \frac{c'_0 - c_m}{c_0 - c'_0} (1 - f_p) \Delta \ell_1,$$

где  $p(x)$  – вакуум в клине гидропланки,  $v_{\phi}(x)$  – скорость фильтрации,  $h(x)$  – зазор между сеткой и гидропланкой,  $h_2(x)$  – толщина профильтровавшегося слоя воды,  $z(x)$  – прогиб сетки,  $q(x)$  – нагрузка на сетку от центробежной

силы инерции слоя массы,  $\mu$  – вязкость подсеточной воды,  $vc$  – скорость сетки,  $\gamma$  – удельный вес бумажной массы,  $h_0$  – толщина слоя бумажной массы на сетке в начале гидропланки,  $K_{\phi}$  – коэффициент фильтрации,  $c'_0$  – концентрация обезвоживаемой бумажной массы,  $c_0$  – концентрация осевшего слоя,  $c_m$  – концентрация подсеточной воды,  $h_c$  – толщина сетки, приведенная к толщине слоя бумажной массы,  $a$  – величина зазора между сеткой и гидропланкой в начале клина,  $b$  – тангенс угла наклона гидропланки,  $T$  – натяжение сетки,  $T_0$  – предварительное натяжение сетки,  $EJ$  – жесткость сетки,  $R$  – равнодействующая сил, прижимающих сетку к поверхности обезвоживающих элементов,  $f$  – коэффициент трения сетки по поверхности контактирующего с ней элемента,  $\beta$  – угол охвата сеткой приводного вала,  $\rho$  – плотность бумажной массы,  $\Delta \ell_1$  – толщина ранее осевшего на сетке слоя волокон,  $f_p$  – функция размыва,  $x$  – координата, отсчитываемая по длине наклонного участка гидропланки.

При решении системы уравнений (1) – (7), описывающих ход процессов над гидропланкой, совместно с уравнением для прогиба сетки между гидропланками, используются граничные условия в виде:

$$\begin{cases} p(0) = 0; & p(l) = 0; \\ z(0) = 0; & z(L) = 0; \\ z''(0) = 0; & z''(L) = 0; \end{cases} \quad (8)$$

где  $p$  – вакуум в клине гидропланки,  $z$  – прогиб сетки,  $l$  – длина наклонного участка гидропланки,  $L$  – длина пролета сетки между гидропланками (рис. 1).

При использовании гибких (например, однослойных) формирующих сеток на сеточных столах, оснащенных гидропланками с углами наклона  $1^\circ - 2^\circ$  точка возникновения развиваемого на гидропланке вакуума может быть смещена от начала наклонной части гидропланки [6-8]. Это происходит вследствие наличия налегания гибкой формирующей сетки на переднюю часть наклонной поверхности гидропланки, и в результате этого длина действия вакуума на гидропланке

сокращается. Математическая модель (1) – (7) этого случая не предусматривает и поэтому нуждается в дальнейшей доработке.

Уравнение (5) математической модели (1) – (7) описывает положение формирующей сетки вследствие деформации изгиба. Уравнение (5) справедливо для случая модели нерастяжимых стержней, то есть таких стержней, величина продольной жесткости  $EA$  которых принята бесконечно большой, а продольные деформации, возникающие в процессе изгиба, соответственно, приняты бесконечно малыми [9]. В действительности величина продольной жесткости формирующих сеток является конечной величиной и поэтому в общем случае при определении деформации сеток ее учет необходим.

При отливе бумажного полотна на гидропланках длина сетки в изогнутом состоянии в пролете между гидропланками без учета продольной деформации равна

$$s = L + \frac{1}{2} \int_0^L [z'(x)]^2 dx, \quad (9)$$

где величина прогиба сетки  $z(x)$  определяется из математической модели (1) – (7) при натяжении  $T$  с граничными условиями (8).

При учете растяжимости сетки ее длина  $s_1$  в изогнутом состоянии в пролете между гидропланками будет увеличенной по сравнению с  $s$  и равной

$$s_1 = s + \Delta s, \quad (10)$$

где  $\Delta s$  – величина продольной деформации сетки [10], равная

$$\Delta s = \frac{T_1}{EA} s, \quad (11)$$

где  $T_1$  – натяжение сетки, снижающееся вследствие ее продольной деформации от величины  $T$  до значения, соответствующего повышенным по сравнению с  $z(x)$  прогибам  $z_1(x)$ .

При подстановке (11) в (10) величина  $s_1$  будет равна

$$s_1 = s \cdot \left[ \frac{T_1}{EA} + 1 \right]. \quad (12)$$

Уравнения (11) и (12) показывают, что при бесконечно большой величине продольной жесткости  $EA$  величина продольной деформации  $\Delta s$  будет равна нулю, а величины  $s_1$  и  $s$  будут равны друг другу, то есть растяжимости сетки не будет.

С другой стороны, увеличенная длина сетки  $s_1$  в изогнутом состоянии в пролете между гидропланками также определяется формулой

$$s_1 = L + \frac{1}{2} \int_0^L [z'_1(x)]^2 dx, \quad (13)$$

где величина прогиба сетки  $z_1(x)$  вычисляется при натяжении  $T_1$ .

Таким образом, дополнительное уравнение, учитывающее растяжимость формирующей сетки в процессе ее изгиба будет иметь вид

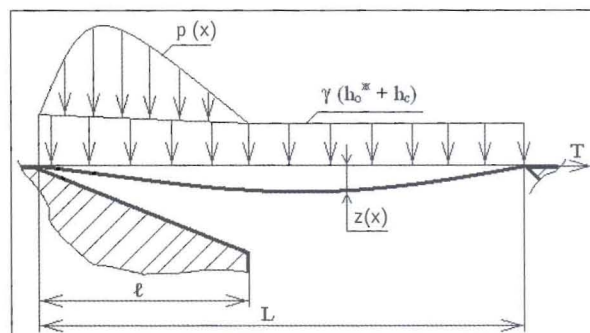


Рис. 1. Расчетная схема прогиба сетки на гидропланках:  $p(x)$  – вакуум в клине гидропланки,  $\gamma(h_0^* + h_c)$  – нагрузка на сетку от слоя бумажной массы на сетке и веса сетки,  $T$  – натяжение сетки,  $l$  – длина наклонного участка гидропланки,  $L$  – пролет сетки между гидропланками,  $z(x)$  – прогиб сетки.

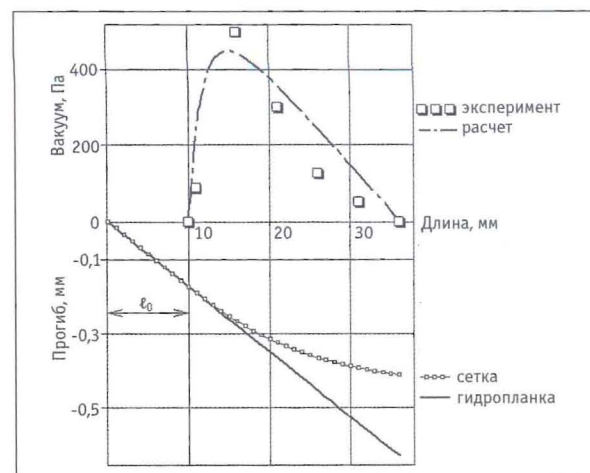


Рис. 2. Распределение вакуума в клине гидропланки и прогиб сетки.

$$L + \frac{1}{2} \int_0^L [z'_1(x)]^2 dx = \left[ \frac{T_1}{EA} + 1 \right] \cdot \left[ L + \frac{1}{2} \int_0^L [z'(x)]^2 dx \right]. \quad (14)$$

Если прогиб сетки становится равным величине клинового зазора гидропланки, то возникает налегание сетки на начальную часть наклонной поверхности гидропланки, тогда граничные условия для математической модели (1) – (7) можно записать в виде:

$$\begin{cases} p(\ell_0) = 0, & p(\ell) = 0, \\ z(\ell_0) = b\ell_0, & z(L) = 0, \\ [1 - f_n] \cdot z''(\ell_0) + f_n \cdot z'(\ell_0) = f_n \cdot b, & z''(L) = 0, \end{cases} \quad (15)$$

где  $\ell_0$  – координата точки возникновения развиваемого на гидропланке вакуума (величина налегания формирующей

сетки на начало наклонной поверхности гидропланки),  $fH$  – функция налегания ( $fH = 0$  при  $l_0 = 0$ ;  $fH = 1$  при  $l_0 > 0$ ).

На рис. 2 в качестве примера приведены результаты расчета вакуума на гидропланке и прогиба однослойной формирующей сетки совместно с данными экспериментальных исследований [6].

## Выводы

1. Представлена математическая модель обезвоживания бумажной массы на гидропланках, учитывающая наличие налегания гибкой формирующей сетки на переднюю часть наклонной поверхности гидропланки при ее эксплуатации.

2. Результаты решения математической модели показывают хорошую сходимость с данными экспериментальных исследований по распределению вакуума в клине гидропланки при наличии налегания используемой гибкой формирующей сетки на начало наклонного участка гидропланки.

### Список литературы

1. Хегер В. Современные конструкции формирующих сеток для производства бумаги для печати / В. Хегер // Целлюлоза. Бумага. Картон. № 9-10, 2002. С. 62-66.

2. SSB forming fabrics dominate the market. Impressive, Issue № 3, December 2004. p. 1.

3. Gullichsen J. Papermaking science and technology. Book 8. Papermaking Part 1, Stock Preparation and Wet End / J. Gullichsen, H. Paulapuro – Helsinki: Fapet Oy, 2000.

4. Математическая модель обезвоживания бумажной массы на гидропланках / П. В. Кауров, Н. Н. Кокушин // Целлюлоза. Бумага. Картон. – 2009. – № 7. – С. 50-52.

5. Кауров П. В. Моделирование обезвоживания бумажной массы на гидропланках для проектирования и совершенствования бумагоделательных машин: автореф. дисс. канд. техн. наук / П. В. Кауров. – СПб, 2010. – 16 с.

6. Кокушин Н. Н. Теория и расчет процессов отлива бумажного полотна: дисс. ... докт. техн. наук / Н. Н. Кокушин – Л., 1987.

7. Абрамович А. Д. Опыт применения синтетических сеток и гидропланок / А. Д. Абрамович // Бумажная промышленность. – 1975. – № 7, с. 23-25.

8. Шухман Ф. Г. Сетки бумагоделательных машин / Ф. Г. Шухман – М.: Лесная промышленность, 1988. – 208 с.

9. Тимошенко С. П. Механика материалов / С. П. Тимошенко, Д. Гере. – М.: Мир, 1976. – 672 с.

10. Меркин Д. Р. Введение в механику гибкой нити / Д. Р. Меркин. – М.: Наука, 1980. – 240 с.

we are a group of companies

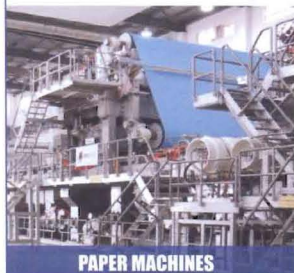


erma elan engineering



Providing key solutions  
for the paper industry

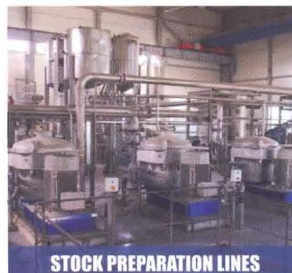
WWW.PAPCEL.CZ | WWW.ABKGRUPE.COM



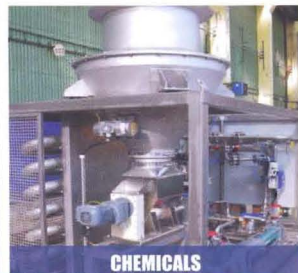
PAPER MACHINES



TISSUE



STOCK PREPARATION LINES



CHEMICALS

PAPCEL a.s., Umicovska 132, 764 10 Litovel, Czech Republic  
Tel.: +420 585 152 169 | Fax: +420 585 343 001 | E-mail: marketing@papcel.cz

